



Jürgen Roth

# Einparken

Ein ideales Thema für  
experimentelle Geometrie  
und Projektarbeit



# Einparken

Ein ideales  
Thema für  
experimentelle  
Geometrie und  
Projektarbeit

1. Das Problem
2. Experimentelle Geometrie
3. Projektarbeit
4. Schülerprojekttage
5. Ergebnisse
6. Ausblick

# Einparken

Ein ideales  
Thema für  
experimentelle  
Geometrie und  
Projektarbeit

1. **Das Problem**
2. Experimentelle Geometrie
3. Projektarbeit
4. Schülerprojekttage
5. Ergebnisse
6. Ausblick

Rüsselsheim

## Einparkassistent für Opel Insignia

Ein elektronischer Parkassistent ist ab sofort als Option für den Opel Insignia zu haben.

Per Knopfdruck lassen sich **Sensoren** an Front und Heck aktivieren, **die** bei langsamer Vorbeifahrt bis Tempo 30 **eine ausreichend große Parklücke** am Straßenrand **erkennen**.

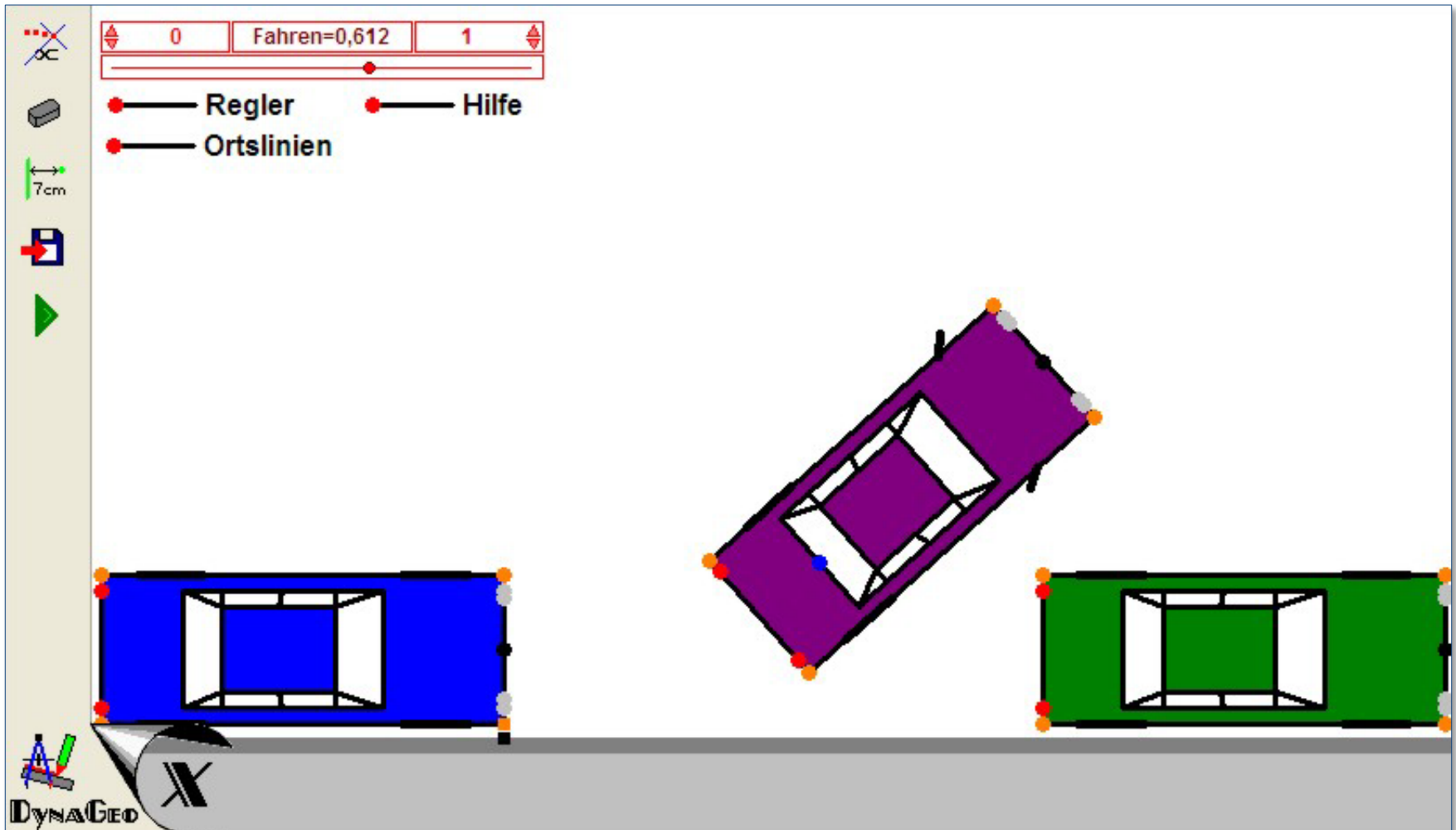
**Ein Display** im Armaturenbrett **zeigt** dann **den richtigen Lenkeinschlag** sowie die **Stopp- und Umlenkpunkte** beim Rangieren.



FOCUS online, 15.06.2009



Wie funktioniert das?





# Einparken

Ein ideales  
Thema für  
experimentelle  
Geometrie und  
Projektarbeit

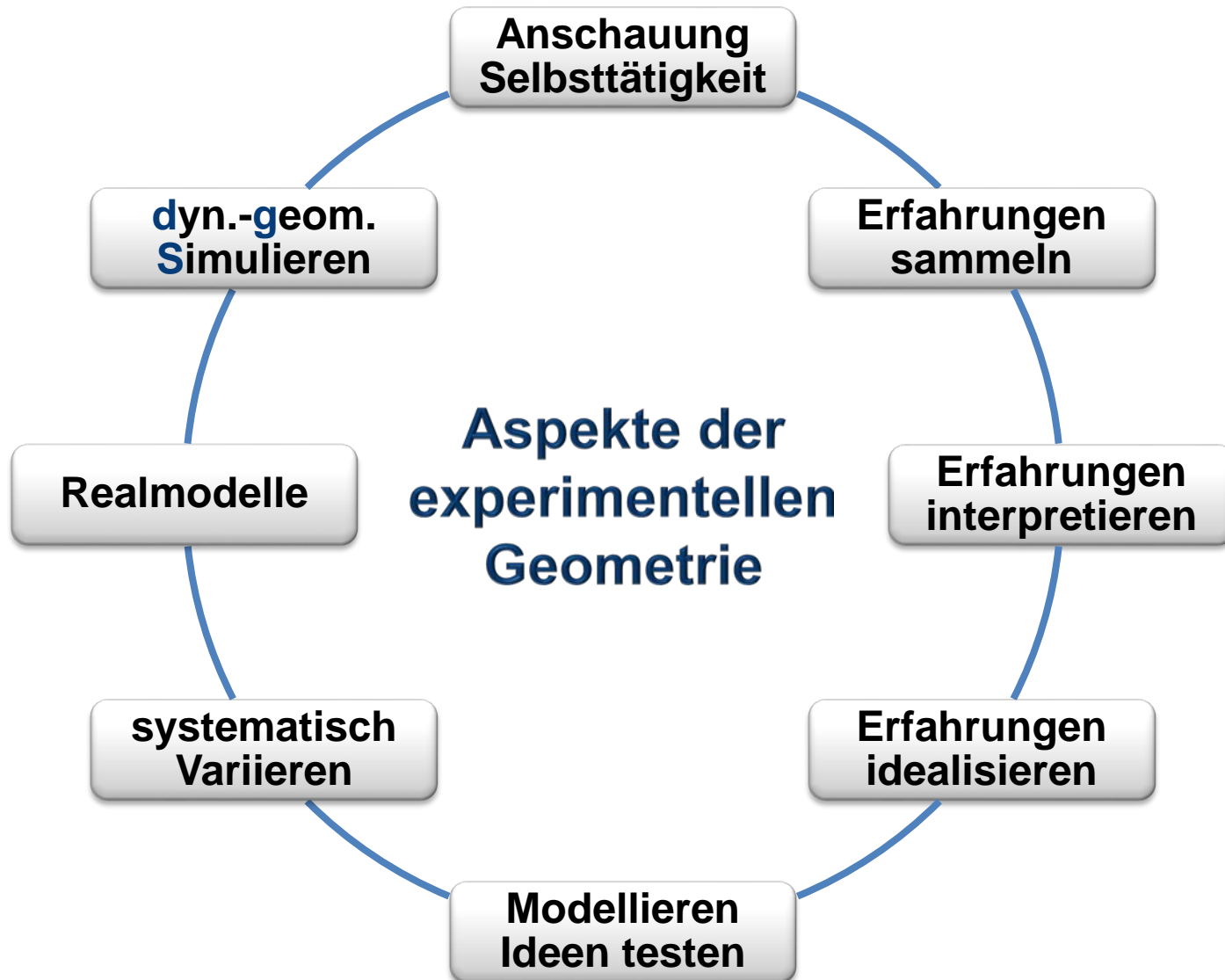
1. Das Problem
2. **Experimentelle Geometrie**
3. Projektarbeit
4. Schülerprojekttage
5. Ergebnisse
6. Ausblick

## ▶ Grundverständnis entwickeln

- ▶ Anschauung, Experiment und propädeutischer Unterricht in allen Schulformen wichtig (Lietzmann, 1912)
- ▶ Erfahrungen an (realen) Modellen sammeln (Lietzmann, 1959)

## ▶ Lebendige Mathematik

- ▶ Erziehung zum anschaulichen, Größen beurteilenden, technisch-wissenschaftlichen Denken
- ▶ Schülern kann deutlich werden, wie viel man im Alltag mit der Mathematik anfangen kann. (Lietzmann, 1955)





SAAB AUTOMOBILE (S)			
900 CABRIO			
Fahrzeug-Ident.-Nr.	YS3AC75D3M7021625	8	
OTTO/GKAT	51	6	Höchstgeschwindigkeit km/h
		180	
Leistung kW bei min. <sup>-1</sup>	K093/06000		
Hubraum cm <sup>3</sup>	01985		
Nutz- oder Aufriegelast kg	---	10	Rauminhalt des Tanks m <sup>3</sup>
		---	
Steh-/Liegeplätze	---	12	Sitzplätze einsch. Fahrerpl. u. Note
		004	
Maße über alles mm	L	04680	B 1690 H 1400
Leergewicht kg	01290	5	Zul. Gesamtgewicht kg
		001780	





## ▶ Bobby-Car-Daten:

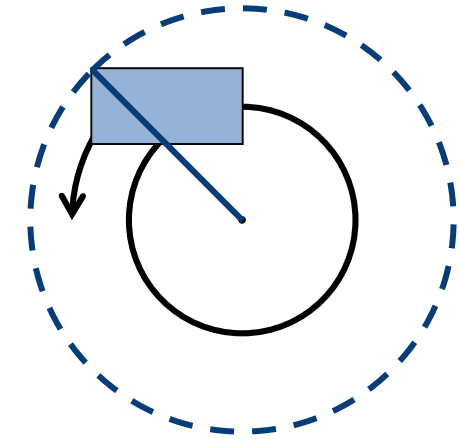
- ▷ Länge: 0,55 m
- ▷ Wendekreisradius: 1,05 m

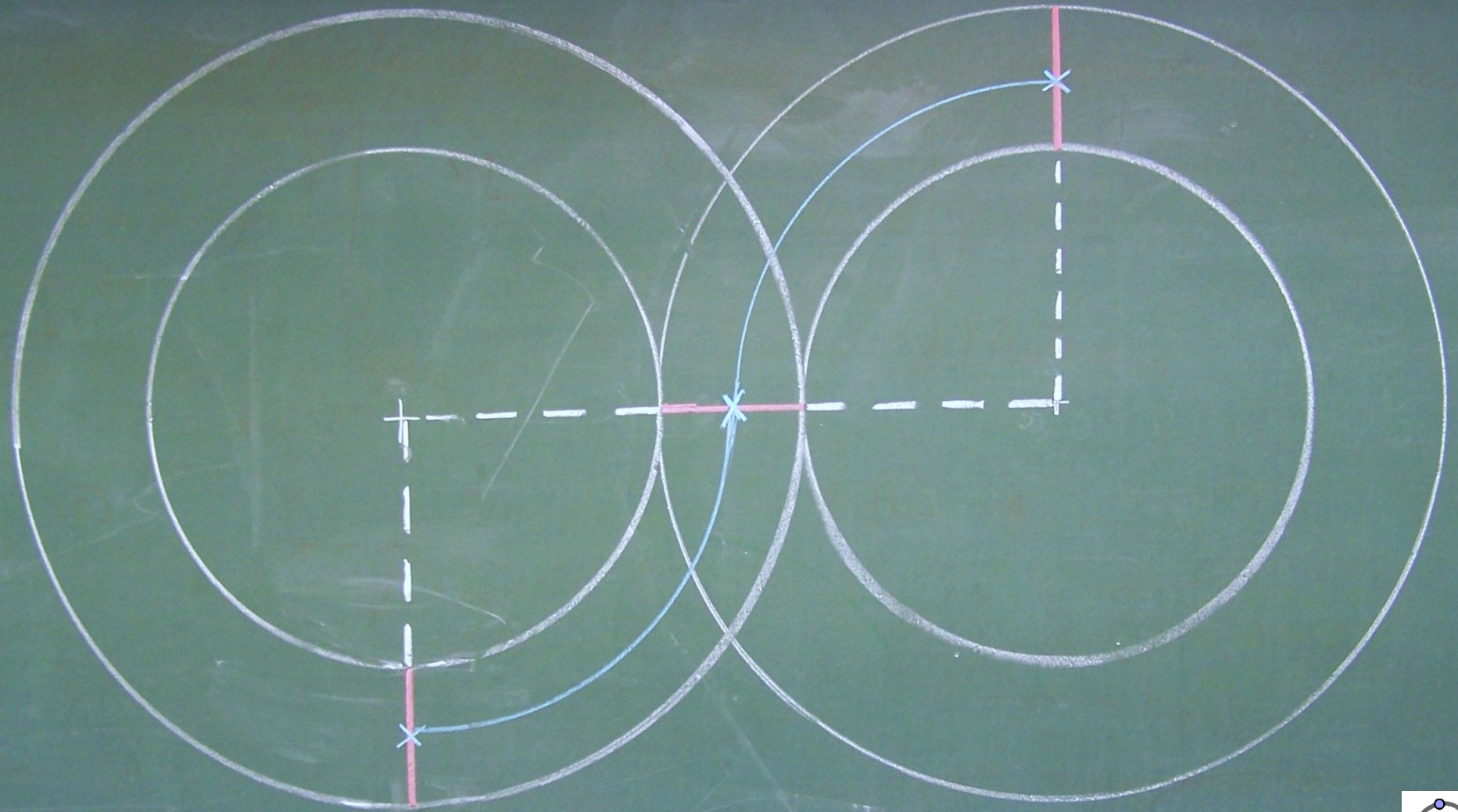
## ▶ „Einparktaktik“ (aus der Fahrschule)

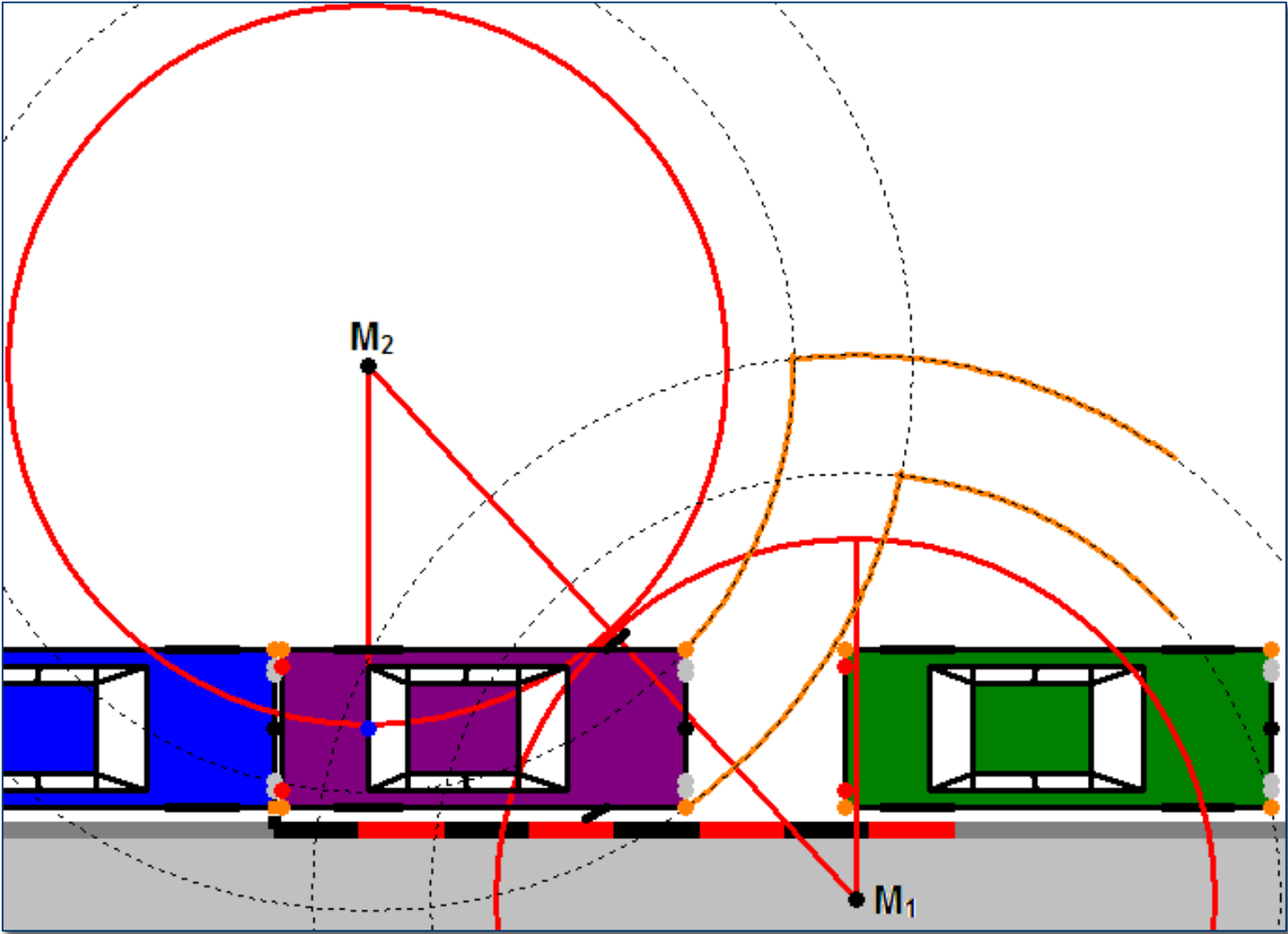
1. geeignete Startposition
2. Lenkrad voll nach rechts einschlagen
3. bis zu einem bestimmten Punkt fahren
4. stehen bleiben
5. vollständig gegenlenken
6. weiter fahren

## ▶ Ortslinien →

- ▷ für Punkte des Bobby-Cars aufzeichnen
- ▷ Heck: „glatte“ Kurven
- ▷ Front: Ortslinien mit „Knick“ (?)







0 | B = 1,98 | 5

0 | fahren=0 | 89,6

0 | l' = 3,49 | 7

0 | Kofferraumlänge=1,08 | 4,9

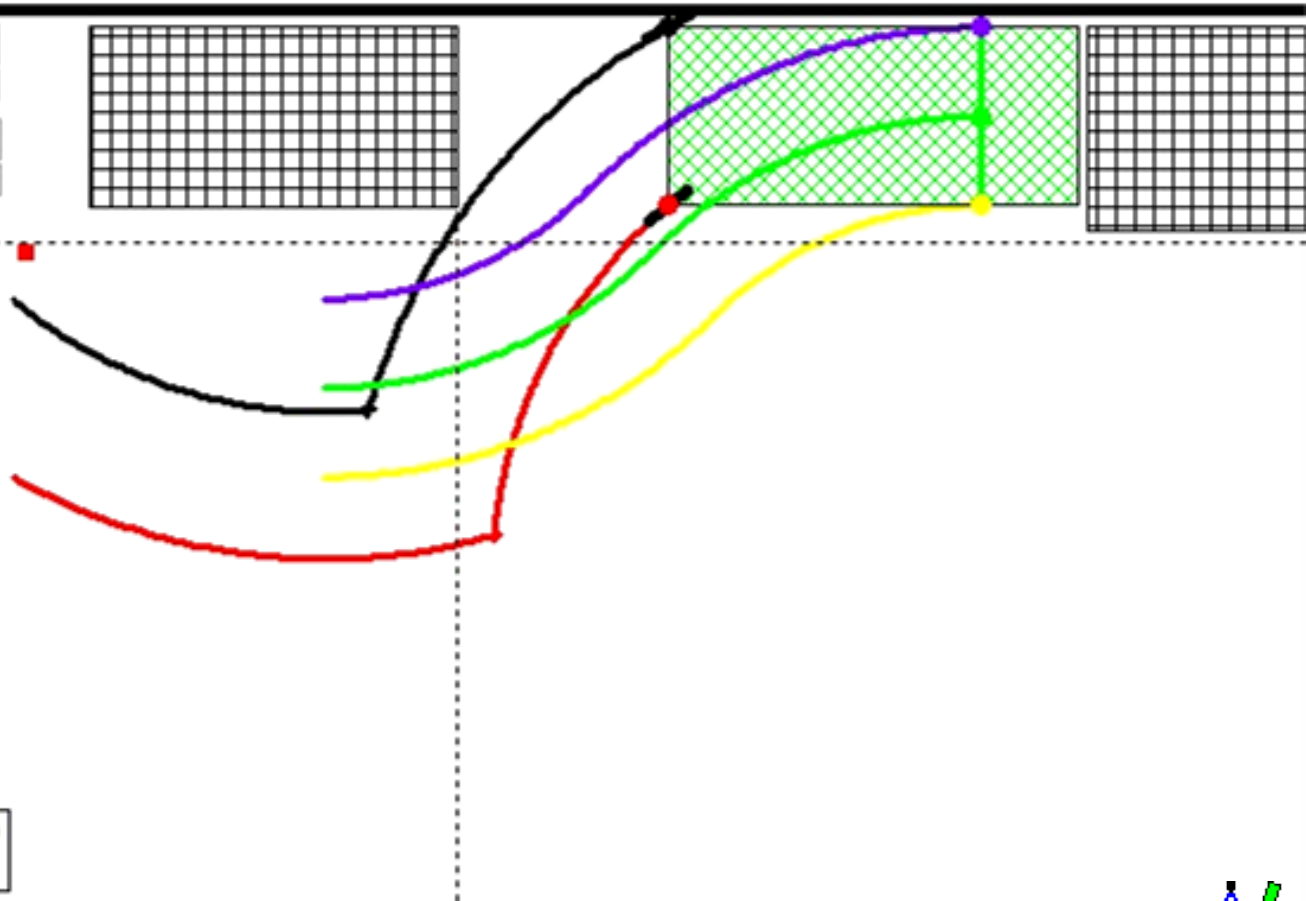
$B' = B/2$   
0,9915

0 | Ra = 7,1 | 9

$(\sqrt{Ra \cdot Ra - l' \cdot l'}) - 0.5 \cdot B$   
5,196

-3 | Z1 = 0,274 | 5

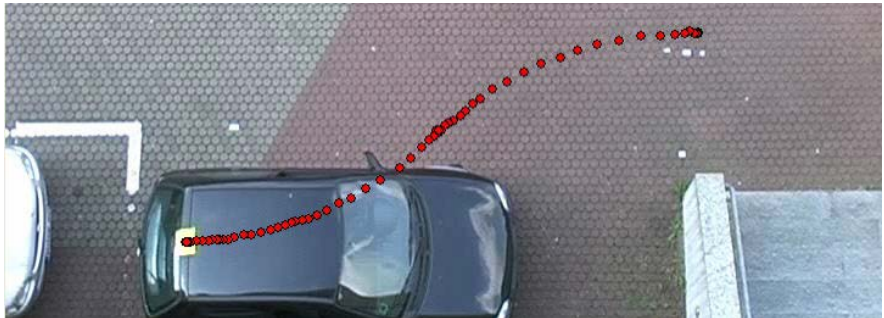
$\arccos(1 + (B + 0.4) / (B - 2 \cdot \sqrt{Ra^2 - l'^2}))$   
39,59







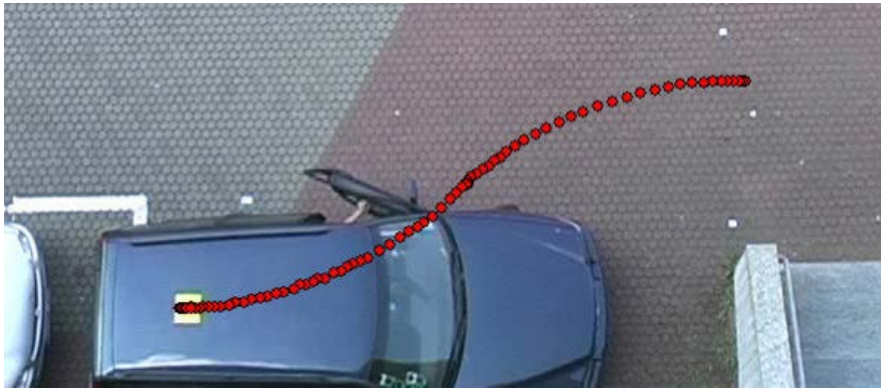
**Opel Corsa**

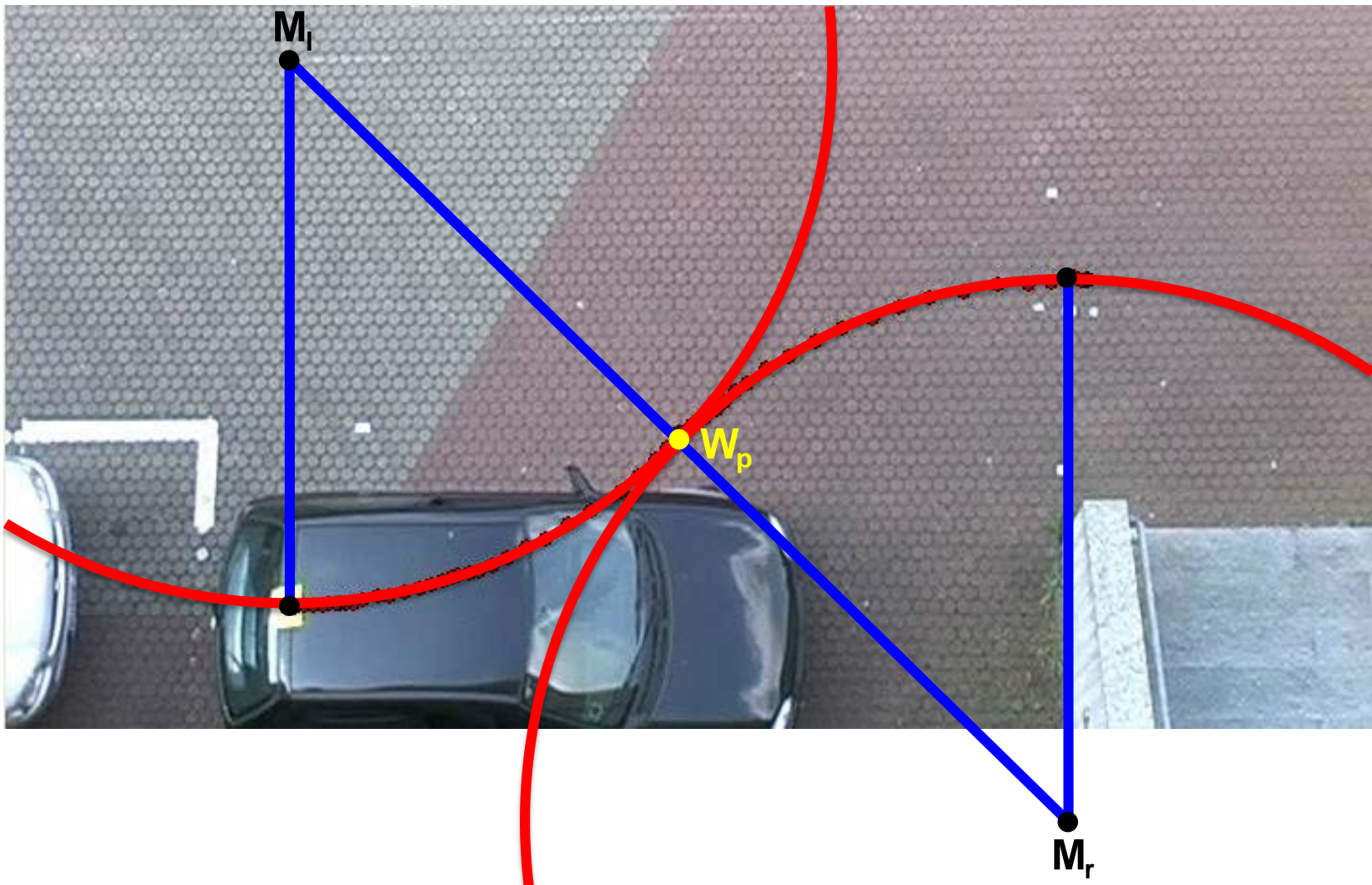


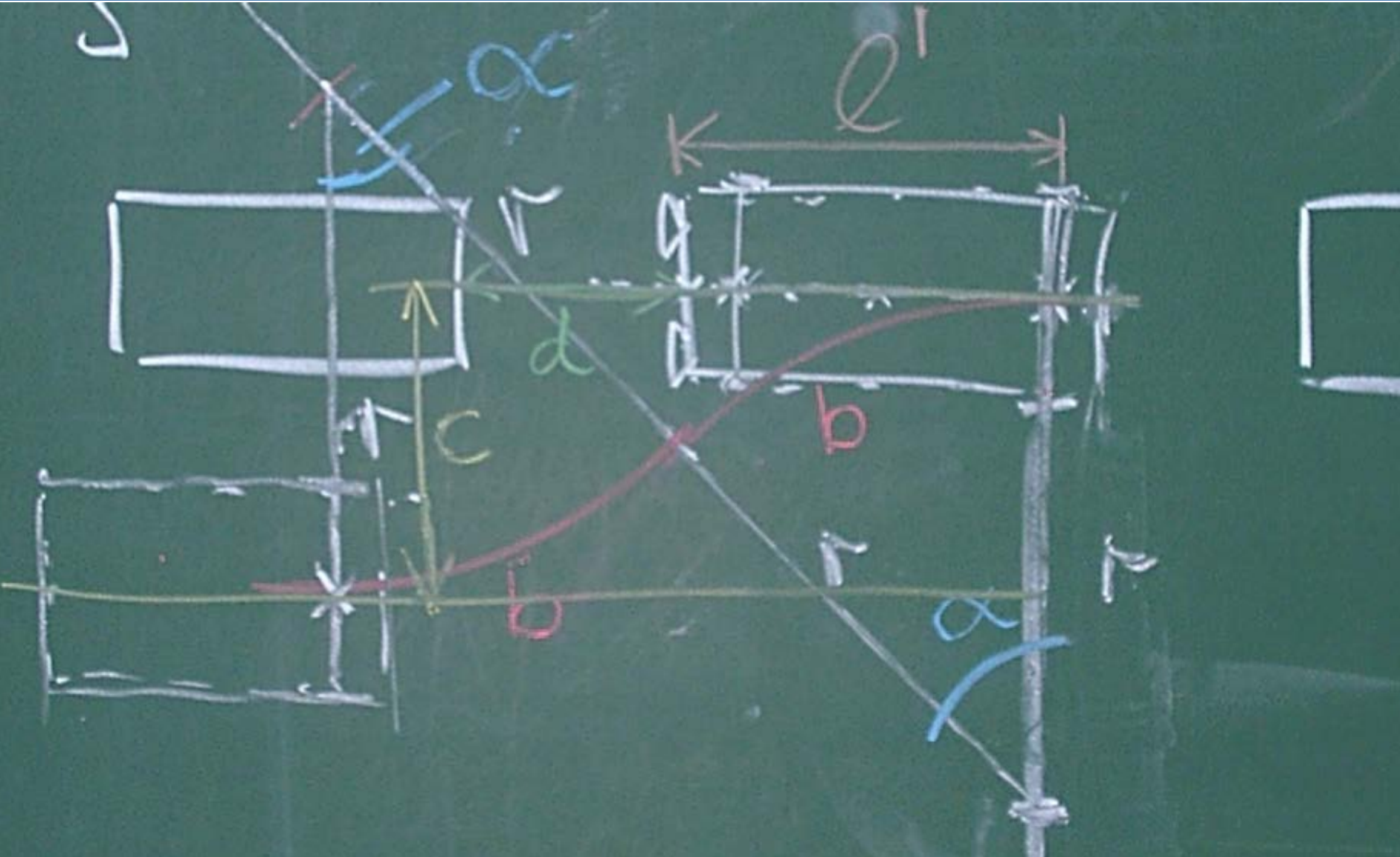
**Ford Focus**



**Volvo V70**









$b = 2r\pi \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$  ;  $\alpha = 45^\circ \Rightarrow b = 2r\pi \cdot \frac{45^\circ}{360^\circ}$   
 $b = 2r\pi \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{4}r\pi$

The diagrams illustrate the geometric construction of a sine wave. The top part shows a circle with radius  $r$  and a  $45^\circ$  sector. The bottom part shows the circle's projection onto a horizontal axis, with a sine wave curve drawn through the points. Labels include  $r$ ,  $45^\circ$ ,  $7r\pi$ ,  $a$ ,  $c$ ,  $2\sin\alpha \cdot r$ , and  $0/d/l$ . A small graph to the right shows a sine wave on a coordinate system with axes labeled  $c$  and  $2\sin\alpha \cdot r$ .

①  
 ②  
 ③

$a = \sin 45^\circ \cdot r$   
 $a = \sqrt{0,5} \cdot r$

# Einparken

Ein ideales  
Thema für  
experimentelle  
Geometrie und  
Projektarbeit

1. Das Problem
2. Experimentelle Geometrie
- 3. Projektarbeit**
4. Schülerprojekttage
5. Ergebnisse
6. Ausblick

## Prozesse

- Zielsetzung
- Planung
- Ausführung
- Beurteilung

## Merkmale

- Ausgangspunkt: Frage
- Schüleraktivität
- Kreativität / Spieltrieb
- Produktorientierung



Wie parkt man richtig ein?

vorwärts  
rückwärts

Kein anderes  
Auto berühren

richtige Kurve

auf  
Spiegel  
aufpassen

Rücksicht auf  
den Verkehr  
Zeitfrage?

Fahrschulregeln  
• sinnvoll?  
• abhängig von  
Situation?

② Quer zur  
Fahrtrichtung (FR)

① Längs zur FR

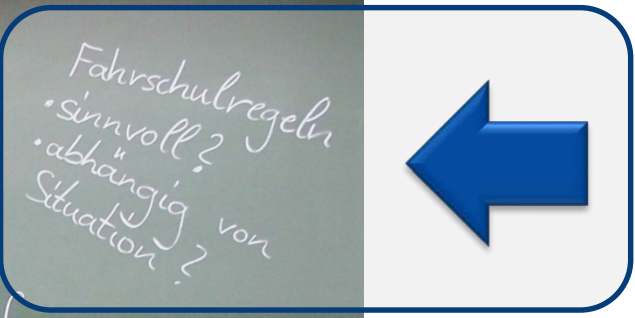
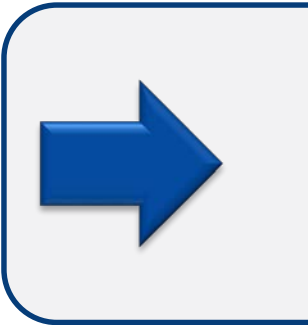
③ Schräg zur FR

Abstände  
der Autos

Seitwärts

Konzeption  
eines Parkplatzes

Ziel:  
Auto  
parallel  
zum  
Bord-  
stein





## „Daten“

- Daten beschaffen
- Messungen durchführen



## „Bobby-Car“

- Experimentieren am Realmodell



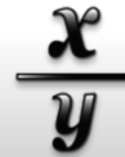
## „DGS“

- dynamisch-geometrisch simulieren



## „Video“

- realen Einparkvorgang filmen und analysieren



## „Formalisierung“

- Gleichungen aufstellen und lösen



## „Programmierung“

- Programm erstellen und optimieren



## „Projektbericht“

- Verlaufsprotokoll erstellen
- Ergebnisse dokumentieren



## „Präsentation“

- Ergebnisse strukturieren
- Präsentation erstellen

# Einparken

Ein ideales  
Thema für  
experimentelle  
Geometrie und  
Projektarbeit

1. Das Problem
2. Experimentelle Geometrie
3. Projektarbeit
4. **Schülerprojekttage**
5. Ergebnisse
6. Ausblick

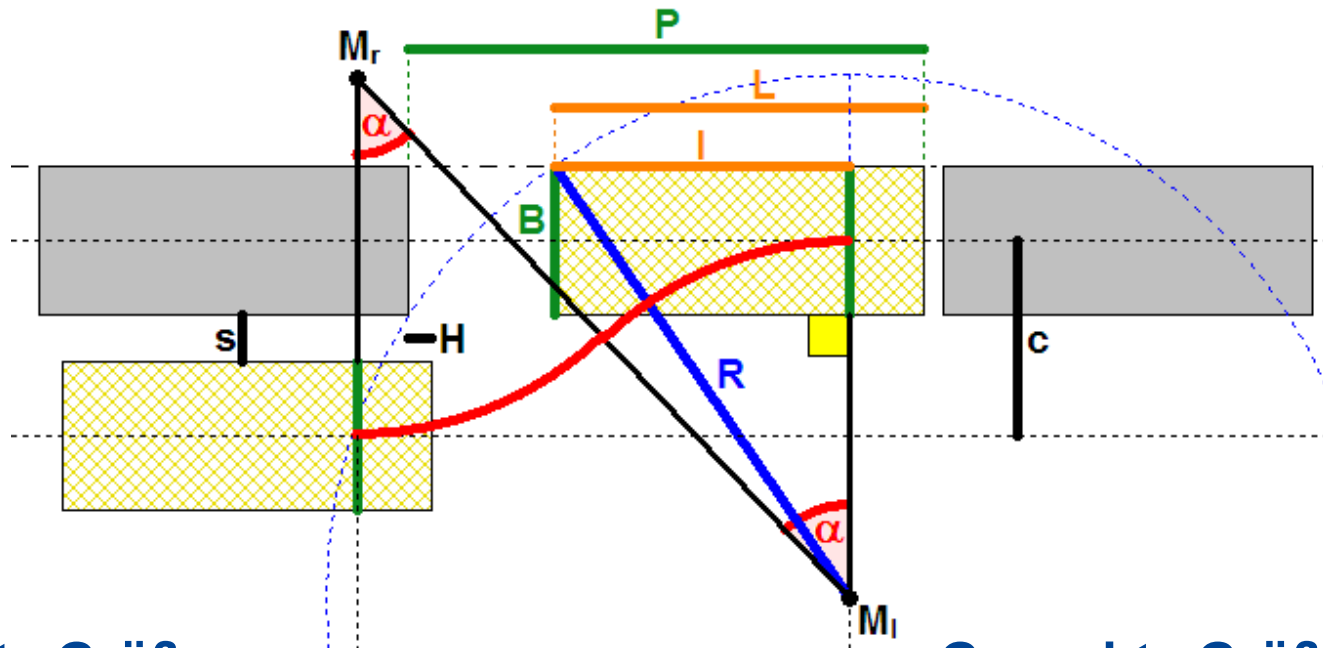




# Einparken

Ein ideales  
Thema für  
experimentelle  
Geometrie und  
Projektarbeit

1. Das Problem
2. Experimentelle Geometrie
3. Projektarbeit
4. Schülerprojekttage
- 5. Ergebnisse**
6. Ausblick



## Bekannte Größen:

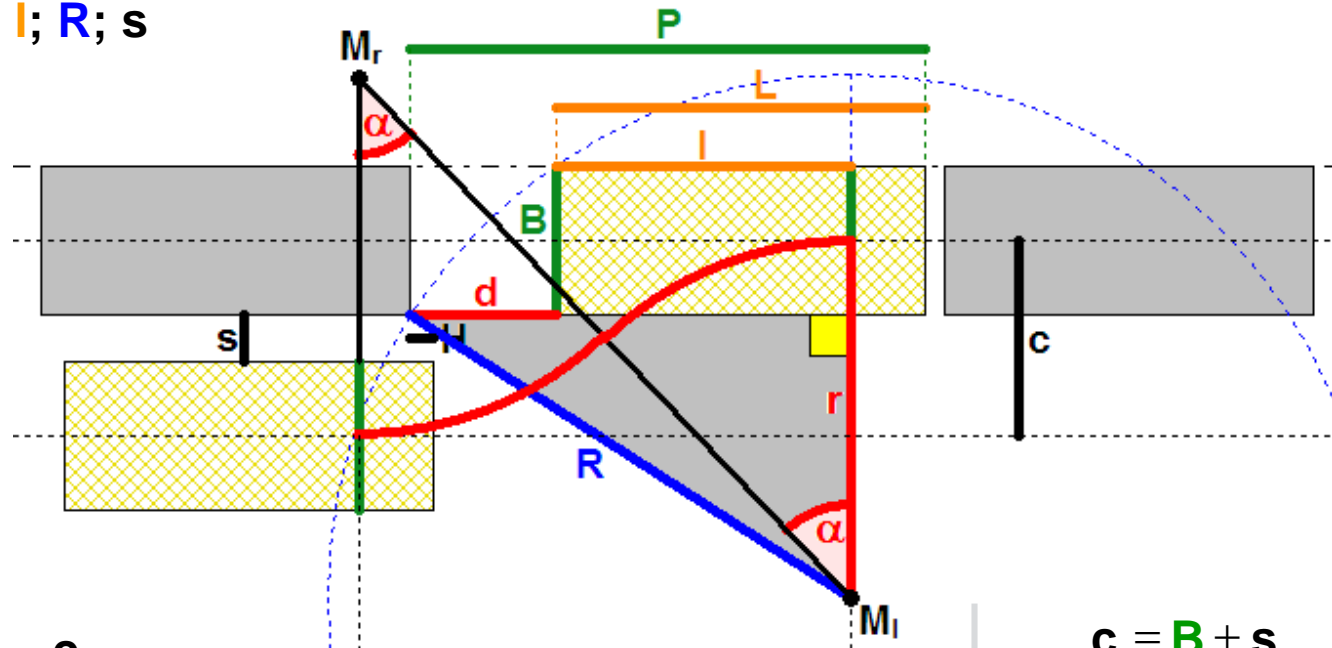
- ▷ Breite **B** des Autos
- ▷ Länge **L** des Autos
- ▷ Abstand HA-Front **I**
- ▷ Wendekreisradius **R**
- ▷ seidl. Sicherheitsabstand **s**

## Gesuchte Größen

- ▷ Mindestlänge **P** der Parklücke
- ▷ Mittelpunktswinkel  **$\alpha$**
- ▷ Abstand „Heck-Heck“ **H**

Bekannt:  $B$ ;  $L$ ;  $l$ ;  $R$ ;  $s$

Gesucht:  $\alpha$ ;  $P$



$$r \cdot \cos \alpha = r - \frac{c}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arccos \left( 1 - \frac{c}{2r} \right) = \arccos \left( 1 + \frac{B + s}{B - 2\sqrt{R^2 - l^2}} \right)$$

$$P = d + L$$

$$= \sqrt{l^2 + 2B\sqrt{R^2 - l^2} - B^2} - l + L$$

$$c = B + s$$

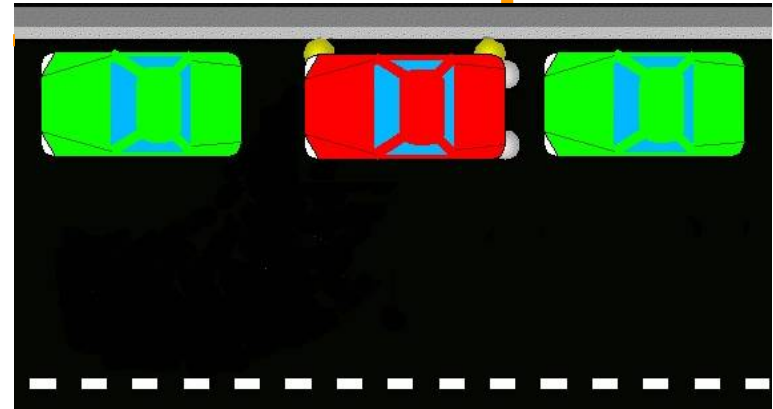
$$R^2 = l^2 + \left( r + \frac{B}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{R^2 - l^2} - \frac{B}{2}$$

$$(d + l)^2 = R^2 - \left( r - \frac{B}{2} \right)^2$$

**Bitte geben Sie die Daten Ihres Autos in das Formular ein und klicken Sie auf berechnen!**

Breite des Autos	<input type="text" value="1998"/>	mm
Länge des Autos	<input type="text" value="4454"/>	mm
Abstand Hinterachse - Front	<input type="text" value="3498"/>	mm
Wendekreisradius	<input type="text" value="5400"/>	mm
Sicherheitsabstand zum nebenstehenden Fahrzeug	<input type="text" value="400"/>	mm



**So parken Sie richtig ein:**

Die Parklücke für Ihr Auto muss eine Mindestlänge von **5.92 Meter** haben.

Beim Einparken müssen sie folgendes beachten: Fahren Sie im seitlichen Abstand von **0.4 Meter** zum vor der Parklücke stehenden Auto an die Parklücke heran.

Fahren Sie so neben das Auto, dass das Heck Ihres Autos **1.01 Meter** hinter dem Heck des Autos zum stehen kommt.

Schlagen Sie das Lenkrad voll ein und fahren Sie rückwärts in die Parklücke, bis die rechte hintere Ecke Ihres Autos **0.83 Meter** von der rechten Kante des vor der Parklücke stehenden Autos entfernt ist bzw. der Winkel zwischen der Seite ihres Autos und der Bordsteinkante **52°** beträgt.

Halten Sie an, schlagen Sie das Lenkrad voll in die andere Richtung ein und fahren Sie weiter rückwärts, bis Sie in der Parklücke sind.



# Einparken

Ein ideales  
Thema für  
experimentelle  
Geometrie und  
Projektarbeit

1. Das Problem
2. Experimentelle Geometrie
3. Projektarbeit
4. Schülerprojekttage
5. Ergebnisse
6. **Ausblick**



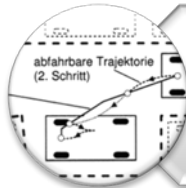
## Vergleich mit anderen Lösungen

Herrmann: Mathematik ist überall / Hoyle



## Weitere Einparktechniken untersuchen

Kontinuierlicher Lenkradeinschlag / Korrekturzüge



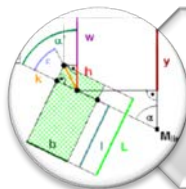
## Techn. Ansätze für Einparkassistenten →

Müller/Deutscher: Zweistufige Trajektorienplanung



## Ansätze mit Robotern testen

Roboter bauen (Sensoren) und programmieren



## Facharbeiten u. ä.

Kreß: Rückwärts Einparken



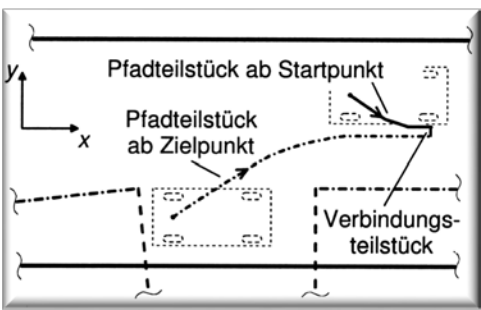
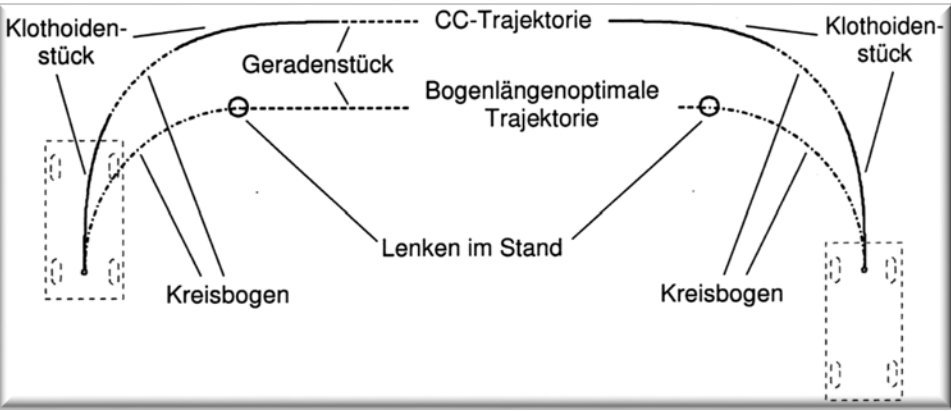
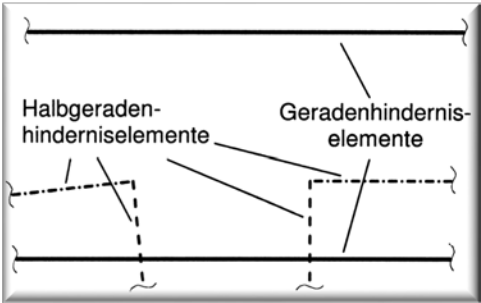
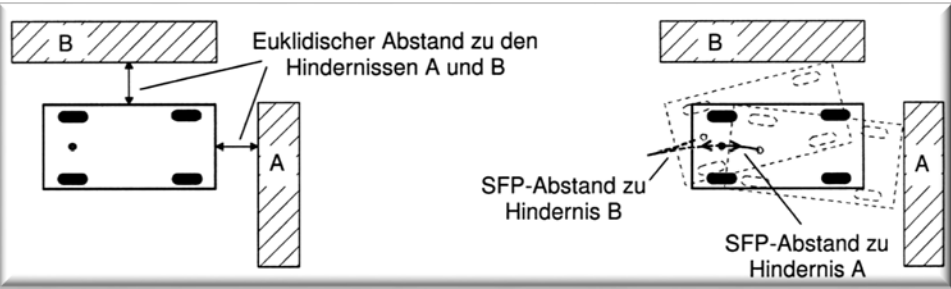
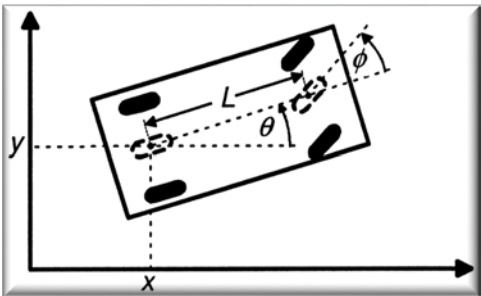
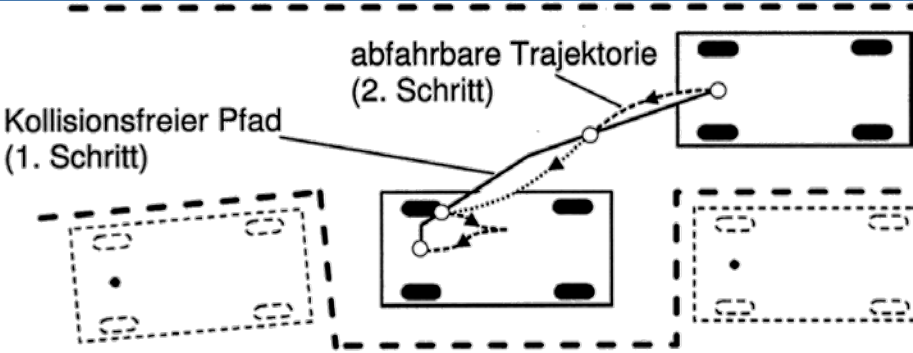
# Einparken



Ein ideales  
Thema für  
experimentelle  
Geometrie und  
Projektarbeit

## Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

 [www.juergen-roth.de/einparken/](http://www.juergen-roth.de/einparken/)



# Ära der selbstfahrenden Autos gestartet

Mercedes-Benz sorgt bei Elektronikmesse in Las Vegas mit Weltpremiere für Aufsehen – Auch Audi, VW und BMW im Rampenlicht

**LAS VEGAS (dpa/mo).** Deutsche Autobauer kapern mit ihren selbstfahrenden Fahrzeugen das Rampenlicht auf der Hausmesse der amerikanischen Elektronik-Branche, der CES in Las Vegas: Eine Wendung im Wettstreit der beiden Industrien um die Zukunft der Mobilität.

Während noch darüber diskutiert wird, ob man selbstfahrende Autos braucht oder nicht, sind sie bereits einfach da. Die Technik-Messe CES (Consumer Electronics Show) in Las Vegas – eigentlich vor allem immer auf Elektronik ausgerichtet – markiert einen Meilenstein. Die Autoindustrie ist soweit, ihre Roboterwagen aus den Labors ins Bewusstsein der Verbraucher fahren zu lassen.

Die Autobranche macht auch gleich deutlich, dass es nicht um eine kurzfristige Mode geht. Audi stellte, wie gestern berichtet, den „A7-Jack“ vor. Und Daimler brachte den Mercedes-Benz-Prototypen F 015 mit, der von Grund auf dafür entworfen wurde, ein selbstfahrendes Auto zu sein. Der Fahrgastraum wurde dadurch verlängert, dass die Achsen wie bei einer Kutsche so weit wie möglich auseinander stehen. Die vorderen Sitze kann man drehen, damit sich die Insassen bequem unterhalten können. Das Auto spricht zudem mit Fußgängern – und jeder der Insassen kann die Kontrolle über das Gefährt übernehmen, sagt Daimler-Chef Dieter Zetsche.

Das klingt alles nach Visionen aus einer Science-Fiction-Zukunft – aber da steht dieses Auto leise surrend auf der Bühne des „Cosmopolitan“-Hotels, die Frontscheibe übersät mit feinem Wüstensand. Nach der Zetsche-Präsentation ist der F 015 noch lange



**Keine Vision, sondern Wirklichkeit: der autonom fahrende F 015 Luxury in Motion von Mercedes-Benz in der bunten Nacht von Las Vegas.** FIRMENFOTOS

von Zuschauern umringt, aus der Nähe wirkt er wuchtiger als es das dezidiert schlanke Profil vermuten lässt. Der Roboter-Mercedes kommt gut an.

Dabei ist die Luxuslimousine so etwas wie ein Gegenentwurf zu den minimalistischen selbstfahrenden Zweisitzern von Google (wir berichteten). Zetsche findet sogar eine philosophische Existenzberechtigung für das große selbstfahrende Auto. „Das wertvollste Gut im 21. Jahrhundert sind privater Raum und Zeit“, sagt er. So ein autonomer Mercedes biete gleich beides. Es sei der dritte Ort neben Zuhause und Büro, an dem man sich aufhält.

Bereits im August 2013 hatte Daimler als erster Autohersteller der Welt einen Mercedes-Benz der S-Klasse autonom fahren lassen. Und zwar auf einer rund 100 Kilometer langen Strecke von Mannheim nach Pforzheim – jener Route, die die Pionierin Bertha Benz als erste automobile Fernfahrt gewagt hatte.

Eine Studie der IT-Marktforschungsfirma Gartner hatte 2014 ergeben, dass 41 Prozent der deutschen Autobesitzer Interesse hätten, als nächstes Fahrzeug ein Auto mit autonomen Fähigkeiten zu kaufen. Und zugleich würden 45 Prozent der deutschen Autobesitzer ihren Wagen auf-



**Rollende Luxuslounge fürs Autopilot-Zeitalter: das Konzeptfahrzeug F 015 von innen. Ob oder wann es auf den Markt kommt, steht noch in den Sternen.**

geben, wenn sie stattdessen einen autonomen Fahrzeugservice abonnieren könnten.

Auch VW nährt sich schrittweise dem autonomen Fahren. Auf der CES stellt der Autobauer den nächsten Entwicklungsschritt vor: Statt nur die Parklücke mit Sensoren zu vermessen und dem Fahrer das Lenken abzunehmen, ist die Einparkhilfe des in Las Vegas gezeigten Elektro-Golf lernfähig und kann sich Rangierfahrten merken. In einem ersten Schritt kann sich der Fahrer laut VW beim „Trained Parking“ auf der gespeicherten Route von seinem Wagen auf den Parkplatz chauffieren lassen. In weiteren Ent-

wicklungsstufen soll er aber auch schon vorher aussteigen und das Auto mit dem Mobiltelefon oder einer Smartwatch auf die Stellfläche dirigieren können.

Mit der Weiterentwicklung des pilotierten Parkens beschäftigen sich auch andere Autobauer. BMW etwa hat zur CES ein Forschungsfahrzeug auf Basis des Elektro-Kompaktwagens i3 mitgebracht, dessen Parkassistent per Smartwatch aktiviert wird. Damit findet das Auto laut Hersteller dank 360-Grad-Laserscannern und weiterer Sensoren im Parkhaus allein den Weg zur nächsten freien Lücke und zurück.

**NILS ERKLÄRT**