

Jürgen Roth

Computereinsatz im Mathematikunterricht

Forschendes Lernen, Heterogenität
und Prüfungen



Computereinsatz im Mathematikunterricht

Forschendes Lernen, Heterogenität und Prüfungen

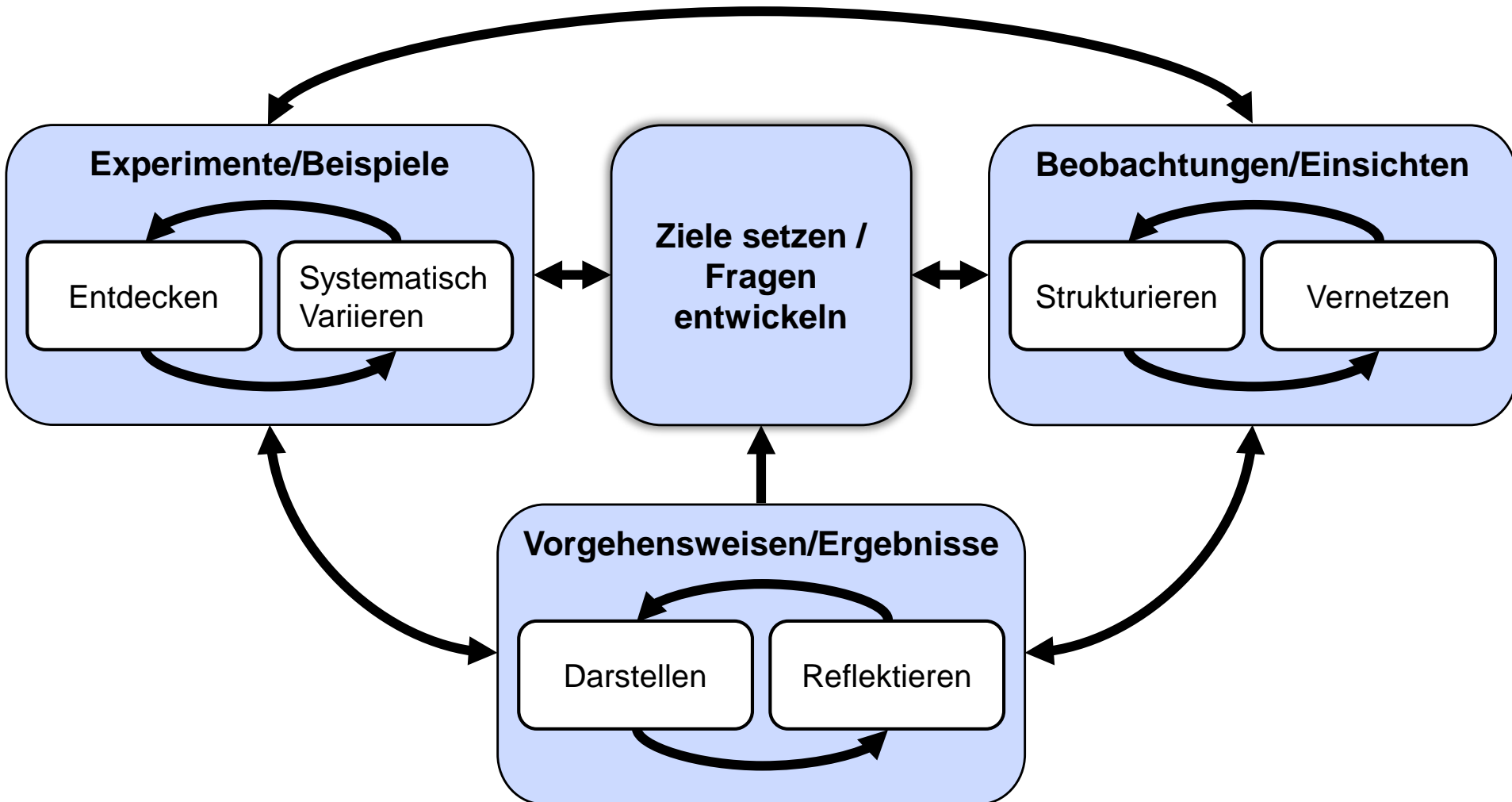
- 1 Wozu Computereinsatz?
Forschendes Lernen unterstützen
- 2 Wie sollten Computer eingesetzt werden?
Mit Heterogenität konstruktiv umgehen
- 3 Computereinsatz (CE) in Prüfungen?
Konsequenzen des CE für Prüfungen

Computereinsatz im Mathematikunterricht

1 Wozu Computereinsatz?

Forschendes Lernen unterstützen

Roth, Weigand (2014). Forschendes Lernen – Eine Annäherung an wissenschaftliches Arbeiten. *mathematik lehren*, 184, 2-9



Roth (2006). Dreiecksgrundformen – Horizonterweiterung durch operatives, entdeckendes und produktives Üben. *PM 48(12)*, 21-25

► Dreieksbegriffe

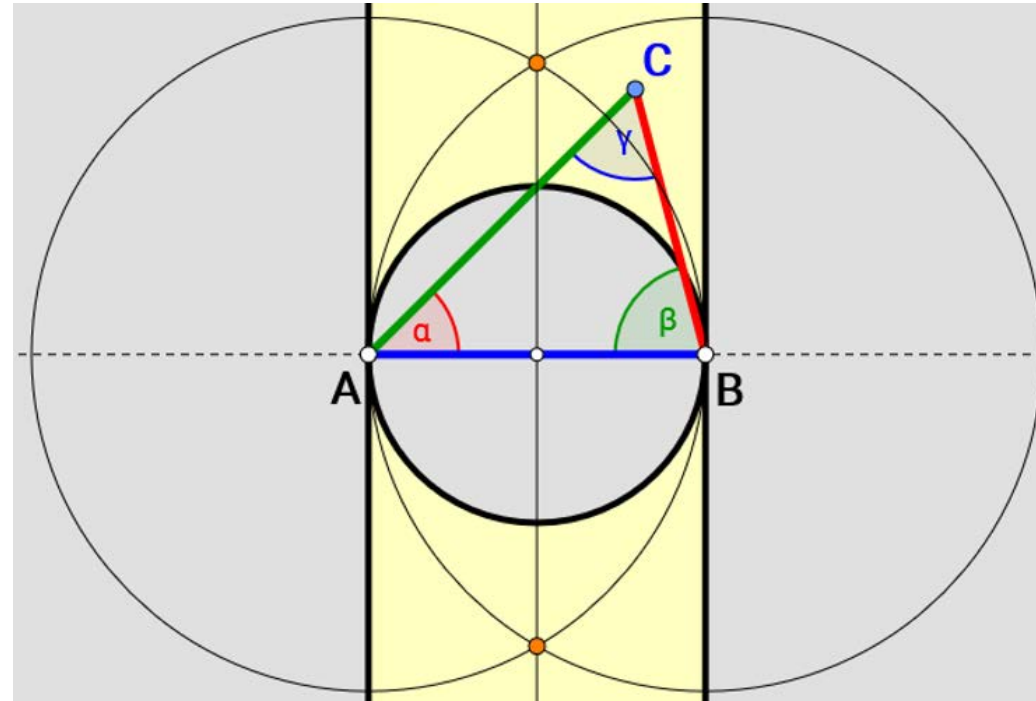
- ▷ rechtwinklig
- ▷ spitzwinklig
- ▷ stumpfwinklig
- ▷ gleichschenkelig
- ▷ gleichseitig

► Ziel: Dreiecksbegriffe

- ▷ als „bewegliche“
Strukturen aufbauen
- ▷ flexibel verfügbar machen

► Grundvorstellungsanker

- ▷ Anker für Wissensabruf
- ▷ Kondensierte Bewegungen



Roth (2006). Dreiecksgrundformen – Horizonterweiterung durch operatives, entdeckendes und produktives Üben. *PM 48(12)*, 21-25

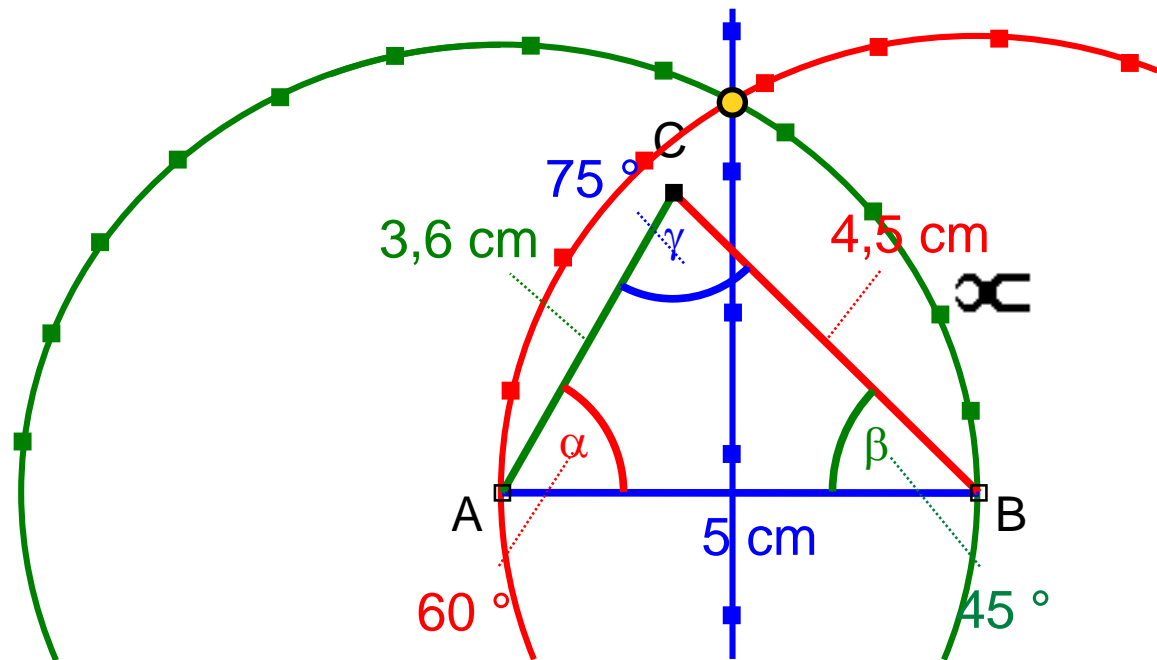
- 1) Bewege den Punkt C so, dass Dreiecke entstehen, die
 - a) gleichschenklig mit $|AC| = |BC|$ sind,
 - b) gleichschenklig mit $|AC| = |AB|$ sind,
 - c) gleichschenklig mit $|BC| = |AB|$ sind.

2) Angabe von Kurven (Begründung)

3) Widerlegen bzw. vertrauensbildende Maßnahme durch Binden von C an die Kurven.

4) Beobachtung der Innenwinkel
 \Rightarrow Basiswinkelsatz

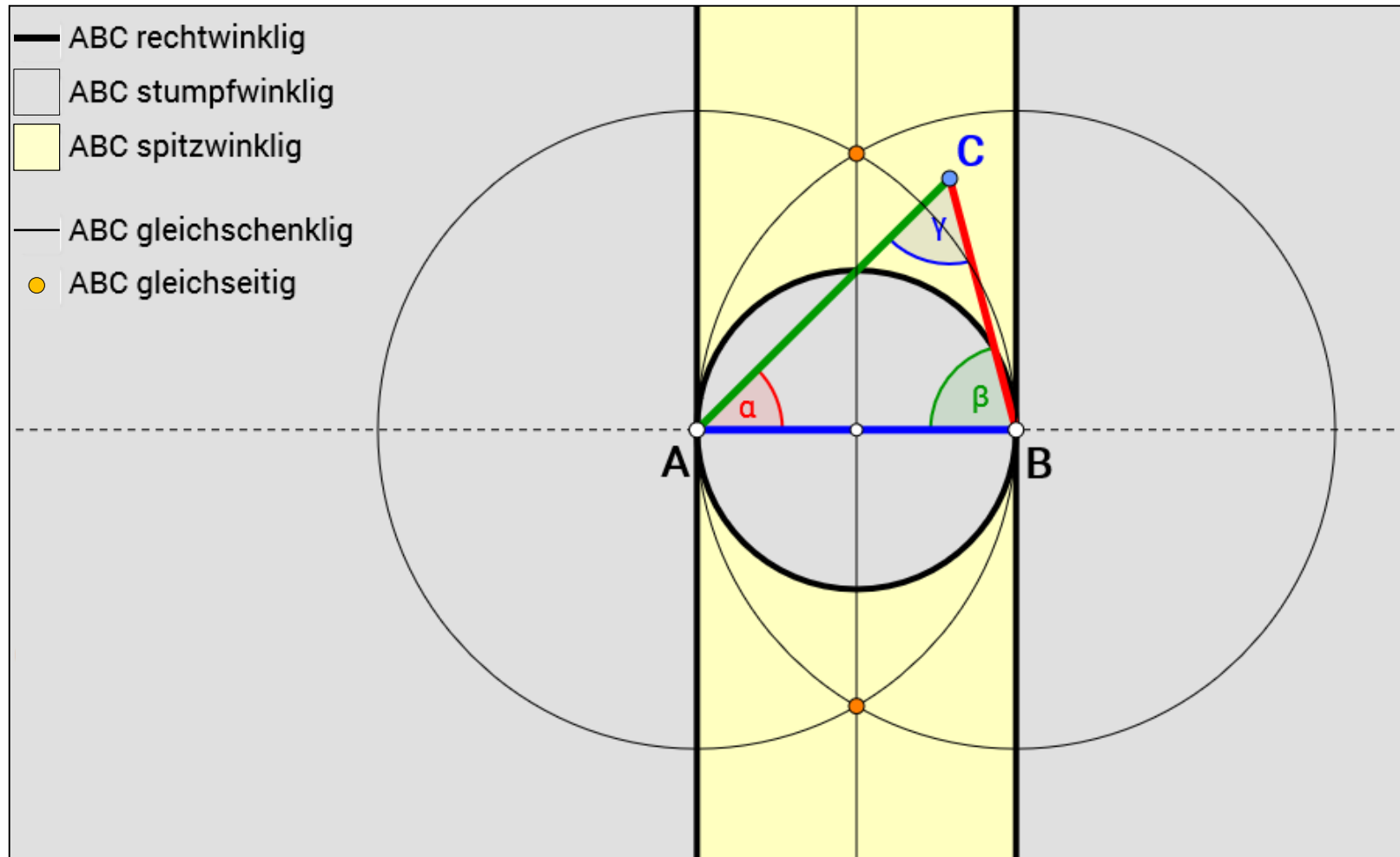
5) Gleichseitige Dreiecke



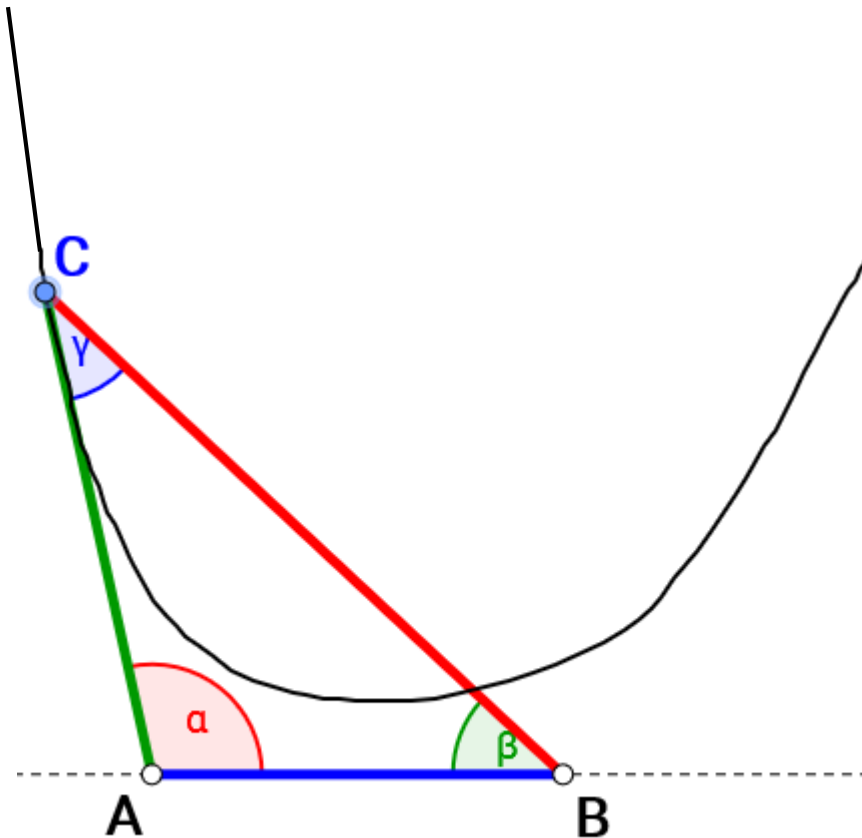
Roth (2006). Dreiecksgrundformen – Horizonterweiterung durch operatives, entdeckendes und produktives Üben. *PM 48(12)*, 21-25

The screenshot shows a dynamic geometry environment. At the top, there is a toolbar with icons for selection, point creation, line drawing, and other geometric tools. Below the toolbar are three checkboxes: ABC rechtwinklig, ABC gleichschenkelig, and Messwerte. The main workspace displays a triangle with vertices A, B, and C. The base AB is a blue horizontal line segment. A dashed horizontal line extends from A to the left and from B to the right. The interior angle at vertex A is labeled α (red arc), the interior angle at vertex B is labeled β (green arc), and the interior angle at vertex C is labeled γ (blue arc). The side AC is green, and the side BC is red.

Roth (2006). Dreiecksgrundformen – Horizonterweiterung durch operatives, entdeckendes und produktives Üben. *PM 48(12)*, 21-25



Roth (2006). Dreiecksgrundformen – Horizonterweiterung durch operatives, entdeckendes und produktives Üben. *PM 48(12)*, 21-25



► Aufgabe

- Der Punkt **C** wird entlang der eingezeichneten Kurve nach rechts bewegt.
- Welche Dreiecksgrundformen nimmt das Dreieck **ABC** dabei der Reihe nach an?

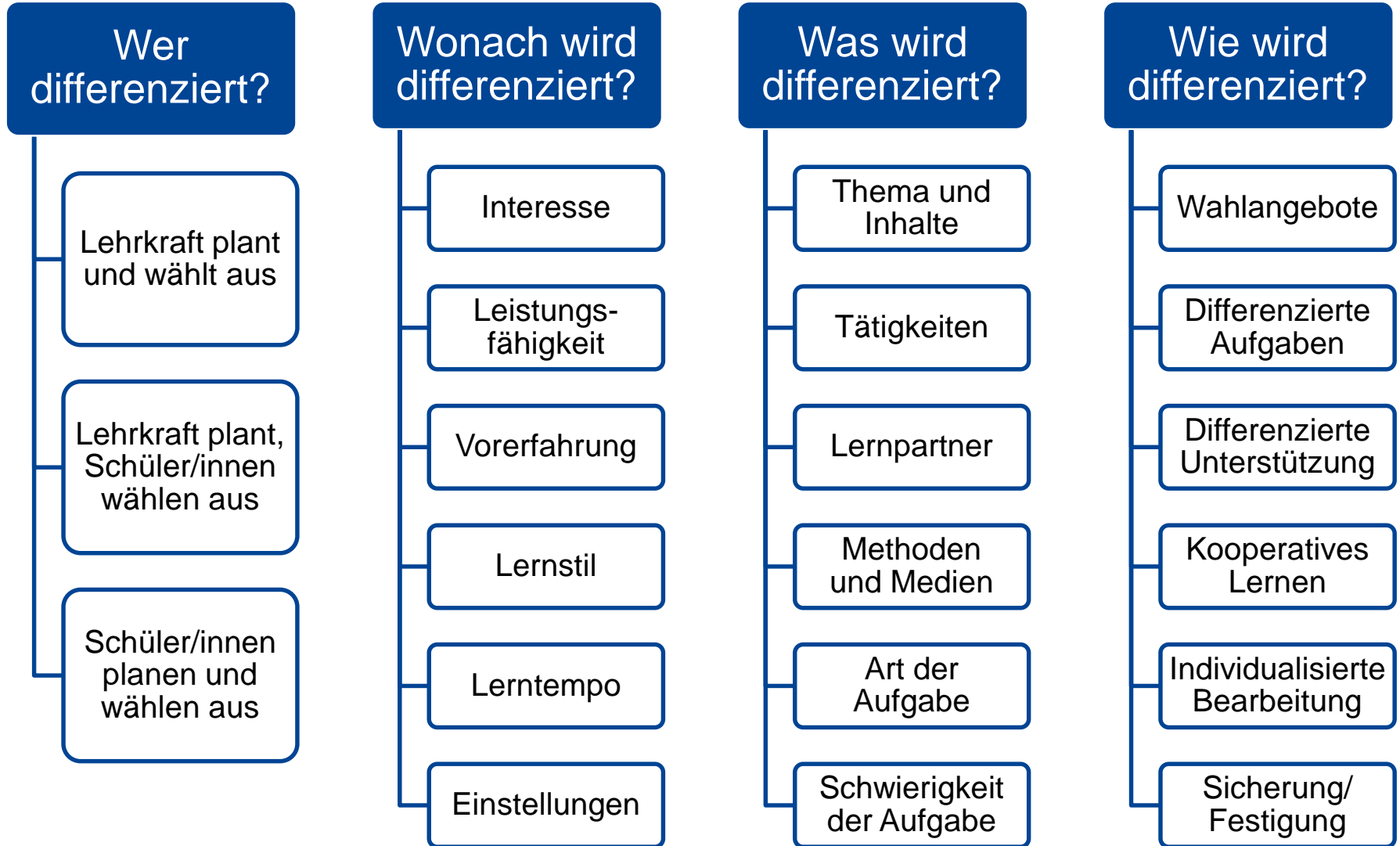


Computereinsatz im Mathematikunterricht

2 Wie Computer einsetzen?

Mit Heterogenität konstruktiv umgehen

Krüger, D. & Meyfarth, S. (2009). «Binnen – kurzer Zeit – differenzieren!». Unterricht Biologie 347/348, S. 2-10



Bruder, Reibold (2010). Weil jeder anders lernt – Ein alltagstaugliches Konzept zur Binnendifferenzierung. *ML 162*, 2-9

▶ **Aufgaben wählen lassen (mit unterschiedlichem Niveau)**

- ▶ Kommt dem unterschiedlichen Festigungsbedarf entgegen
- ▶ Anforderungen werden an das Leistungsvermögen angepasst

▶ **Offene, selbstdifferenzierende Aufträge stellen**

- ▶ Bearbeiten möglich
 - ▶ auf unterschiedlichem Niveau
 - ▶ mit individuellen Strategien, Zugangs- & Darstellungsweisen
- ▶ Wichtig:
 - ▶ Funktion der Aufgabe im Lernprozess klären
 - ▶ Ergebnissicherung gut organisieren

▶ **Vielfältige Gestaltung der Lernmaterialien**

- ▶ Verschiedene Denkstile und Zugangsweisen berücksichtigen
- ▶ Formulierung und Präsentation der Problemstellungen variieren

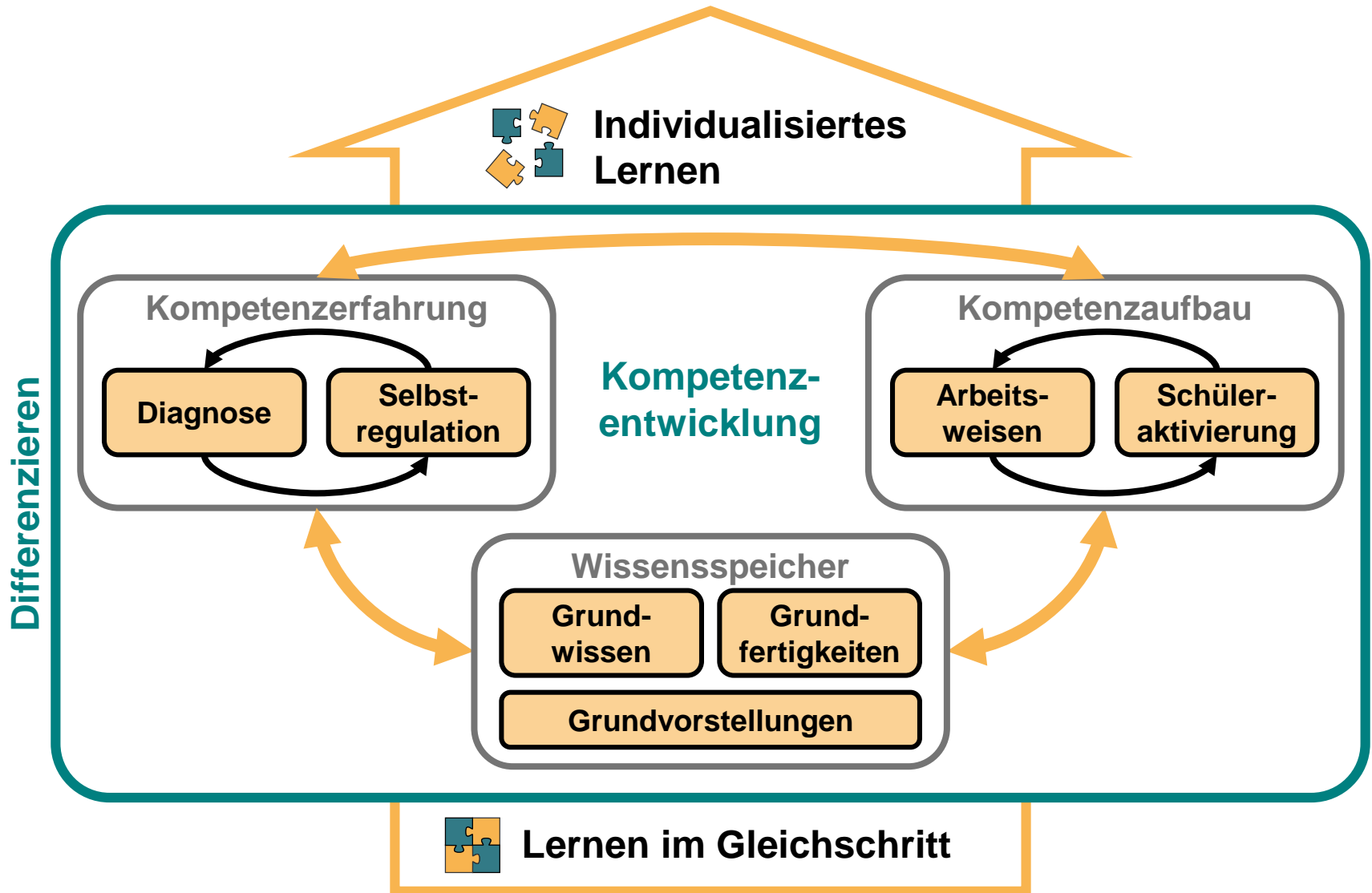
▶ **Organisations- & Sozialform des Lernens variieren**

- ▶ Formen wie Stationenlernen, Wochenplan, Projektarbeit ermöglichen Lernen auf eigenen Wegen
- ▶ Individuelle Lerntempi, Interessen und Vorkenntnissen berücksichtigen
- ▶ **Entscheidend für das Gelingen sind geeignet aufbereitete Inhalte und Lernmaterialien**

Roth (2014). Lernpfade – Definition, Gestaltungskriterien und Unterrichtseinsatz.

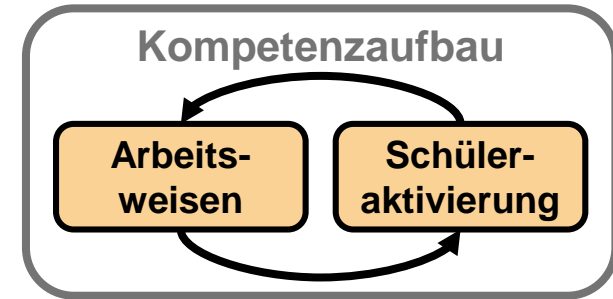
▶ Online-Lernumgebung

- ▶ interaktive Materialien
- ▶ Sequenz von Arbeitsaufträgen
 - ▶ strukturierte Pfade
 - ▶ Bausteinstruktur
 - ▶ Lernende können wählen
- ▶ Aufforderung
 - ▶ Vermutungen formulieren
 - ▶ Experimentieren
 - ▶ Argumentieren & Reflektieren
- ▶ Lernende arbeiten
 - ▶ handlungsorientiert
 - ▶ selbsttätig
 - ▶ eigenverantwortlich
- ▶ Bei Bedarf abrufbar
 - ▶ Hilfen
 - ▶ Ergebniskontrollen
- ▶ Erarbeitungsprotokoll
 - ▶ Ergebnisse
 - ▶ Vorgehensweisen



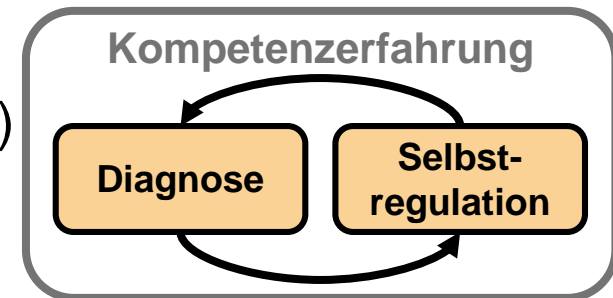
► **Kompetenzaufbau**

- ▷ Selbsttätigkeit
- ▷ Interaktivitäten & Partnerdiskussionen
- ▷ Zugangsweisen & Wahlmöglichkeiten



► **Kompetenzerfahrung**

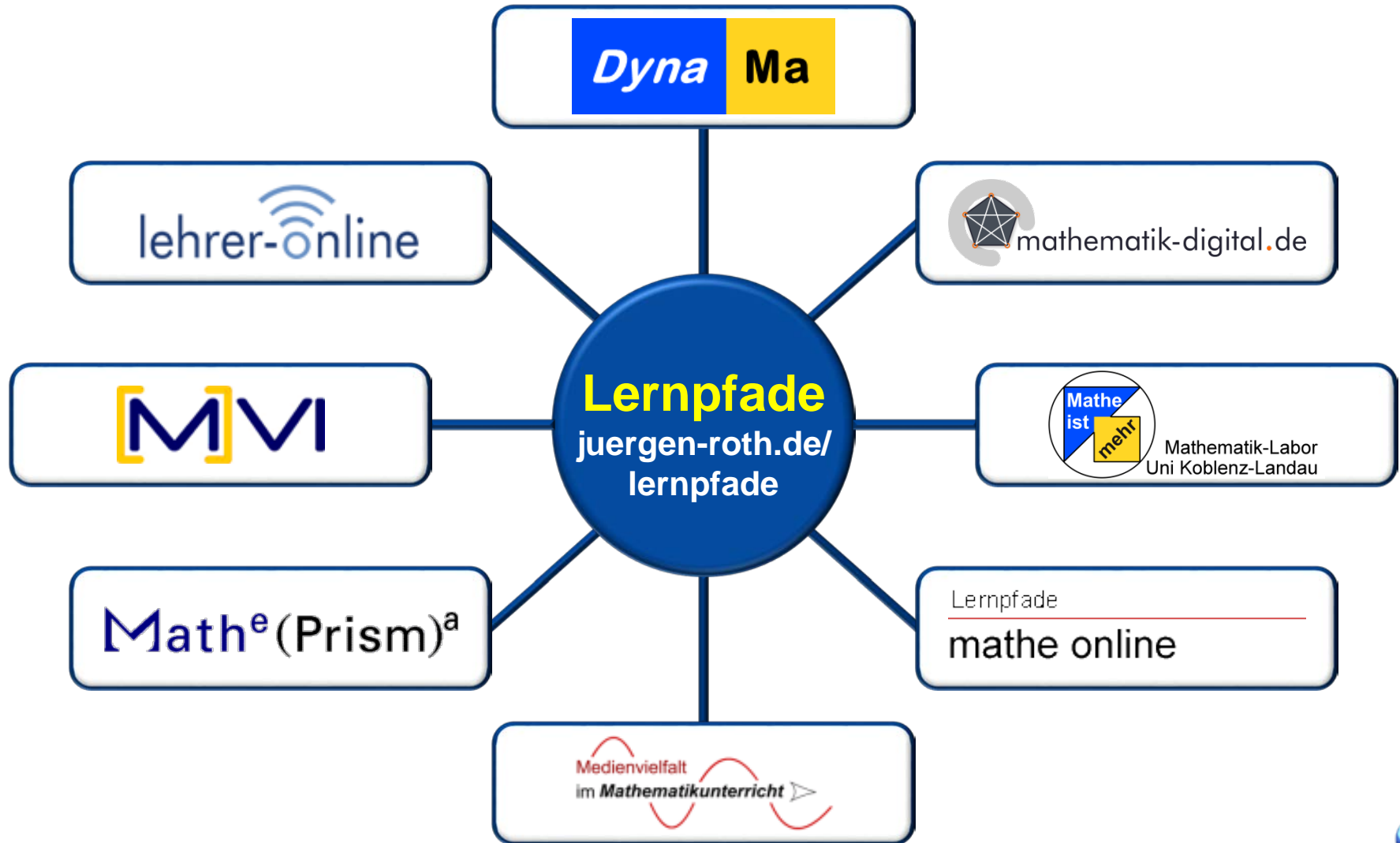
- ▷ Selbstregulation (Hilfen, Lösungskontrollen)
- ▷ Tests mit Rückmeldungen
- ▷ Selbstdiagnosebögen



► **Wissensspeicher**

- ▷ Erarbeitungsprotokoll
- ▷ Grundvorstellungsaufbau über Interaktivitäten fördern





The screenshot shows a web browser window titled "Steigung von Funktionsgraphen" with the AKGeoGebra logo. The page content includes sections for "Warum geht es ...", "Was musst du wissen ...", and a "Weiter zur nächsten Seite" button. A sidebar on the left contains navigation icons and a list of actions.

Steigung

Warum geht es ...

- Steigungsverhalten von Funktionsgraphen
- Graphische Herleitung der Ableitungsfunktion

Was musst du wissen ...

- Definition einer Funktion (Wikipedia)
- Grundkenntnisse zu Funktionsgraphen (Wikipedia)
- Tangente an einen Funktionsgraphen (Wikipedia)

Weiter zur nächsten Seite

Letzte Aktualisierung: 12.09.2006

Navigation / Actions:

- Home
- Nächste Seite
- Vorherige Seite
- Inhaltsverzeichnis
- Diese Seite
- Bearbeitungszeit der aktuellen Seite
- Schwierigkeit
- Protokolleintrag ergänzen
- Hilfe zum aktuellen Arbeitsauftrag
- Ergebniskontrolle
- Mit dem Partner diskutieren



AK GeoGebra
✖

Die Parabel

3. $f(x) = (x - b)^2 + c$

10 min
😊😊😊😊😊😊

Titelblatt

1. $f(x) = x^2 + c$
2. $f(x) = (x - b)^2$
3. $f(x) = (x - b)^2 + c$
4. $f(x) = ax^2$
5. $f(x) = a(x - b)^2 + c$
6. zeichnen
7. Tests

Navigations-
bereich

$f(x) = (x - b)^2 + c$

$f(x) = (x - (0)) ^2 + (0)$

b

c

Arbeitsbereich

2. Bestimme die Funktionsvorschrift für diese Funktion und schreibe das Ergebnis auf.

3. Überprüfe mit den Schiebern **b** und **c** dein Ergebnis. ?

4. Wiederhole die Schritte 1. - 3. mit den Funktionen f_2 , f_3 und f_4 .

5. Vergleiche deine Ergebnisse! K

Aufgabenbereich



links-f.html

Die Parabel
7. Tests

45 min Gesamtzeit

Titelblatt

1. $f(x) = x^2 + c$
2. $f(x) = (x - b)^2$
3. $f(x) = (x - b)^2 + c$
4. $f(x) = ax^2$
5. $f(x) = a(x - b)^2 + c$
6. zeichnen
7. Tests

Parabeln – Graphen quadratischer Funktionen

AKGeoGebra

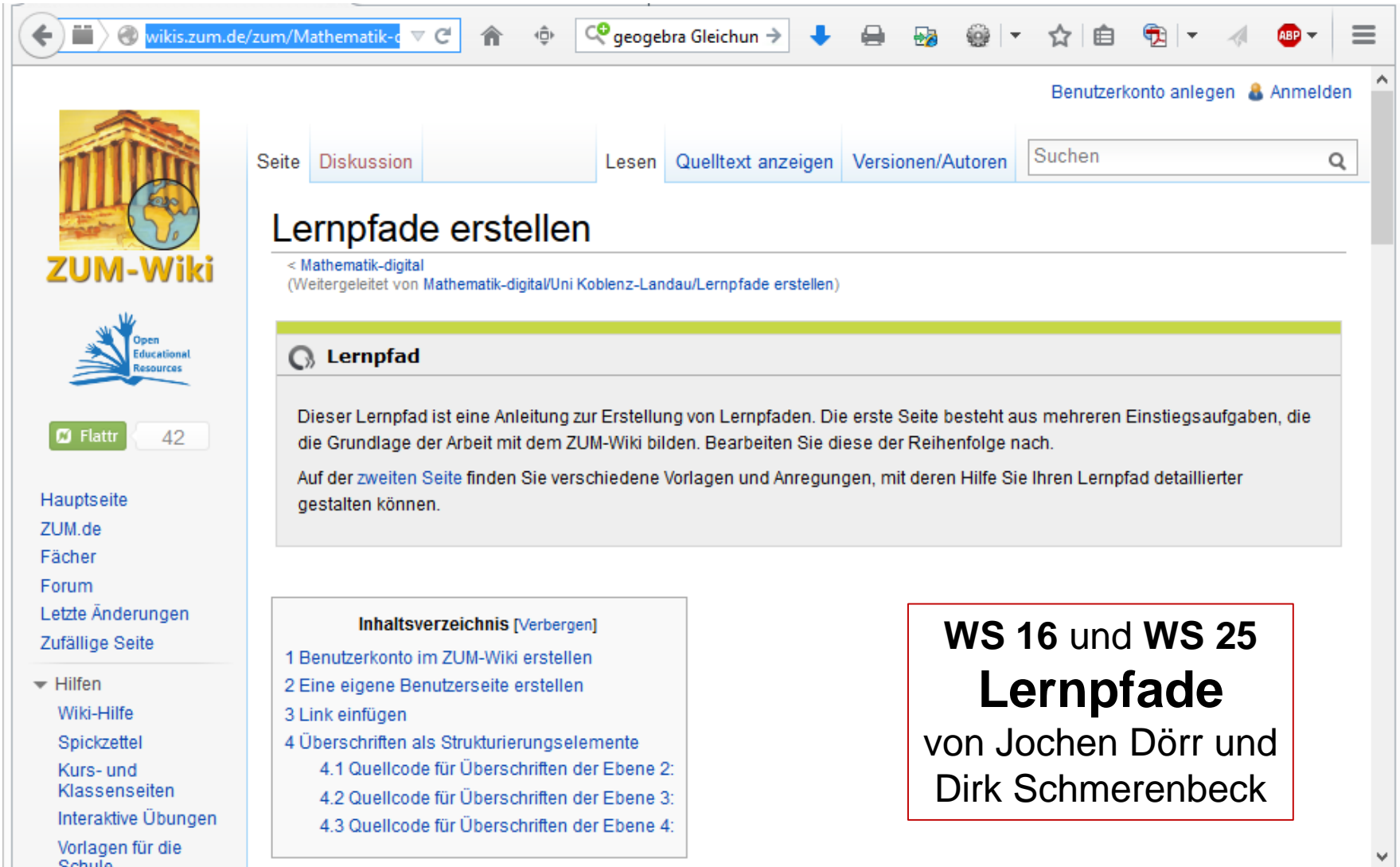
Du hast es fast geschafft! Noch drei letzte Arbeitsaufträge:

1. Gehe dein Protokoll noch mal durch und überprüfe, ob du alles verstanden hast. Falls du noch Fragen hast, gehe noch mal auf die entsprechende Seite.
2. **Teste deinen Lernerfolg**
 Bearbeite zum Abschluss folgenden schriftlichen [Test](#)
3. Wenn du noch Zeit hast, kannst du auf den folgenden Seiten deine Fähigkeiten testen.
 - [Test 1: Verschiebung der Normalparabel](#)
 - [Test 2: Scheitel und Öffnung](#)
 - [Test 3: Erkennen von Parabeln](#)
 - [Test 4: Zeichnen von Parabeln](#)

[Zurück zur Übersicht](#)

AKGeoGebra Klaus D. Hein JSG-KG
Letzte Aktualisierung: 07.09.2007





Browser address bar: wikis.zum.de/zum/Mathematik-digital/Uni_Koblenz-Landau/Lernpfade_erstellen

Navigation: [Benutzerkonto anlegen](#) [Anmelden](#)

Page tabs: [Seite](#) [Diskussion](#) [Lesen](#) [Quelltext anzeigen](#) [Versionen/Autoren](#)

Search:

Lernpfade erstellen

< [Mathematik-digital](#)
(Weitergeleitet von [Mathematik-digital/Uni Koblenz-Landau/Lernpfade erstellen](#))

Lernpfad

Dieser Lernpfad ist eine Anleitung zur Erstellung von Lernpfaden. Die erste Seite besteht aus mehreren Einstiegsaufgaben, die die Grundlage der Arbeit mit dem ZUM-Wiki bilden. Bearbeiten Sie diese der Reihenfolge nach.

Auf der [zweiten Seite](#) finden Sie verschiedene Vorlagen und Anregungen, mit deren Hilfe Sie Ihren Lernpfad detaillierter gestalten können.

Inhaltsverzeichnis [\[Verbergen\]](#)

- 1 [Benutzerkonto im ZUM-Wiki erstellen](#)
- 2 [Eine eigene Benutzerseite erstellen](#)
- 3 [Link einfügen](#)
- 4 [Überschriften als Strukturierungselemente](#)
 - 4.1 [Quellcode für Überschriften der Ebene 2:](#)
 - 4.2 [Quellcode für Überschriften der Ebene 3:](#)
 - 4.3 [Quellcode für Überschriften der Ebene 4:](#)

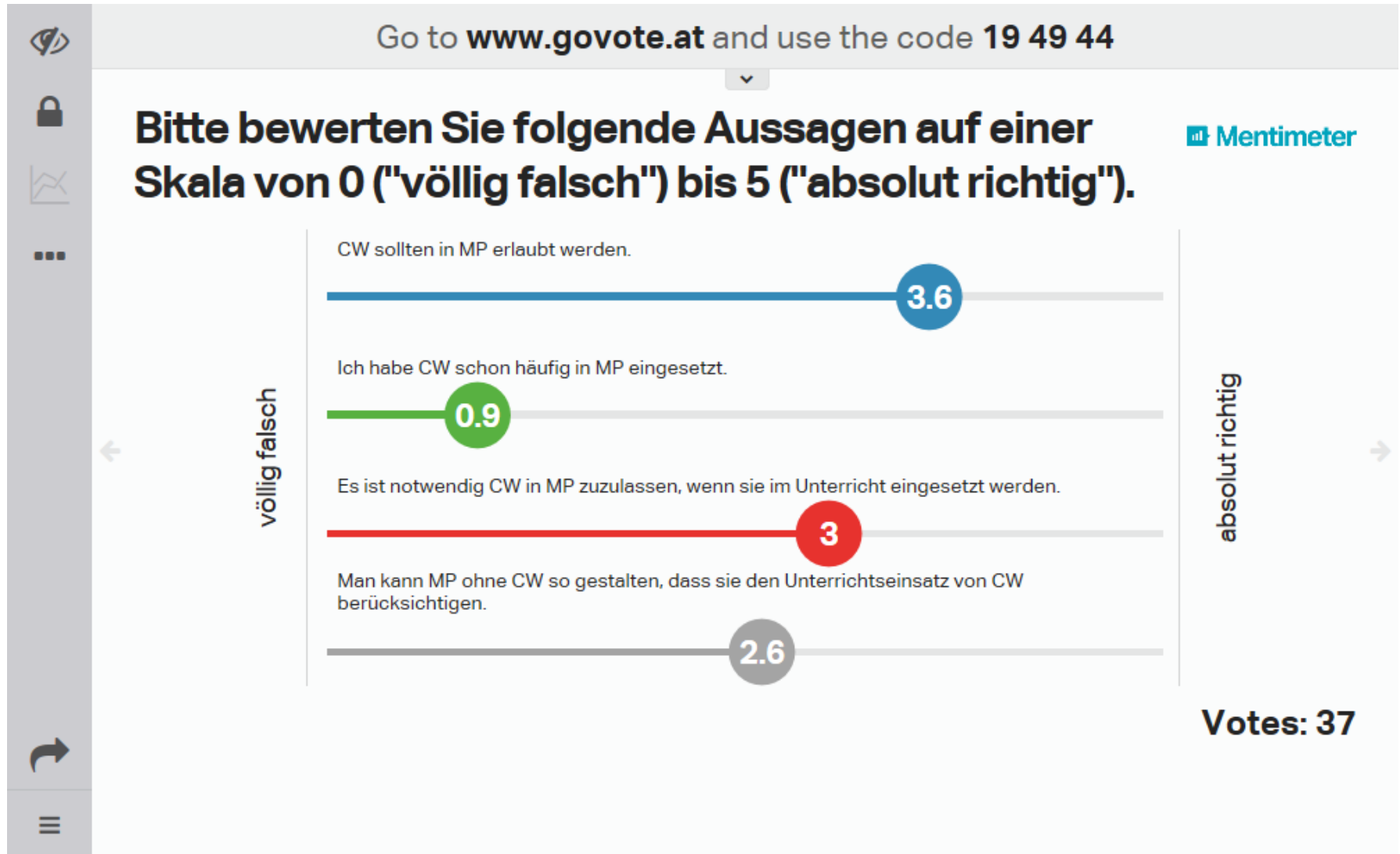
WS 16 und WS 25
Lernpfade
von Jochen Dörr und
Dirk Schmerenbeck

Left sidebar: **ZUM-Wiki**, Open Educational Resources, [Flattr](#) 42, [Hauptseite](#), [ZUM.de](#), [Fächer](#), [Forum](#), [Letzte Änderungen](#), [Zufällige Seite](#), [Hilfen](#) (Wiki-Hilfe, Spickzettel, Kurs- und Klassenseiten, Interaktive Übungen, Vorlagen für die Schule)

Computereinsatz im Mathematikunterricht

3 Computereinsatz (CE) in Prüfungen?

Konsequenzen des CE für Prüfungen



Roth (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen.

▶ Prüfungen sollten

- ▶ Ziele von **Bildungsstandards / Lehrplänen** widerspiegeln,
- ▶ den **Lehr- & Lernpraktiken des Unterrichts** entsprechen,
- ▶ **mathem. Wissen und mathem. Fähigkeiten** abprüfen.

▶ Prüfungen verdeutlichen

- ▶ welche Kenntnisse und Fähigkeiten für wichtig erachtet bzw. honoriert werden
 - ▶ Art der Aufgaben
 - ▶ geprüfte Fähigkeiten
 - ▶ Anzahl der BE
 - ▶ erlaubte Hilfsmittel
 - ▶ ...

Assessment should not merely be done to students; rather, it should also be done for students, to guide and enhance their learning.

NCTM: Principles and Standards for School Mathematics

Roth (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen.

▶  **sollten in Prüfungen erlaubt sein, zum**






- ▷ Problemlösen
- ▷ Modellieren
- ▷ Visualisieren
- ▷ Analysieren





▶  **sind in Prüfungen nicht notwendig, z. B. beim**

- ▷ Interpretieren
- ▷ Reproduzieren

**Computerwerkzeuge
als Katalysator**
Prüfungsformen durch weitere,
prozessorientierte ergänzen.

Roth (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen.

- ▶ **Prüfungsaufgaben: Unterricht mit, Prüfung ohne** 
 - ▷ Standardaufgaben (ohne Berücksichtigung von )
 - ▷ Nutzung von mit  gewonnenen Erkenntnissen
 - ▷ Bildschirmausgaben von  interpretieren
 - ▷ Beschreiben (mehrerer) Lösungswege mit 

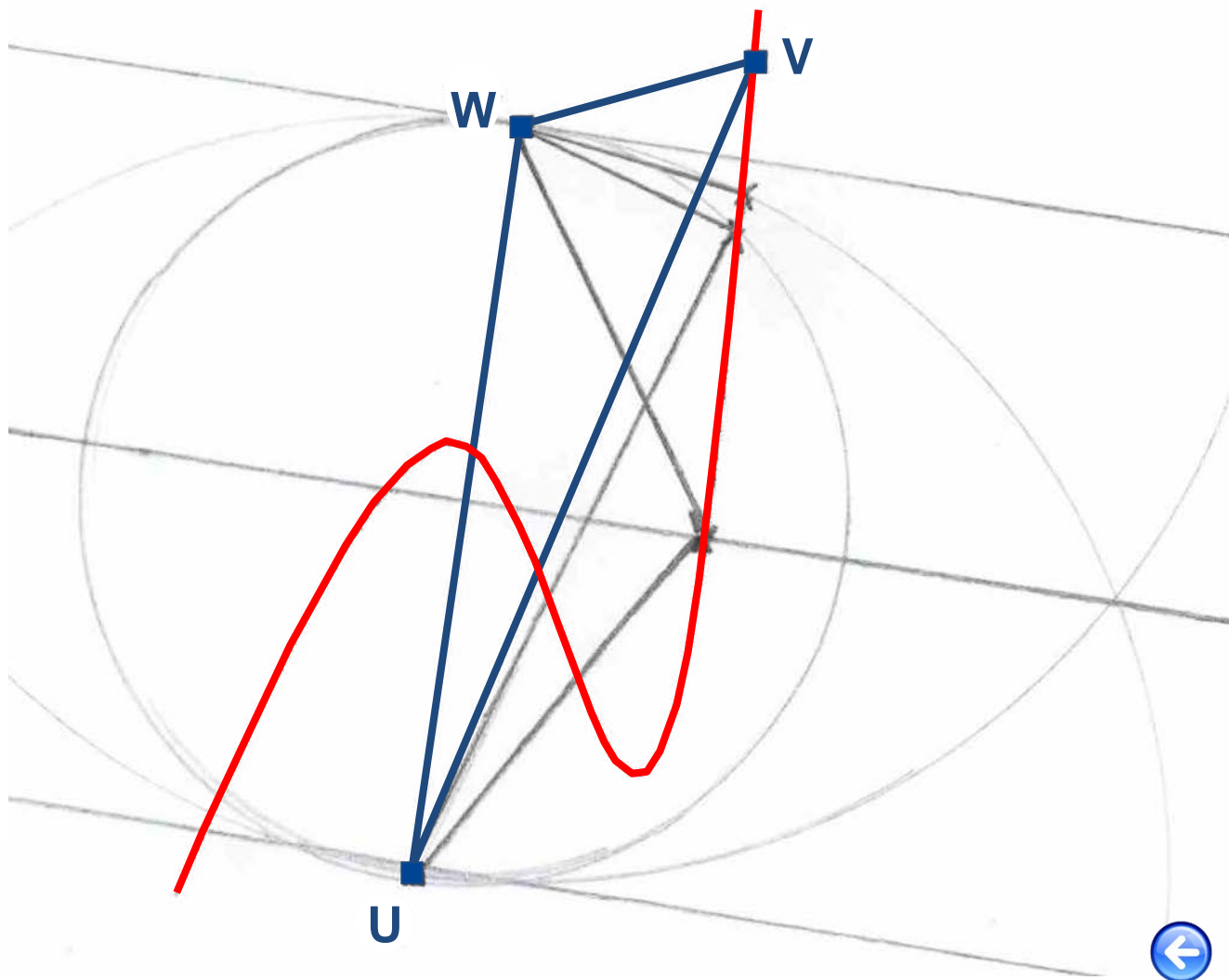
- ▶ **Prüfungsaufgaben: Unterricht und Prüfung mit** 
 - ▷ wie oben (evtl. komplexer;  Kontrollinstanz; bisher die Regel)
 - ▷ Schwerpunkt: Analysieren und Argumentieren 
 - ▷ Problemorientierung 
 - ▷ Realitätsnähe



Roth (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen.

► Aufgabe

- ▷ Der Punkt V wird entlang der eingezeichneten Kurve nach links unten bewegt.
- ▷ Welche Dreiecksgrundformen nimmt das Dreieck UVW dabei der Reihe nach an?



1	-2^3
<input type="radio"/>	→ -8
2	$(-2)^3$
<input type="radio"/>	→ -8
3	-2^4
<input type="radio"/>	→ -16
4	$(-2)^4$
<input type="radio"/>	→ 16

► Aufgabe

- Beschreibe die Wirkungen der Klammersetzung und der Exponenten auf die Vorzeichen der Ergebnisse. Erkläre.



Roth (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen.

▶ Aufgabe

- ▶ Beschreibe drei Möglichkeiten, wie du mit Computerwerkzeugen für die Gleichung $1,5^x = 3 \cdot \cos(x)$ im Intervall $[-6; 4]$ die Lösungen bestimmen kannst.

▶ Mögliche Antwort

- ▶ Numerisch-iterativ
- ▶ Graphisch
- ▶ Numerisch

Roth (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen.

Numerisch-iteratives Lösungsverfahren: $1,5^x = 3 \cdot \cos(x)$

1. Wertetabelle für ein Intervall berechnen
2. Teilintervall auswählen, das eine Lösung enthält
3. Teilintervall spreizen & neue Wertetabelle berechnen
4. Teilintervall auswählen, das eine Lösung enthält
5. Schritte 2 bis 4 wiederholen, bis Lösung genau genug



x	$T_1(x) = 1,5^x$	$T_2(x) = 3 \cdot \cos(x)$	$T_1(x) - T_2(x)$
-6	0,0878	2,8805	-2,7927
-5	0,1317	0,8510	-0,7193
-4	0,1975	-1,9609	2,1585
-3	0,2963	-2,9700	3,2663
-2	0,4444	-1,2484	1,6929
-1	0,6667	1,6209	-0,9542
0	1,0000	3,0000	-2,0000
1	1,5000	1,6209	-0,1209
2	2,2500	-1,2484	3,4984
3	3,3750	-2,9700	6,3450
4	5,0625	-1,9609	7,0234



Roth (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen.

x	$T_1(x) = 1,5^x$	$T_2(x) = 3 \cdot \cos(x)$	$T_1(x) - T_2(x)$
-2,0	0,4444	-1,2484	1,6929
-1,9	0,4628	-0,9699	1,4327
-1,8	0,4820	-0,6816	1,1636
-1,7	0,5019	-0,3865	0,8885
-1,6	0,5227	-0,0876	0,6103
-1,5	0,5443	0,2122	0,3321
-1,4	0,5669	0,5099	0,0570
-1,3	0,5903	0,8025	-0,2122
-1,2	0,6147	1,0871	-0,4723
-1,1	0,6402	1,3608	-0,7206
-1,0	0,6667	1,6209	-0,9542

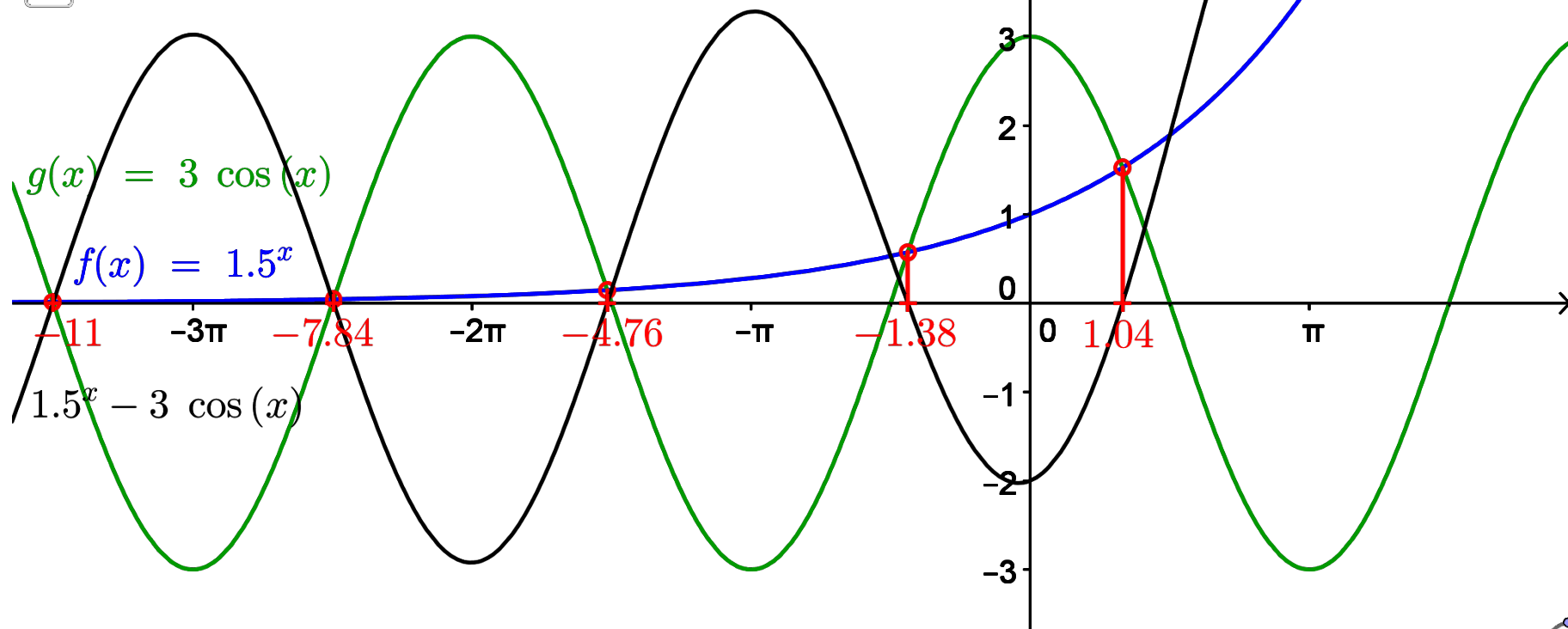
x	$T_1(x) = 1,5^x$	$T_2(x) = 3 \cdot \cos(x)$	$T_1(x) - T_2(x)$
-1,40	0,5669	0,5099	0,0570
-1,39	0,5692	0,5394	0,0297
-1,38	0,5715	0,5689	0,0025
-1,37	0,5738	0,5983	-0,0246
-1,36	0,5761	0,6277	-0,0516
-1,35	0,5785	0,6570	-0,0786
-1,34	0,5808	0,6863	-0,1054
-1,33	0,5832	0,7154	-0,1323
-1,32	0,5855	0,7445	-0,1590
-1,31	0,5879	0,7736	-0,1856
-1,30	0,5903	0,8025	-0,2122

In: Kortenkamp et al. (Hrsg.): Computerwerkzeuge und Prüfungen (S. 67-79). Hildesheim: Franzbecker

Roth (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen.

Graphische Lösungsverfahren:

- $f(x)$ **Schnittpunkte**
- $g(x)$ **Schnittstellen**
- $f(x) - g(x)$



Roth (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen.

Numerisches Lösungsverfahren:

$$1,5^x = 3 \cdot \cos(x)$$

1	NLöse[$1.5^x=3 \cdot \cos(x)$, $x = -6$] → { $x = -4.76$ }
2	NLöse[$1.5^x=3 \cdot \cos(x)$, $x = -3$] → { $x = -1.38$ }
3	NLöse[$1.5^x=3 \cdot \cos(x)$, $x = 0$] → { $x = 1.04$ }



1 $1.5^x=3 \cdot \cos(x)$


NLöse: { $x = -953.47, x = -32.99, x = -23.56, x = -20.42, x = -17.28,$
 $x = -14.14, x = -11, x = -7.84, x = -4.76, x = -1.38, x = 1.04$ }

In: Kortenkamp et al. (Hrsg.): Computerwerkzeuge und Prüfungen (S. 67-79). Hildesheim: Franzbecker

► Aufgabe

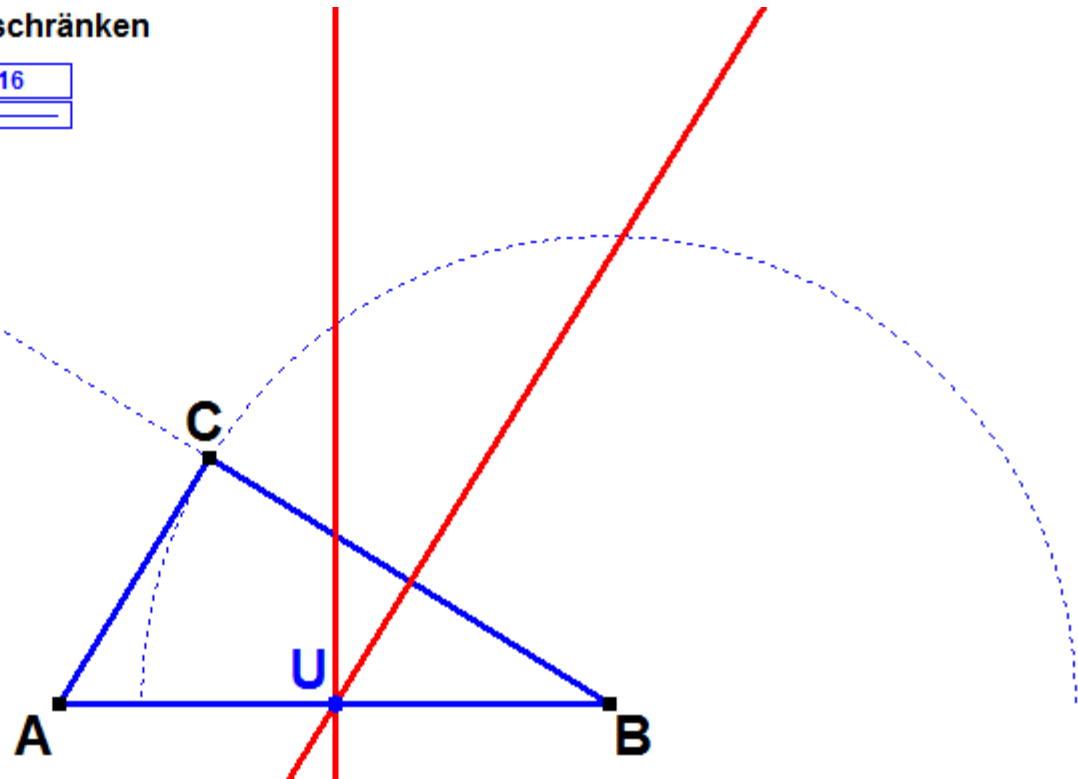
- Finde mit Hilfe der DGS-Datei heraus, wo der Umkreismittelpunkt bei spitzwinkligen, stumpfwinkligen und rechtwinkligen Dreiecken liegt und begründe dies jeweils.

—● Bewegung von C einschränken

0	a = 6,2	16
		

Hinweise:




- Durch Ziehen am blauen Schieberegler a kannst du den Punkt C auf der Halbgeraden [BC bewegen.
- Durch Ziehen am Punkt C kannst du ihn auf dem blauen Kreisbogen bewegen.
- Erreicht C durch eine Verbindung dieser beiden Bewegungen jeden Punkt oberhalb von AB?

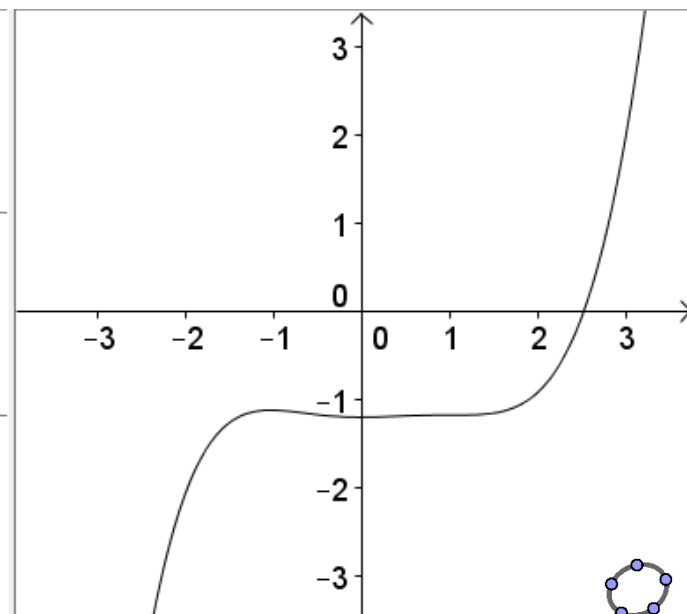


Roth (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen.

► Aufgabe

- ▷ Suche nach Aussagen, aus denen du folgern kannst, dass die Funktion $f: x \mapsto \frac{6}{5} \cdot (x - 1) \cdot \cos(x) - \frac{6}{5} \cdot \sin(x) + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2$ in \mathbb{R} genau vier Extremstellen besitzt.

1 	$f(x) := \frac{6}{5}(x - 1)\cos(x) - \frac{6}{5}\sin(x) + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2$ $\rightarrow f(x) := \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{6}{5}\cos(x) - \frac{6}{5}\sin(x) + \frac{6}{5}x\cos(x)$
2 	$f'(x)$ $\rightarrow \frac{1}{5}(5x^2 + 6\sin(x) - 6x\sin(x) - 5x)$
3 	$\frac{1}{5}(5x^2 + 6\sin(x) - 6x\sin(x) - 5x)$ Faktorisiere: $(x - 1) \cdot \frac{5x - 6\sin(x)}{5}$



Roth (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen.

Klassenarbeiten

- 1 Kurze Tests (≤ 30 Min)
Inhalte: Grundwissen und -fertigkeiten
- 2 Zweigeteilte Prüfungen
Ein Teil mit und ein Teil ohne CW
- 3 Problemlöseprüfungen (≤ 120 min)
Inhalte: Problemlösefähigkeit, Argumentation,
Interpretation, Verbindung mehrerer Grundfähigkeiten



Nutzung von CW

(keine, teilweise, immer)



Dokumentation

(Papier oder CW-Datei)



Alternative Prüfungsformen (längerfristiges Arbeiten)

- 1 digitale Forschungshefte
- 2 Präsentation eigener Erarbeitungen
- 3 Prozessbeurteilung in Gruppenarbeitsphasen



Gewichtung

(wie Klassenarbeiten)






Roth (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen.

(Technische) Probleme

- ▷ Austeilen der Aufgaben & Einsammeln der Bearbeitungen
- ▷ Einheitliche Voraussetzungen auf allen Schülerrechnern
- ▷ „Unterschleif“
- ▷ Anzahl der Rechner
- ▷ Korrektur

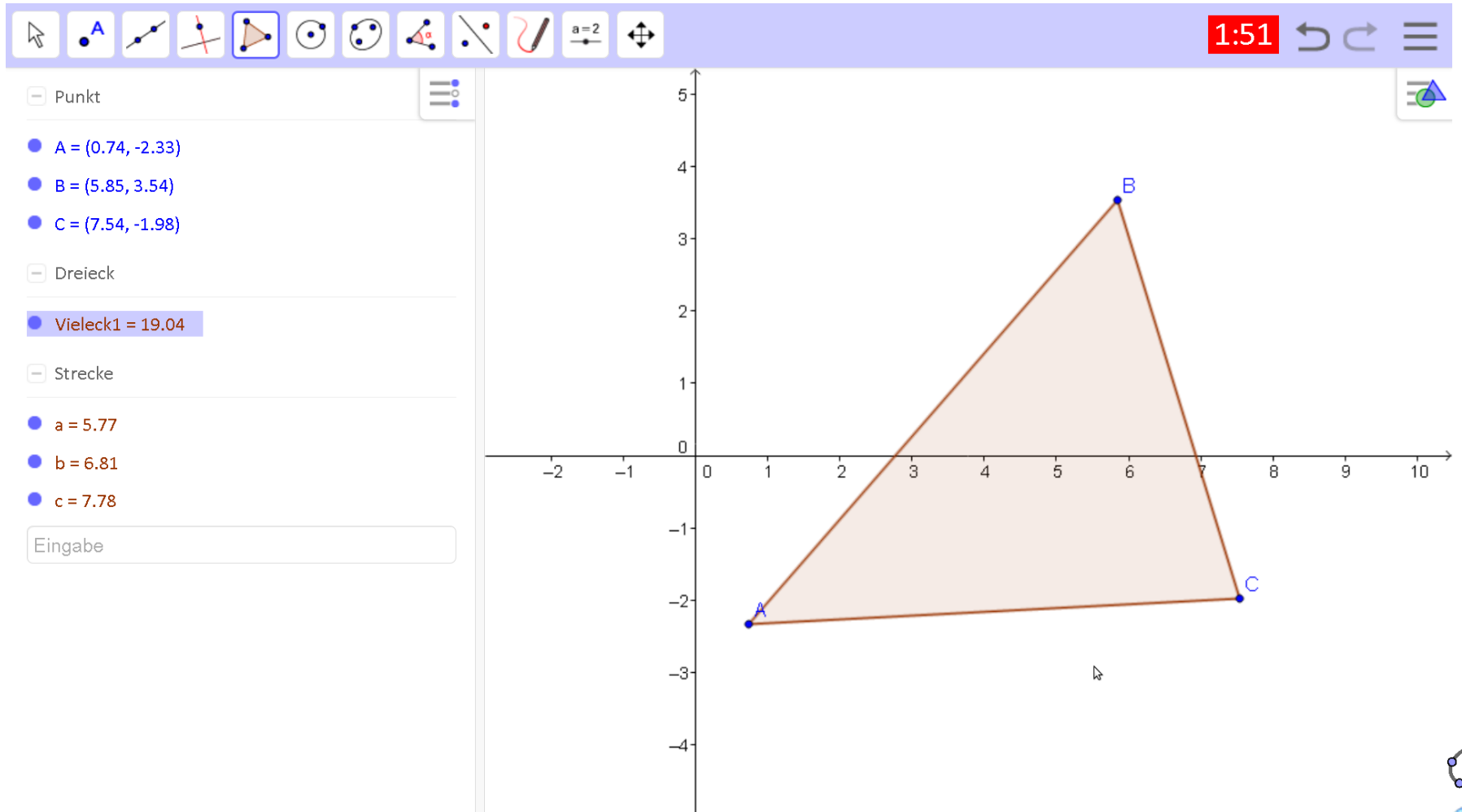


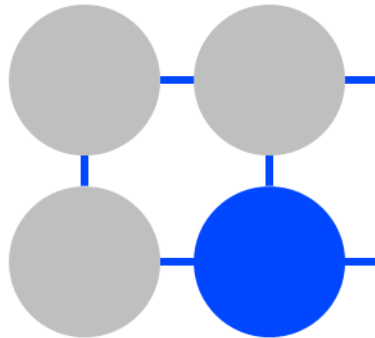
Lösungsansätze

- ▷ Lernstick-Prüfungsumgebung  & GeoGebraExam 
- ▷ paedML Musterlösung Baden-Württemberg 
 - ▶ Austeilen der Aufgaben & Einsammeln auf Knopfdruck
 - ▶ Selbstheilende Arbeitsstation & sichere Klassenarbeitsumgebung
 - ▶ Sperrung von Internet, E-Mail und Tauschverzeichnissen
- ▷ Prüfungsaufgaben, Prüfungsformen
- ▷ Vereinbarungen zur Dokumentation von Lösungswegen

In: Kortenkamp et al. (Hrsg.): Computerwerkzeuge und Prüfungen (S. 67-79). Hildesheim: Franzbecker

<http://community.geogebra.org/de/2015/03/geogebraexam-die-neue-pruefungsumgebung/>
<http://download.geogebra.org/GeoGebraExam/>





**Vielen Dank für
Ihre Aufmerksamkeit**
dms.uni-landau.de • roth.tel