MaTeGnu

Mathematik mit **Te**chnologie an **G**rundvorstellungen orientiert **n**achhaltig **u**nterrichten

GeoGebra
als Werkzeug in Prüfungen

Jürgen Roth

24.11.2025 Kohorte 1 • 2. Modultag • PL Speyer

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

RPTU Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern Landau

GeoGebra-Prüfungsmodus

GeoGebra Prüfungsmodus

- MMS - Beta-Version
- WTR – Endgültige Version

https://mategnu.de/mms

https://mategnu.de/wtr

„FAQ"-Veröffentlichung der KMK (!?)

Kritische Stellungnahmen der Verbände

Digitale Mathematikwerkzeuge

Digitale Mathematikwerkzeuge

Entwicklung mathematischer Kompetenzen durch sinnvollen Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge unterstützen

Unterricht und Prüfungen

Einer durchgängigen Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht folgt dann auch deren Einsatz in der Prüfung.

Potenzial digitaler Werkzeuge

entfaltet sich im Mathematikunterricht

- beim Entdecken mathematischer Zusammenhänge, insbesondere durch interaktive Erkundungen beim Modellieren und Problemlösen,
- durch Verständnisförderung für mathematische Zusammenhänge, nicht zuletzt mittels vielfältiger Darstellungsmöglichkeiten,
- durch Reduktion schematischer Abläufe und Verarbeitung größerer Datenmengen,
- durch Unterstützung individueller Präferenzen und Zugänge beim Bearbeiten von Aufgaben einschließlich reflektierter Nutzung von Kontrollmöglichkeiten.

Kultusministerkonferenz (2012). Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife.18.10.2012
https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf

Wo können wir mit MaTeGnu ansetzen?

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

GeoGebra

Grund-vorstellung

- Tragfähiges mentales Modell für einen Begriff oder ein Verfahren
- Grundlage für die Verständnisentwicklung

1 Hilfsmittelfreier Teil: Kursarbeit/Abitur
- Schwerpunkt: Technisch-algorithmisches Können

2 Hilfsmittelteil in Kursarbeit/Abitur
- Schwerpunkt: (Grund-)Verständnis
- Technische Umsetzung mit MMS

3 Operatoren
- Ausgestaltung der Erwartungen
- Korrektur in Kursarbeiten/Abitur

4 Protokollierung der MMS-Arbeit
- Klärung der Erwartungen
- Korrektur in Kursarbeiten/Abitur

5 Selbst gestellte Abituraufgaben
- Aufgaben grundvorstellungsorientiert
- MMS & Anforderungsbereiche zielführend

6 Eingereichte Zentralabitur-Aufgaben
- Aufgaben grundvorstellungsorientiert
- MMS & Anforderungsbereiche zielführend

Operatoren

Operator	Erläuterung
angeben, nennen	Für die Angabe bzw. Nennung ist keine Begründung notwendig.
entscheiden	Für die Entscheidung ist keine Begründung notwendig.
beurteilen	Zu fällendes Urteil ist zu begründen.
beschreiben	Bei einer Beschreibung kommt einer sprachlich angemessenen Formulierung und ggf. einer korrekten Verwendung der Fachsprache besondere Bedeutung zu. Eine Begründung für die Beschreibung ist nicht notwendig.
erläutern	Die Erläuterung liefert Informationen, mithilfe derer sich z. B. das Zustandekommen einer grafischen Darstellung oder ein mathematisches Vorgehen nachvollziehen lassen.
deuten, interpretieren	Die Deutung bzw. Interpretation stellt einen Zusammenhang her z. B. zwischen einer grafischen Darstellung, einem Term oder dem Ergebnis einer Rechnung und einem vorgegebenen Sachzusammenhang.
begründen, nachweisen, zeigen	Aussagen oder Sachverhalte sind durch logisches Schließen zu bestätigen. Die Art des Vorgehens kann – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben – frei gewählt werden (z. B. Anwenden rechnerischer oder grafischer Verfahren). Das Vorgehen ist darzustellen.

Operatoren (Fortsetzung)

Operator	Erläuterung
berechnen	Die Berechnung ist ausgehend von einem Ansatz darzustellen.
bestimmen, ermitteln	Die Art des Vorgehens kann – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben – frei gewählt werden (z. B. Anwenden rechnerischer oder grafischer Verfahren). Das Vorgehen ist darzustellen.
untersuchen	Die Art des Vorgehens kann – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben – frei gewählt werden (z. B. Anwenden rechnerischer oder grafischer Verfahren). Das Vorgehen ist darzustellen.
grafisch darstellen, zeichnen	Die grafische Darstellung bzw. Zeichnung ist möglichst genau anzufertigen.
skizzieren	Die Skizze ist so anzufertigen, dass sie das im betrachteten Zusammenhang Wesentliche grafisch beschreibt.

Mündliche Abiturprüfung
Zwei Stoßrichtungen des MMS-Einsatzes

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Digitale Lernumgebung

Nutzung von GeoGebra-Applets aus dem Unterricht

Grundvorstellungen und Verständnisanker erläutern

Anwendung auf „neue" Situation(en)

Abbildung in zwei Aufgabentypen

1. Grundvorstellungen zu zentralen Konzepten erläutern & anwenden
2. Probleme mit Hilfe von MMS lösen

Digitales Werkzeug

Selbstständige Nutzung als Werkzeug zur Problemlösung (Vollständiges GeoGebra nutzen lassen, *nicht* MMS)

Erklärung der inhaltlichen und technischen Vorgehensweise

Roth, J. (2019). **Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht: Konzepte, empirische Ergebnisse und Desiderate**. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.), Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht – Konzepte und Beispiele aus Forschung und Praxis (S. 233-248). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Roth, J. (2022). **Digitale Lernumgebungen – Konzepte, Forschungsergebnisse und Unterrichtspraxis.** In G. Pinkernell et. al. (Hrsg.). *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule. Aktuelle Forschungsbefunde im Überblick* (S. 109-136). Berlin: Springer Spektrum.

Aufgaben-Typen und –Reihenfolge
(auch als Bewertungsaspekte nutzbar)

1 Erst Denken, dann mit GeoGebra arbeiten
Schriftliche Vorhersagen zu den erwarteten Versuchsausgängen einfordern.

2 Direkter Bezug zu Handlungen mit GeoGebra
Handlungen mit GeoGebra konkret benennen und zu genauem Beobachten sowie schriftlichem Festhalten der Beobachtungen & Ergebnisse auffordern.

3 GeoGebra-Repräsentationen nutzen und in Beziehung setzen
Verschiedene durch das GeoGebra-Applet angebotene Repräsentationen zueinander in Beziehung setzen lassen.

4 Reflexion der Ergebnisse
Reflexionsfragen zu den beobachteten/erarbeiteten Ergebnissen, verbunden mit der Aufforderung die Reflexionsergebnisse schriftlich festzuhalten.

5 Anwendung und Transfer einfordern
Anwenden der Ergebnisse auf die Situation einfordern und reflektieren lassen. Transfer der Erkenntnisse auf Situationen mit ähnlichen Kontexten initiierten.

Roth, J. (2022). **Digitale Lernumgebungen – Konzepte, Forschungsergebnisse und Unterrichtspraxis.** In G. Pinkernell et. al. (Hrsg.). *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule. Aktuelle Forschungsbefunde im Überblick* (S. 109 -136). Springer Spektrum.

Aufgabenformate:
Prüfen inhaltlicher Vorstellungen

RPTU Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Was prüfen?	Beispiele für Aufgabentypen
Vorstellungen zur Mathematisierung nutzen	**(1) Eine gegebenen Sachsituation Mathematisieren** z. B.: *Geben Sie eine Funktion für den Gesamteffekt, der im Sachkontext gegebenen Änderungsfunktion an.* **(2) Analysieren einer falschen Mathematisierung** z. B.: *Erläutern Sie, warum die Inflationsrate keine Ableitung der Preisniveau-Funktion ist. Vergleichen Sie dazu die Formel für die Inflationsrate (…) mit dem Differenzenquotienten.*
Vorstellungen zur Veranschaulichung und Interpretation nutzen	**(3) Zuordnen von Mathematisierung und Sachsituation oder Bild** z. B.: *Geben Sie an, welcher der Funktionsgraphen A, B, C, D und E alle folgenden Eigenschaften besitzt und begründen Sie Ihre Antwort:* $f'(0) < 0$, $f'(1) < 0$ *und* $f''(x) < 0$ **(4) Interpretieren eines mathematischen Ausdrucks im Bild/Sachkontext** z. B.: *Interpretieren Sie die Bedeutung des Integrals in Bezug auf die im Sachzusammenhang gegebene Änderungsfunktion.*
Sachverhalte und Rechenverfahren durch Rückgriff auf inhaltliche Vorstellungen erklären	**(5) Erklären eines Rechenverfahrens unter Rückgriff auf eine geometrische oder inhaltliche Interpretation** z. B.: *Erläutern Sie die Schritte zur Bestimmung einer Maximalstelle* x_0 $(f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) < 0)$ *anhand der Graphen von* f, f' *und* f'' **(6) Erklären komplexer Sachverhalte durch Rückgriff auf inhaltl. Vorstellungen** z. B.: *Erklären Sie die Beziehung zwischen Integrieren & Differenzieren im Sachzusammenhang*

Hußmann, S. & Prediger, S. (2003). Vorstellungsorientierte Analysis – auch in Klassenarbeiten & zentr. Prüfungen. *PM 52(31)*, 35-38

Lernen und Leisten

Prüfungen sollten …

- Ziele von Bildungsstandards und Lehrplänen widerspiegeln
- im Einklang mit den Lehr- & Lern-praktiken des Unterrichts stehen
- Lernenden die Möglichkeit geben ihr Wissen und ihre Fähigkeiten geeignet darzustellen

Prüfungen verdeutlichen …

welche Kenntnisse und Fähigkeiten für wichtig erachtet und honoriert werden

(Art der Aufgaben, geprüfte Fähigkeiten, Anzahl der Bewertungseinheiten, erlaubte Hilfsmittel)

Assessment

should not merely be done to students; rather, it should also be done for students, to guide and enhance their learning.

NCTM: Principles und Standards for School Mathematics

Constructive Alignment

In **Prüfungen** muss qualitativ und quantitativ das abgefragt werden, was auch den **Unterricht** qualitativ und quantitativ prägt.

Henning Körner

Roth, J. (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen. In U. Kortenkamp, A. Lambert & A. Zeimetz (Hrsg.), Computerwerkzeuge und Prüfungen – Aufgaben mit Technologieeinsatz im Mathematikunterricht. (S. 67-79). Hildesheim: Franzbecker.

Zeitplan Modultag 2

Zeit	Aktivität	Teilnehmende
9:30 – 9:35	**Begrüßung & Überblick weiteres Vorgehen**	**alle**
9:35 – 10:05	**Vortrag: Verständnisorientierung in der Integralrechnung**	**alle**
	Wechselpause	
10:15 - 12:15	**WS I: Einstieg in die Integralrechnung** Material und Vorgehensweise kennenlernen – Schwerpunkt Rekonstruktion	**PLG**
	Mittagspause	
13:15 - 13:45	**Plenum: GeoGebra als Werkzeug in Prüfungen** (Anmerkungen zum aktuellen Stand KMK-MMS und dem Umgang damit)	**alle**
	Wechselpause	
13:55 – 16:00	**WS II: MaTeGnu in den eigenen Unterricht einbinden** Einbettung in gesamtes Unterrichtskonzept	**Fokus** Ableitung / Integral
	Kaffeepause	
16:15 – 17:00	**Planung Erprobung, Terminfindung**	**PLG**

Kontakt

Bitte auschecken!
https://mategnu.de/checkout

Prof. Dr. Jürgen Roth

RPTU
Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Kaiserslautern-Landau
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7, 76829 Landau

j.roth@rptu.de

juergen-roth.de
mategnu.de

RPTU