MaTeGnu

Mathematik mit **Te**chnologie
an **G**rundvorstellungen orientiert
nachhaltig **u**nterrichten

Unterrichts- und Aufgabenkultur für einen verständnisorientierten GeoGebra-Einsatz

Jürgen Roth

19.06.2024 Pädagogisches Landesinstitut Speyer

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

RPTU Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern Landau

RPTU Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern Landau

MaTeGnu

Unterrichts- & Aufgabenkultur für einen verständnisorientierten GeoGebra-Einsatz

1. Grundvorstellungen?!
2. Aufgaben systematisieren und für Grundvorstellungen öffnen
3. Einsatz von MMS im MU und in Prüfungen

dms.nuw.rptu.de/mategnu

RPTU

1 Grundvorstellungen?!

Begriffsklärungen

MaTeGnu

Kompetenz

Wissen und Können, sowie die Fähigkeit und Bereitschaft diese flexibel und erfolgreich einzusetzen.

- Inhaltsbezogene Kompetenzen
- Prozessbezogene Kompetenzen

Grundvorstellung

- Tragfähiges mentales Modell für einen Begriff oder ein Verfahren
- Grundlage für die Verständnisentwicklung

Fundamentale Ideen

- Weite (logische Allgemeinheit)
- Fülle (vielfältige Anwendbarkeit)
- Sinn (im Alltagsleben verankert)

Grundfertigkeit

- Anwendung von Routinekalkülen
- Anwendung des Grundwissens in einer typischen Situation (geforderte Operation vorgegeben)

Grundwissen

- für einen Inhaltsbereich grundlegende Fakten (Begriffe, Definitionen, Formeln, Sätze, ...)
- sollte auswendig gewusst werden

Grundvorstellungen

MaTeGnu

Grundvorstellungen

- repräsentieren abstrakte Begriffe anschaulich und bilden die Grundlage für das Verstehen
- ermöglichen eine Verbindung zwischen abstrakter Mathematik und außer- sowie innermathematischen Anwendungen
- unterstützen / ermöglichen Repräsentationswechsel

Zwei Typen von Grundvorstellungen

- **Primäre Grundvorstellungen**
  haben ihre Wurzeln in gegenständlichen Handlungserfahrungen
- **Sekundäre Grundvorstellungen**
  werden mit mathematischen Darstellungsmitteln repräsentiert

Roth, J. & Siller S. (2016). Bestand und Änderung – Grundvorstellungen entwickeln und nutzen. *Mathematik lehren, 199*, S. 2-9

Primäre Grundvorstellungen

Wurzeln in gegenständlichen Handlungserfahrungen

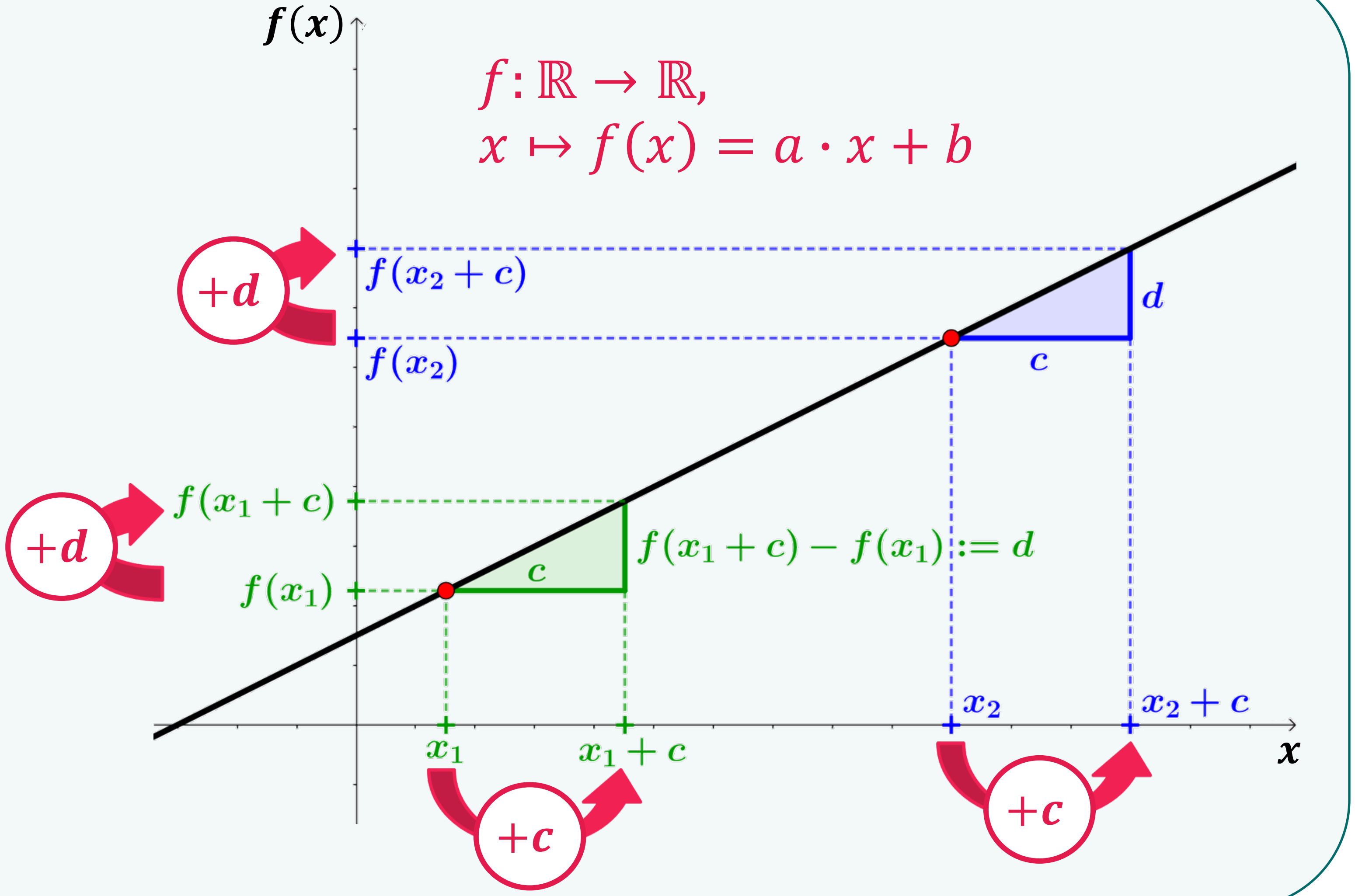
MaTeGnu

 Roth, J. & Siller S. (2016). Bestand und Änderung – Grundvorstellungen entwickeln und nutzen. *Mathematik lehren, 199*, 2-9

Sekundäre Grundvorstellungen

Dargestellt mit mathematischen Repräsentationen

MaTeGnu



$$
\begin{aligned}
& f(x + c) \\
& = a \cdot (x + c) + b \\
& \overset{DG}{\hat{=}}\; a \cdot x + a \cdot c + b \\
& \overset{KG}{\hat{=}}\; \underbrace{a \cdot x + b}_{=f(x)} + \underbrace{a \cdot c}_{:=d} \\
& = f(x) + d
\end{aligned}
$$

https://www.geogebra.org/m/e7pwurmn
Roth, J. & Siller S. (2016). Bestand und Änderung – Grundvorstellungen entwickeln und nutzen. Mathematik lehren 199, S. 2-9

Ausbilden von Grundvorstellungen: Ziele

MaTeGnu

Sinnzusammenhänge herstellen

- An bekannte Situationen / Handlungsvorstellungen anknüpfen

Prototypisches Beispiel als Verständnisanker

Mentale Repräsentationen aufbauen

- Mentales operatives Handeln ermöglichen

Struktur in neuen Situationen anwenden

- Erkennen der Struktur in Sachzusammenhängen
- Modellieren von Phänomenen mit Hilfe der mathematischen Struktur

 Vgl. vom Hofe, R. (2003). Grundbildung durch Grundvorstellungen. *Mathematik lehren, 118*, 4-8

Verständnisanker

MaTeGnu

Verständnisanker
Prototypische Situation zum Ausbilden von Grundvorstellungen & einem Erklärungskontext zu einem mathematischen Sachverhalt.

Eine **Situation** eignet sich als Verständnisanker, wenn

- sie leicht durchschaut werden kann und
- alle für ein Verständnis wesentlichen Strukturelemente vorkommen und gedeutet werden können.

Ziel des Aufbaus eines Verständnisankers
Lernende können in neuen Situationen, in denen der mathematische Sachverhalt eine Rolle spielt, durch Analogiebildung zum Verständnisanker, passende Grundvorstellungen aktivieren.

Beispiel
Ein Verständnisanker für Grundvorstellungen zu Funktionen ist der Zusammenhang zwischen dem Lebensalter und der Körpergröße eines Menschen.

Näheres zu diesem Verständnisanker:
Roth, J. & Lichti, M. (2021). Funktionales Denken entwickeln und fördern. Mathematik lehren, 226, 2-9.
https://www.geogebra.org/m/vxj3b49w

Roth, J. & vom Hofe, R. (2023). Verständnisvoll lernen – Grundvorstellungen vernetzen und Verständnisanker nutzen. *Mathematik lehren, 236*, 6-9.

Zusammenhang: Alter ↦ Körpergröße

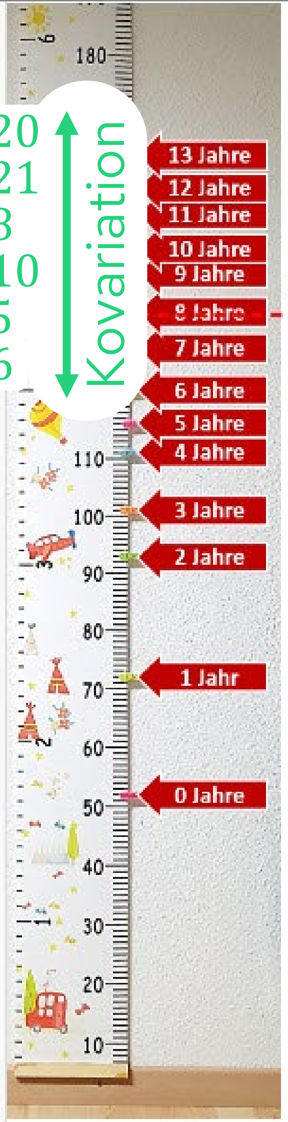
MaTeGnu

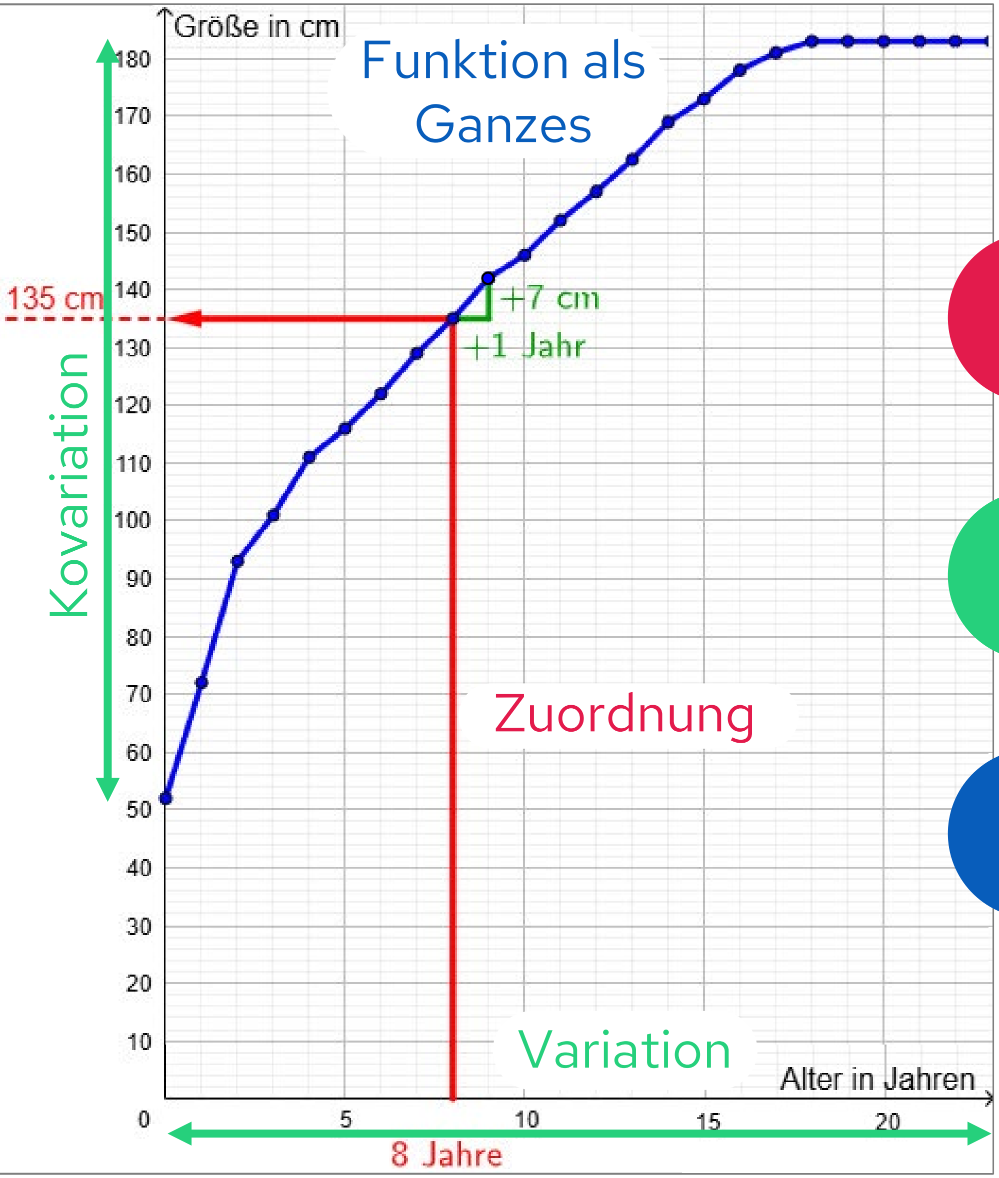
	A	B
1	Alter in Jahren	Größe in cm
	0	52
	1	72
	2	93
	3	101
	4	111
	5	116
	6	122
9		
10		
11		
12	10	146
13	11	152
14	12	157
15	13	162.5
16	14	169
17	15	173
18	16	178
19	17	181
20	18	183
21	19	183
22	20	183
23	21	183
24	22	183
25		

Variation: +1 +1 +1 +1 +1 +1

Kovariation: +20 +21 +8 +10 +5 +6

Zuordnung





Grundvorstellung Zuordnung

Grundvorstellung Kovariation

Grundvorstellung Funktion als Ganzes

WS 1b WS 1a

Roth, J. & Lichti, M. (2021). Funktionales Denken entwickeln und fördern. *Mathematik lehren, 226, 2-9.*

https://www.geogebra.org/m/vxj3b49w

RPTU

2 Aufgaben

systematisieren und für Grundvorstellungen öffnen

Systematisierung von Aufgaben

MaTeGnu

Aufgabentyp	Gegeben	Weg	Gesucht
Vollständig gelöste Aufgabe (Stimmt das?)	✓	✓	✓
Grundaufgabe / einfache Bestimmungsaufgabe (Was kommt raus?)	✓	✓	✗
Einfache Umkehraufgabe (Was war gegeben?)	✗	✓	✓
Strategiefindungs- / Begründungsaufgabe (Wie komme ich dahin?)	✓	✗	✓
Schwierigere Bestimmungsaufgabe (Wie gehe ich vor und was kommt raus?)	✓	✗	✗
Schwierigere Umkehraufgabe (Was muss gelten und wie gehe ich vor?)	✗	✗	✓
Eigene Aufgabenkonstruktion / eigene Anwendung finden (So gehe ich in verschiedenen Fällen vor.)	✗	✓	✗
Offene Problemsituation (Überlegen, was ich herausfinden will, wie ich rechne, was herauskommt.)	✗	✗	✗

Eilers, K.; Bergmann, L. (2010). Erstes Üben auf eigenem Niveau – Mit Aufgabensets die Selbsteinschätzung fördern. ml 162, 14-17

Aufgabentypen in Unterrichtssituationen

MaTeGnu

Aufgaben zum	Merkmale
Erkunden	▪ Anknüpfen an Präkonzepte ▪ Offen für individuelle Lösungswege ▪ aktive Wissenskonstruktion
Systematisieren	▪ Konvergenzerzeugend ▪ Brückenschlag zu „fertiger" Mathematik ▪ Konservierung durch Dokumentation
Üben	▪ Automatisierung und Reflexion fördern ▪ Wissensqualität, Transfer und Vernetzung
Anwenden	▪ Stärkung von weitem Transfer ▪ Kompetenzerleben
Überprüfen	▪ Transparente Erwartungen ▪ Valide Operationalisierung ▪ Diagnose und Feedback ermöglichen

Leuders, T. (2015). Aufgaben in Forschung und Praxis. In: Bruder, R., Hefendehl-Hebeker, L., Schmidt-Thieme, B., Weigand, H.-G. (Hrsg.). Handbuch der Mathematikdidaktik (S. 439). Berlin: Springer Spektrum.

Aufgaben für (Grund-)Vorstellungen öffnen

MaTeGnu

Was wird gefordert?	Beispiele für Aufgabentypen
(Grund-)Vorstellungen zur Mathematisierung nutzen	**(1)** Eine gegebene Sachsituation mathematisieren (vgl. Aufgabe 1 ➦) **(2)** Analysieren einer falschen Mathematisierung (vgl. Aufgabe 2 ➦)
(Grund-)Vorstellungen zur Veranschaulichung und Interpretation nutzen	**(3)** Zuordnen von Mathematisierung und Sachsituation oder Bild (vgl. Aufgabe 3 ➦) **(4)** Interpretieren eines mathematischen Ausdrucks im Sachkontext (vgl. Aufgabe 4.1 ➦: Sachkontext → mathematischer Ausdruck und Aufgabe 4.2 ➦: mathematischer Ausdruck → Sachkontext)
Sachverhalte und Rechenverfahren durch Rückgriff auf inhaltliche Vorstellungen erklären	**(5)** Erklären eines Rechenverfahrens unter Rückgriff auf eine geometrische oder inhaltliche Interpretation (vgl. Aufgabe 5 ➦) **(6)** Erklären komplexer Sachverhalte durch Rückgriff auf inhaltliche Vorstellungen (vgl. Aufgabe 6 ➦)

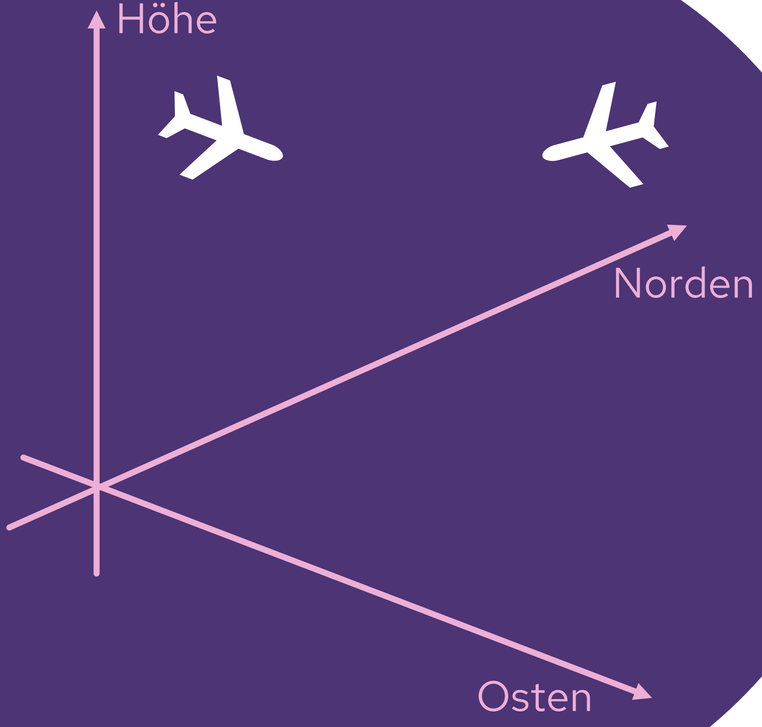
Hußmann, S. & Prediger, S. (2003). Vorstellungsorientierte Analysis – auch in Klassenarbeiten & zentr. Prüfungen. *PM 52(31)*, 35-38

Flugsicherung

MaTeGnu

Aufgabe 1 – Flugsicherung

„Glück gehabt?!", denkt sich Herr Falk, der Fotograf dieser beiden Kondensstreifen. Gegen 11:00 Uhr morgens im Abstand von nur wenigen Sekunden, ziehen zwei Flugzeuge am Himmel vorbei. Die Bahnen der zwei Flugzeuge scheinen sich zu kreuzen und wäre die erste Maschine nur etwas später gekommen, dann wäre eine Kollision wohl nicht zu verhindern gewesen.

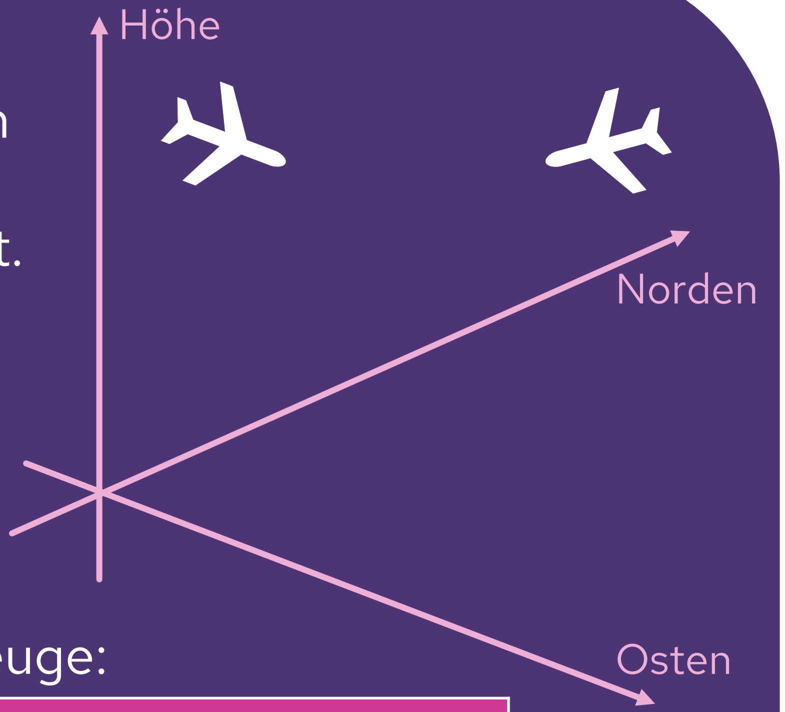


 Hußmann, S. (2003). Mathematik entdecken und erforschen. Berlin: Cornelsen, 122

Flugsicherung

MaTeGnu

Aufgabe 1 – Flugsicherung: Neben den Piloten tragen Fluglotsen die Verantwortung für die Flugzeuge. Sie sind während des gesamten Flugs über den Flugweg informiert. Mit Hilfe von Radarantennen, die im ganzen Bundesgebiet verteilt sind, wird die Flugstrecke überwacht. Die Antennen messen in zeitlichen Abständen die Entfernung des Flugzeugs zur Antenne, die Höhe des Flugzeugs und die Richtung als Winkel. Die Daten werden vom Computer in drei Koordinaten – Norden, Osten, Höhe – (jeweils in Meter) übersetzt. Das ermöglicht eine Darstellung auf dem Monitor.



Auf Nachfrage erhält Herr Falk jeweils drei Orte für die beiden Flugzeuge:

Flugzeug \ Zeit	11 : 10 : 10	11 : 10 : 15	11 : 10 : 20
Boing 767-299	(80, 112, 10380)	(1102, 978, 10366)	(2132, 1843, 10370)
Douglas DC 10-30F	(-78, 2302, 10045)	(988, 1103, 10062)	(2054, -96, 10079)

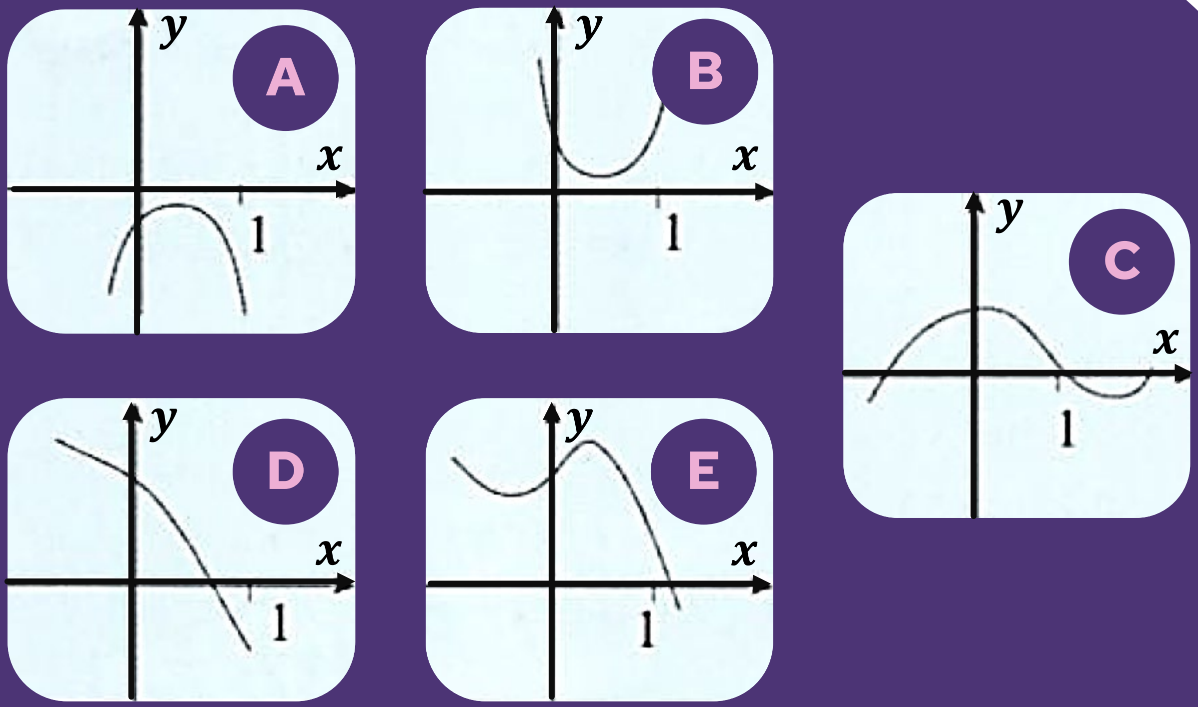
 Hußmann, S. (2003). Mathematik entdecken und erforschen. Berlin: Cornelsen, 122

Graphen analysieren

Aufgabe 2 – Graphen analysieren

Lernende sollten einen Funktionsgraph skizzieren, der alle folgenden Eigenschaften erfüllt:

- $f'(0) < 0$,
- $f'(1) < 0$ und
- $f''(x)$ ist immer negativ



Analysieren Sie die nebenstehenden fünf von Lernenden skizzierten Funktionsgraphen **A**, **B**, **C**, **D** und **E.** Geben Sie an, welche(r) der Graphen die geforderten Eigenschaften aufweist und begründen Sie Ihre Antwort.

Hußmann, S. & Prediger, S. (2003). Vorstellungsorientierte Analysis – auch in Klassenarbeiten & zentr. Prüfungen. *PM 52(31)*, 35-38

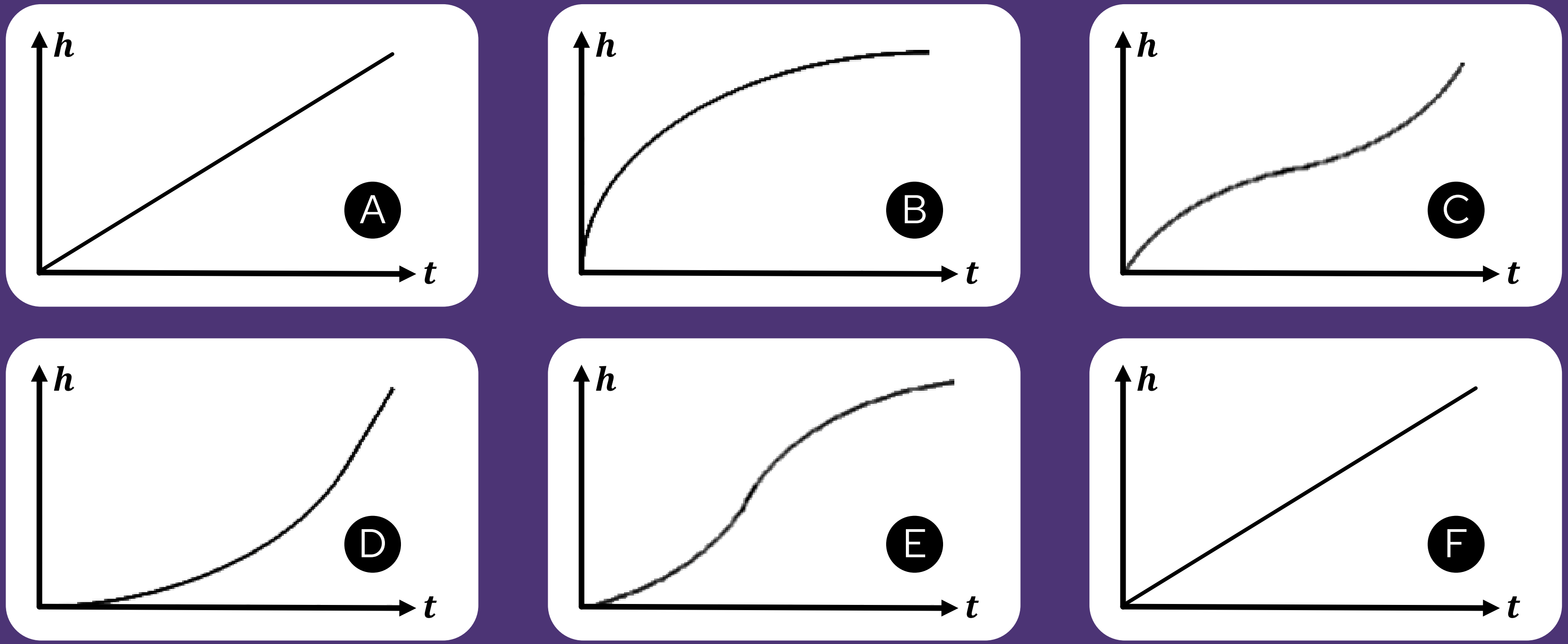
Gefäße füllen

Aufgabe 3 – Gefäße füllen

Verschiedene Gefäße mit den Nummern **1** bis **6** werden gleichmäßig (mit konstanter Zuflussgeschwindigkeit) mit Wasser gefüllt.

Die Funktionsgraphen **A** bis **F** stellen jeweils den funktionalen Zusammenhang zwischen der Füllhöhe h eines Gefäßes in Abhängigkeit von der Zeit t dar.

Ordnen Sie den Gefäßen jeweils einen passenden Funktionsgraph zu und begründen Sie Ihre Auswahl.



Tauchvorgang

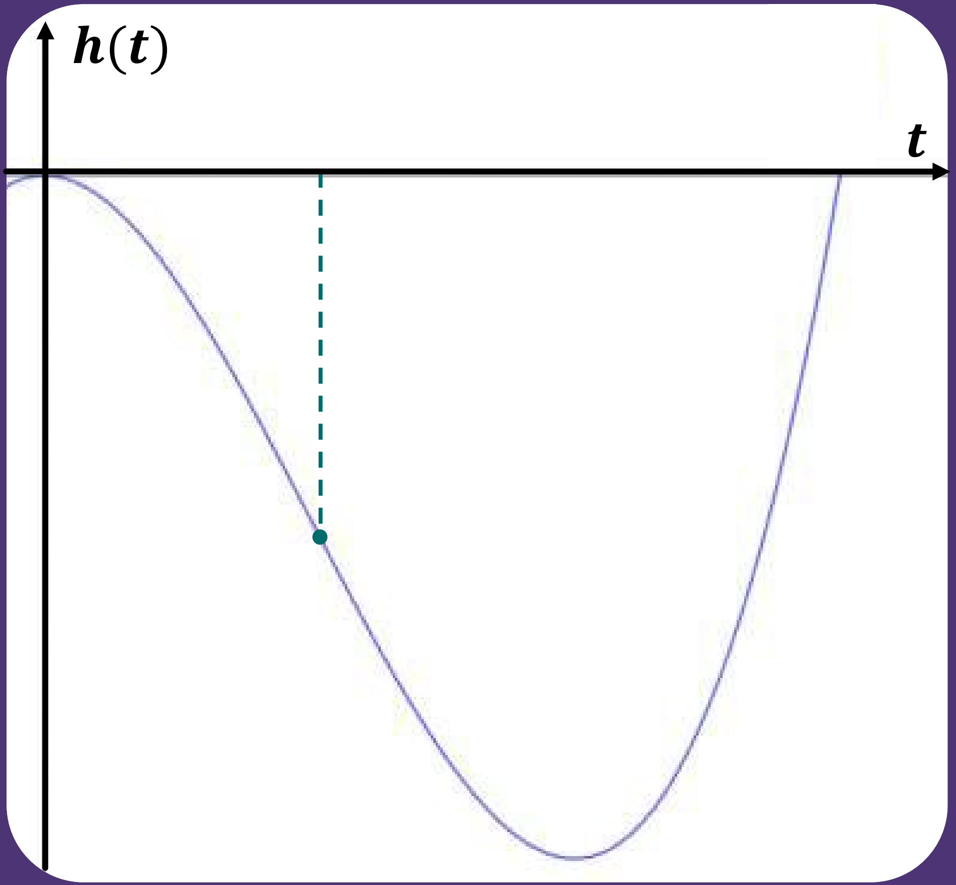
MaTeGnu

Aufgabe 4.1 – Tauchvorgang
Der Tauchvorgang eines U-Bootes wird durch eine Funktion $h(t)$ beschrieben, deren Graph rechts dargestellt ist. Dabei gibt $h(t)$ die Tauchtiefe unter der Oberfläche in Meter an, t ist die Zeit in Stunden.

a) Beschreiben Sie die Situation zum eingezeichneten Zeitpunkt t im Sachzusammenhang.

b) Erklären Sie mathematisch mithilfe des Graphen, dass das U-Boot zum eingezeichneten Zeitpunkt t am schnellsten sinkt.

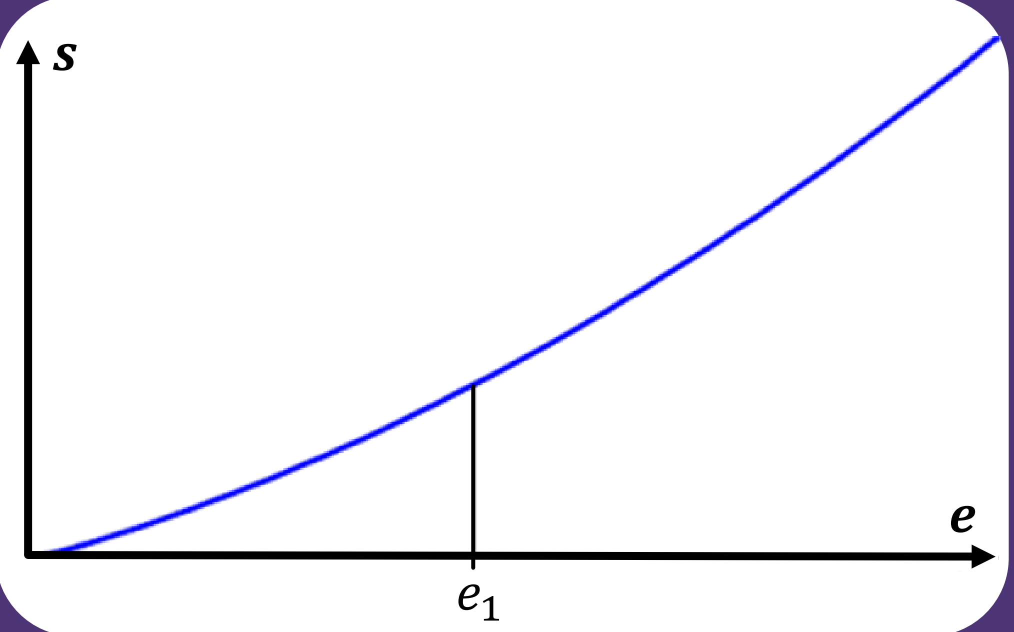
→ Finden Sie aus Sicht jeder der vier Grundvorstellungen eine Erklärung!



MaTeGnu

Aufgabe 4.2 – Einkommenssteuer

Es sei $s: e \mapsto s(e)$ die Funktion, die jedem Einkommen e die zugehörige Einkommenssteuer s zuordnet. e_1 ist das Einkommen von Frau Meier (siehe Grafik, alles in Euro).



a) Interpretieren Sie die Terme $e_1 - s(e_1)$ und $\frac{s(e_1)}{e_1}$.

b) $s'(e_1)$ wird als Grenzsteuersatz bezeichnet. Erklären Sie diesen Begriff.

c) Frau Meier erhält eine Gehaltserhöhung um h Euro. Interpretieren Sie den Ausdruck $\frac{s(e_1+h)-s(e_1)}{h}$.

d) Interpretieren Sie die Ungleichung $\frac{s(e_1+h) - s(e_1)}{h} \geq \frac{s(e_1)}{e_1}$.

e) In den meisten Steuersystemen gilt für Einkommen über einer bestimmten Einkommensgrenze die Beziehung $s''(e) = 0$. Deuten Sie diese Beziehung im Sachzusammenhang.

Dangl, M. et al. (2009). Standardisierte schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik" – Sicherung von mathematischen Grundkompetenzen. Klagenfurt: Universität Klagenfurt, 36

Hußmann, S. & Prediger, S. (2003). Vorstellungsorientierte Analysis – auch in Klassenarbeiten und zentralen Prüfungen. *PM 52(31)*, 35-38

Rechenverfahren erklären

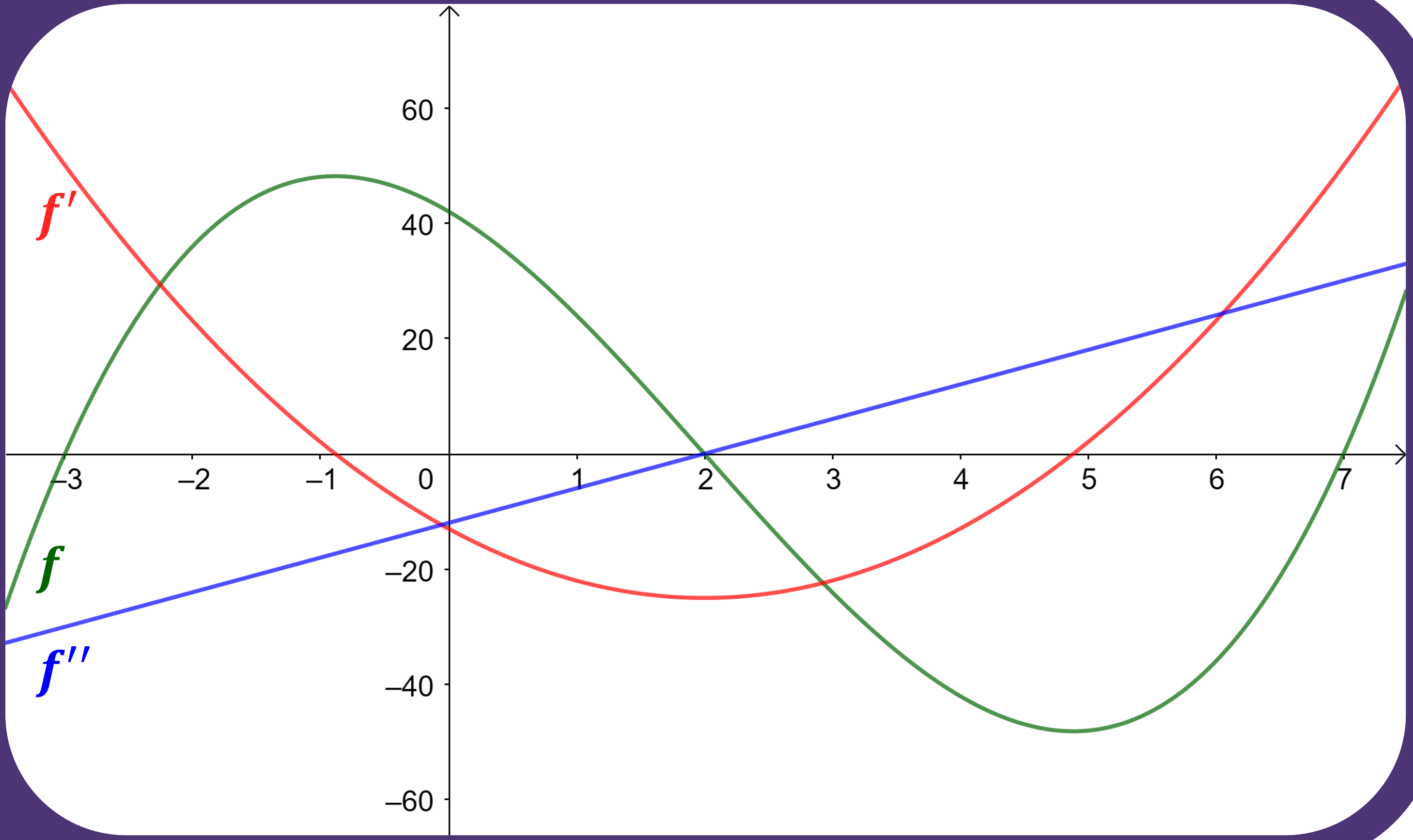
MaTeGnu

Aufgabe 5
Rechenverfahren erklären
Um eine Maximalstelle zu bestimmen, sind zwei Schritte notwendig:

(1) Man bestimmt die Nullstelle x_0 der Ableitung und

(2) überprüft, ob $f''(x_0) < 0$ ist.

Erläutern Sie anhand der Graphen, warum man mit den Schritten **(1)** und **(2)** eine Maximalstelle erhält.



 Hußmann, S. & Prediger, S. (2003). Vorstellungsorientierte Analysis – auch in Klassenarbeiten & zentr. Prüfungen. *PM 52(31)*, 35-38 RPTU

Grippewelle

MaTeGnu

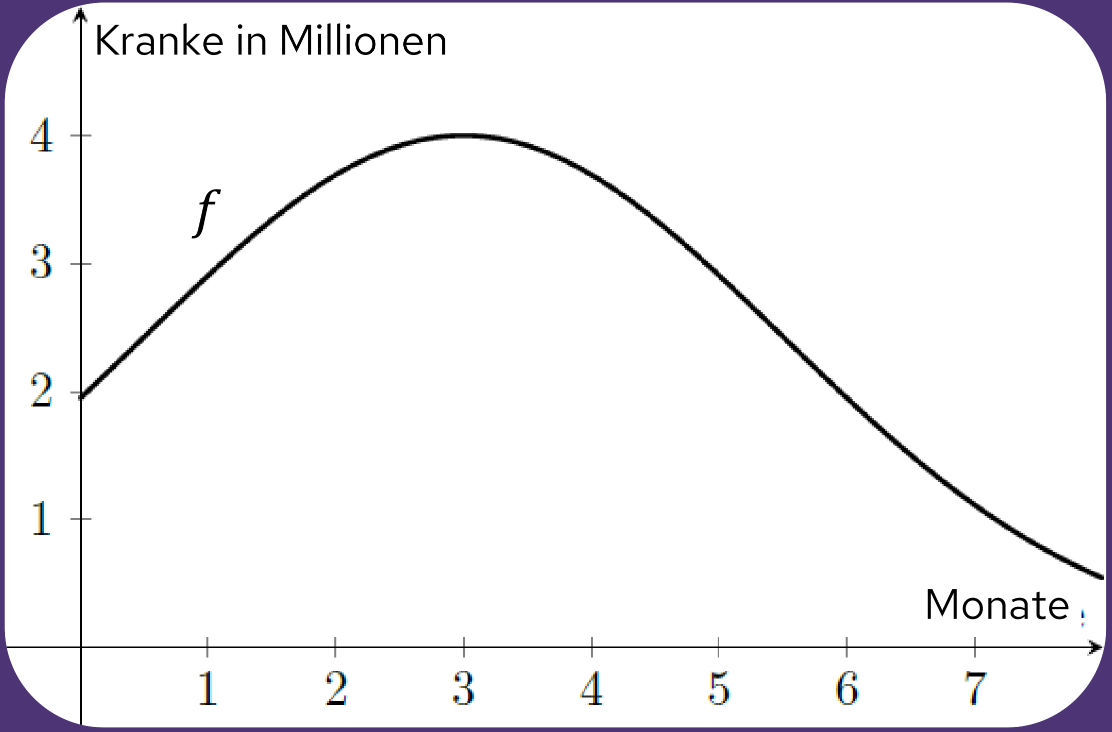
Aufgabe 6 – Grippewelle

Der Verlauf der Anzahl der an Grippe erkrankten Menschen während einer Grippewelle wird mit Hilfe der reellen Funktion f beschrieben.

a) Skizzieren Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f'.

b) Erläutern Sie die Bedeutung der Funktion $f'(t)$ im Sachzusammenhang.

c) Erklären Sie die Bedeutung des Funktionswerts $f'(t_0)$ zum Zeitpunkt t_0 im Sachzusammenhang.



IPN (2022). Mathematische Lernvoraussetzungen für ein MINT-Studium. Aufgabenkatalog – Ergebnisse eines Kooperationsprozesses zwischen Schulen und Hochschulen des Landes Schleswig-Holstein. https://www.ipn.uni-kiel.de/de/das-ipn/abteilungen/didaktik-der-mathematik/forschung-und-projekte/malemint/2022-12-07_aufgabenkatatlog_malemint-implementation

3

Einsatz von MMS im Mathematikunterricht und in Prüfungen

Digitale Werkzeuge
→ modulare Mathematiksysteme (MMS)

MaTeGnu

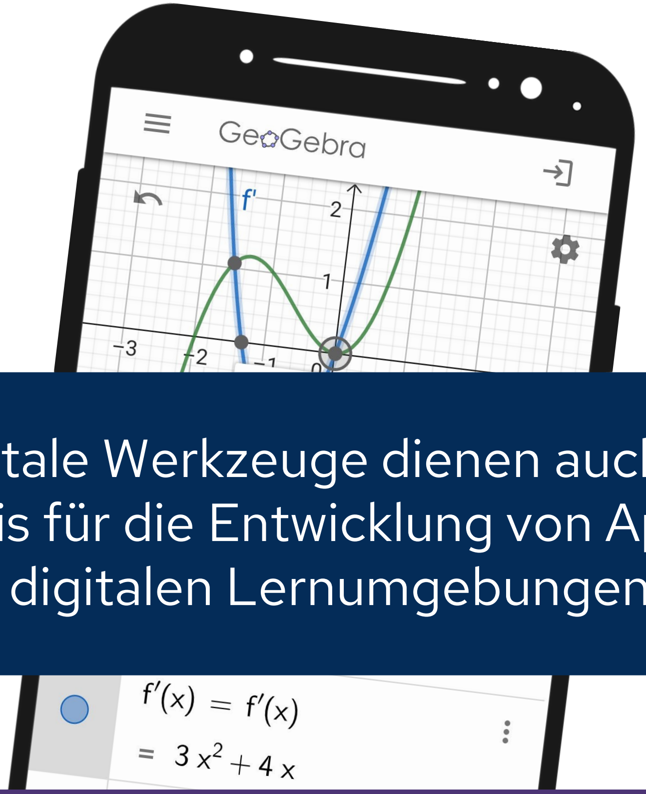
Digitale Werkzeuge

sind für den Mathematik-unterricht im Wesentlichen

- Tabellenkalkulationsprogramme,
- Computer-Algebra-Systeme,
- dynamische Geometrie-Systeme

und als deren Integration

- dynamische Mathematik-Systeme [Multi-Repräsentations-Systeme, modulare Mathematiksysteme (MMS)].



Digitale Werkzeuge dienen auch als Basis für die Entwicklung von Applets und digitalen Lernumgebungen!

MMS nur dann einsetzen, wenn dadurch Ziele des Mathematikunterrichts besser erreicht werden!

Roth, J. (2019). **Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht: Konzepte, empirische Ergebnisse und Desiderate**. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.), Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht – Konzepte und Beispiele aus Forschung und Praxis (S. 233-248). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Aufgabenstellungen und Protokollierung für das Arbeiten mit MMS

MaTeGnu

Aufgabenstellungen

- schriftliche Ergebnis-Vorhersagen vor Nutzung dynamischer Interaktivitäten
- Reflexionsfragen zu beobachteten bzw. erarbeiteten Ergebnissen
- Zusammenhänge schriftlich festhalten
- dynamisch dargestellte Situation und dynamische mathematische Repräsentationen in Beziehung setzen
- Ergebnisse anwenden

Lichti & Roth (2018), Digel & Roth (2022)

Protokollierung

WS 3

Ergebnisse und Vorgehensweisen schriftlich (Text & Grafik) festhalten

- erleichtert reflektierte Abstraktion sowie Schematisierung & ermöglicht tiefere Verarbeitung — Dörfler (2003)
- entlastet das Arbeitsgedächtnis — Schnotz et al. (2011)
- fördert Reflexionstiefe und neue Erkenntnisgewinnung — Roth (2013)
- ermöglicht die Weiterarbeit mit den Erkenntnissen — Roth (2013)
- Anregung: Prompts und leere Kästen — Schumacher & Roth (2015)

Roth, J. (2022). **Digitale Lernumgebungen – Konzepte, Forschungsergebnisse und Unterrichtspraxis.** In G. Pinkernell et. al. (Hrsg.). *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule. Aktuelle Forschungsbefunde im Überblick* (S. 109-136). Berlin: Springer Spektrum.

MMS-Nutzung durch Lernende
Grad der Vorstrukturierung

MaTeGnu

Digitale Lernumgebung

Konfiguration vollständig vorgegeben

Strukturierungs- und Fokussierungshilfen für alle wesentlichen Aspekte (z. B. Farbgebung, Linienstärken, Mitführen von Messwerten, …)

Elemente können ein- und ausgeblendet werden

Variationsmöglichkeiten bewusst eingeschränkt.

Hybrid

Veränderbare (Teil-)Konfiguration vorgegeben

Kann / muss ergänzt oder verändert werden

Nur einzelne Strukturierungs- und Fokussierungshilfen vorhanden

Digitales Werkzeug

Leere, unstrukturierte MMS-Datei

MMS wird selbstständig und ohne Vorgaben benutzt

Erfordert Werkzeugkompetenz

WS 2

Roth, J. (2019). **Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht: Konzepte, empirische Ergebnisse und Desiderate**. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.), Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht – Konzepte und Beispiele aus Forschung und Praxis (S. 233-248). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Roth, J. (2022). **Digitale Lernumgebungen – Konzepte, Forschungsergebnisse und Unterrichtspraxis.** In G. Pinkernell et. al. (Hrsg.). *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule. Aktuelle Forschungsbefunde im Überblick* (S. 109-136). Berlin: Springer Spektrum.

Thesen zum Einsatz von MMS im MU

Ein digitales Werkzeug (MMS) ist …

MaTeGnu

Experimentierumgebung zur Erkenntnisgewinnung	entlastet vom Kalkül → mehr Planung , Analyse und Argumentation
Heuristisches Hilfsmittel („Denkzeug“)	ermöglicht Realitätsorientierung und authentische Probleme
Modellierungswerkzeug („Kreativitäts-/Interpretationskrücke“)	unterstützt selbsttätiges, entdeckendes Arbeiten
Kommunikationsmittel	fördern kreatives und produktives Arbeiten

Roth, J. (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen. In U. Kortenkamp, A. Lambert & A. Zeimetz (Hrsg.), Computerwerkzeuge und Prüfungen – Aufgaben mit Technologieeinsatz im Mathematikunterricht. (S. 67-79). Hildesheim: Franzbecker.

Thesen zum Einsatz von MMS im MU
Ein digitales Werkzeug (MMS) ist …

MaTeGnu

Experimentierumgebung zur Erkenntnisgewinnung
- Vermutungen können sofort überprüft & ggf. korrigiert werden
- funktionale Zusammenhänge werden erfahrbar

Modellierungswerkzeug („Kreativitäts-/Interpretationskrücke“)
- Manipulation komplexer Modelle
- Verarbeitung realistischer Daten

Heuristisches Hilfsmittel („Denkzeug“)
- Routinedenkprozesse auslagern
- Gedächtnis entlasten
- Parametervariation → Interaktion zwischen MMS & Nutzer/in

Kommunikationsmittel
- Darstellung / Visualisierung von Sachverhalten
- Fokussierung auf Wesentliches

Roth, J. (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen. In U. Kortenkamp, A. Lambert & A. Zeimetz (Hrsg.), Computerwerkzeuge und Prüfungen – Aufgaben mit Technologieeinsatz im Mathematikunterricht. (S. 67-79). Hildesheim: Franzbecker.

Thesen zu Prüfungen im MU

MaTeGnu

Prüfungen sollten …

- Ziele von Bildungsstandards und Lehrplänen widerspiegeln
- im Einklang mit den Lehr- & Lern-praktiken des Unterrichts stehen
- Lernenden die Möglichkeit geben ihr Wissen und ihre Fähigkeiten geeignet darzustellen

Prüfungen verdeutlichen …

welche Kenntnisse und Fähigkeiten für wichtig erachtet & honoriert werden

(Art der Aufgaben, geprüfte Fähigkeiten, Anzahl der Bewertungseinheiten, erlaubte Hilfsmittel)

WS 4

Assessment
should not merely be done to students; rather, it should also be done for students, to guide and enhance their learning.

NCTM: Principles und Standards for School Mathematics

Constructive Alignment

In **Prüfungen** muss qualitativ und quantitativ das abgefragt werden, was auch den **Unterricht** qualitativ und quantitativ prägt.

Henning Körner

Roth, J. (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen. In U. Kortenkamp, A. Lambert & A. Zeimetz (Hrsg.), Computerwerkzeuge und Prüfungen – Aufgaben mit Technologieeinsatz im Mathematikunterricht. (S. 67-79). Hildesheim: Franzbecker.

Einsatz von MMS im MU und in Prüfungen
Vorgehensweisen & Ergebnisse festhalten

MaTeGnu

Wo wird schriftlich dokumentiert?

- **Papier:** Heft, Ordner, Arbeitsblätter, …
  Digital 1: OneNote, Goodnotes, …
- **Digital 2:** MMS-Datei
- **Papier/Digital 1** und **Digital 2**

WS 3

> […] assessors […] need to be prepared for shorter written solutions and it is likely that in these written solutions students may have replaced pen-and-paper techniques by descriptions of processes used to solve problems. These written solutions may appear to be overall plans for solving problems with answers stated, rather than contain the extent of algebraic manipulation that might be expected in a purely pen-and-paper solution. (Ball, 2003, S. 192)

Was und wie wird protokolliert?

- Welche Überlegungen sollen protokolliert, worauf kann verzichtet werden?
- Wie kleinschrittig muss die Protokollierung erfolgen?
- Welche Eingaben und Ausgaben des MMS sollen in welcher Form ins Protokoll übernommen werden?
- Wie soll mit Hilfsobjekten in Dateien umgegangen werden?
  (Bei Konstruktionen mit einem MMS z. B. festlegen: Hilfslinien gestrichelt darstellen.)
- Vorgehensweisen, Beispiel(e) und systematisiertes Ergebnis festhalten!

Roth, J. (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen. In U. Kortenkamp, A. Lambert & A. Zeimetz (Hrsg.), Computerwerkzeuge und Prüfungen – Aufgaben mit Technologieeinsatz im Mathematikunterricht. (S. 67-79). Hildesheim: Franzbecker.

Thesen zum Einsatz von MMS in Prüfungen
Ein digitales Werkzeug (MMS) ...

MaTeGnu

sollte in Prüfungen erlaubt sein, zum...

- Problemlösen
- Modellieren
- Visualisieren
- Analysieren

Digitale Werkzeuge können ein Katalysator dafür sein, bestehende **Prüfungsformen** durch weitere, eher prozessorientierte zu **ergänzen**.

ist in Prüfungen nicht notwendig, z. B. beim ...

- Interpretieren
- Reproduzieren von Wissen

Roth, J. (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen. In U. Kortenkamp, A. Lambert & A. Zeimetz (Hrsg.), Computerwerkzeuge und Prüfungen – Aufgaben mit Technologieeinsatz im Mathematikunterricht. (S. 67-79). Hildesheim: Franzbecker.

Unterrichtseinsatz von MMS & Prüfungen

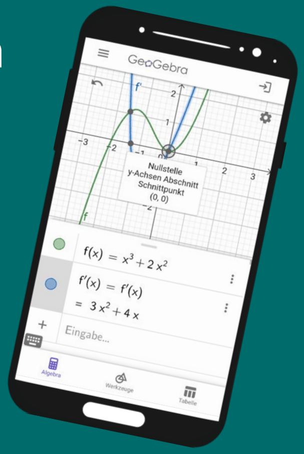
MaTeGnu

Prüfungsaufgaben:
Unterricht mit, Prüfung ohne MMS

- Standardaufgaben (ohne Berücksichtigung von MMS)
- Nutzung von mit MMS gewonnenen Erkenntnissen
- Bildschirmausgaben von MMS interpretieren
- Beschreiben mehrerer Vorgehensweisen zur Lösung mit MMS

Prüfungsaufgaben:
Unterricht und Prüfung mit MMS

- wie links
  → evtl. komplexer
  → MMS ist Kontrollinstanz
- Schwerpunkt: Analysieren & Argumentieren
- Problemorientierung
- Realitätsnähe



Roth, J. (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen. In U. Kortenkamp, A. Lambert & A. Zeimetz (Hrsg.), Computerwerkzeuge und Prüfungen – Aufgaben mit Technologieeinsatz im Mathematikunterricht. (S. 67-79). Hildesheim: Franzbecker.

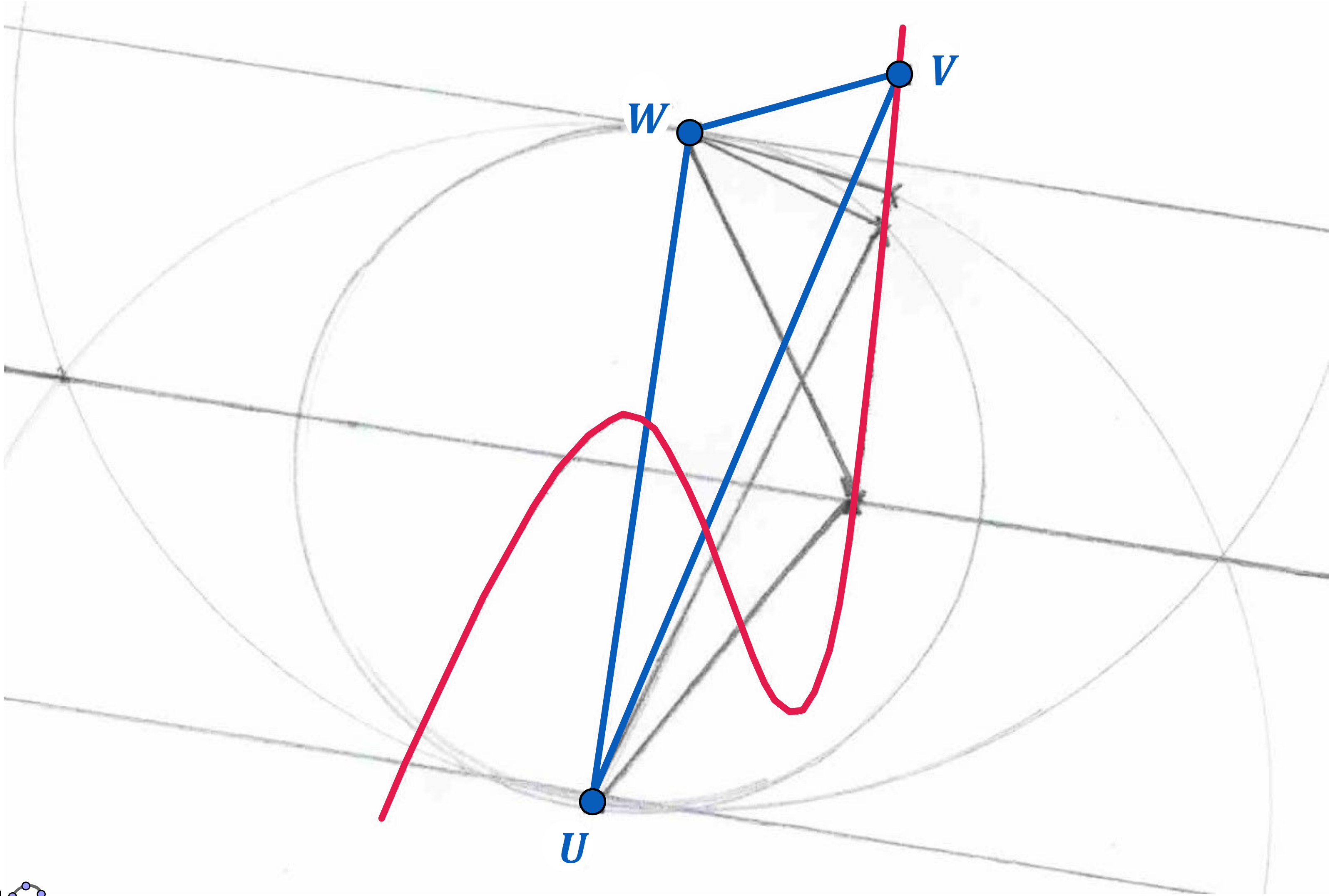
RPTU

Prüfungsaufgabe:
MMS-Erkenntnisse nutzen

MaTeGnu

Aufgabe

- Der Punkt V wird entlang der eingezeichneten Kurve nach links unten bewegt.
- Welche Dreiecksgrundformen nimmt das Dreieck UVW dabei der Reihe nach an?



https://www.geogebra.org/m/NRtMBwU

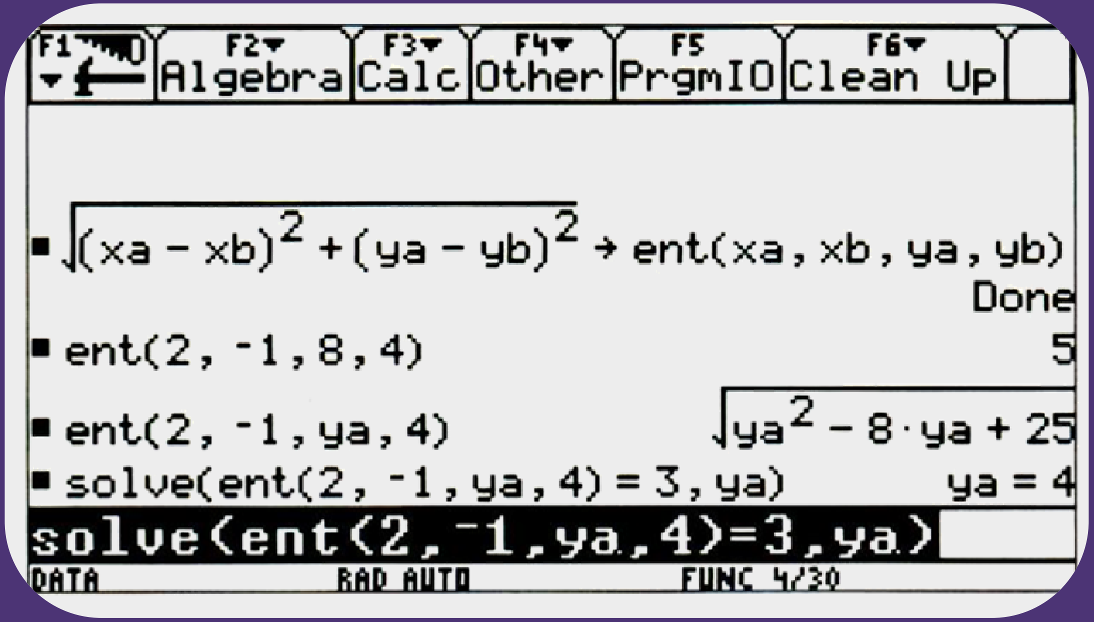
Roth, J. (2011). Computerwerkzeuge und Prüfungen – Probleme, Lösungsansätze und Chancen. In U. Kortenkamp, A. Lambert & A. Zeimetz (Hrsg.), Computerwerkzeuge und Prüfungen – Aufgaben mit Technologieeinsatz im Mathematikunterricht. (S. 67-79). Hildesheim: Franzbecker.

Prüfungsaufgabe:
MMS-Bildschirmausgabe interpretieren

MaTeGnu

Aufgabe

- Erklären Sie den Bildschirmausdruck.
- Es ist günstig, eine Zeile nach der anderen zu erklären.



Aus einer Schülerbearbeitung:

In der ersten Zeile wurde der Baustein für den Abstand zweier Punkte eingegeben. Die Punkte sind im Allgemeinen $(x_a|y_a)$ und $(x_b|y_b)$. In der zweiten Zeile wurden die genauen Koordinaten der Punkte eingegeben. Der Voyage berechnet also den Abstand der Punkte $(2|8)$ und $(-1|4)$. Man bekommt 5 als Lösung. Danach wird für y_a kein Wert mehr eingegeben, deshalb ist der Punkt im Koordinatensystem auf einer Parallelen zur y-Achse durch den Punkt $(2|0)$. Der Voyage löst die Eingabe nicht, da noch eine Variable, nämlich y_a vorhanden ist.
In der letzten Zeile wurde der Abstand der Punkte $(2|y_a)$ und $(-1|4)$ vorgegeben (er ist 3), und der Voyage sollte y_a ausrechnen, wobei er auf $y_a = 4$ kommt.

Dreeßen-Meyer, G. & Reiß, A. (2006). Mit Bausteinen spielen – Termeigenschaften mit dem Rechner entdecken. *Mathematik lehren, 136*, 51

Prüfungsaufgabe: (Mehrere) Vorgehensweisen zur Lösung mit MMS beschreiben

MaTeGnu

Aufgabe

Beschreibe drei Möglichkeiten wie du mit MMS die Schnittstellen des Graphen der Funktion f mit der x-Achse bestimmen kannst.

$$f: x \mapsto \frac{1}{2} \cdot (x - 12)^4 - 5$$

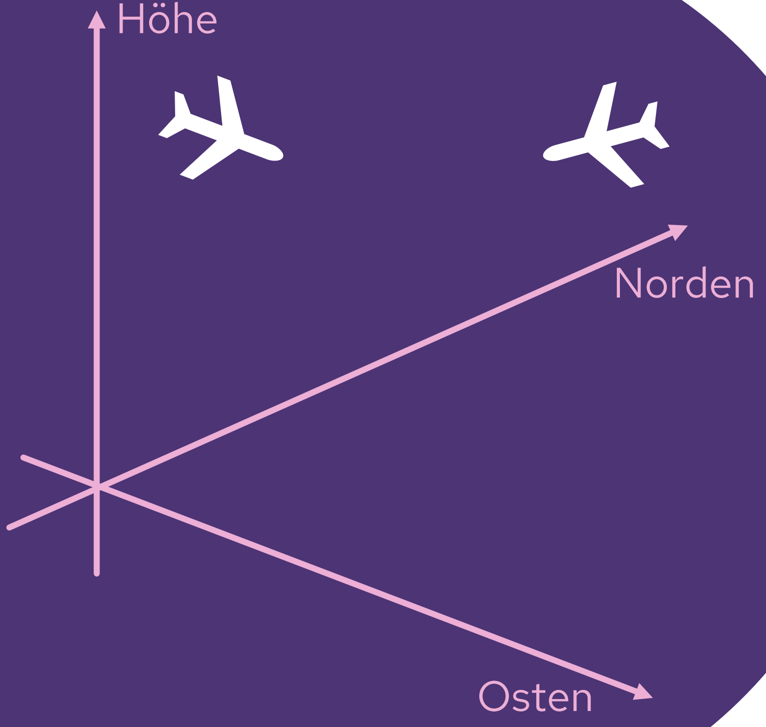
Weigand, H.-G. (2006). Der Einsatz eines Taschencomputers in der 10. Jahrgangsstufe – Evaluation eines einjährigen Schulversuchs. *Journal für Mathematik-Didaktik, 27*(2), 103.

Prüfungsaufgabe:
Problemorientierung und Realitätsnähe

MaTeGnu

Flugsicherung

„Glück gehabt?!", denkt sich Herr Falk, der Fotograf dieser beiden Kondensstreifen. Gegen 11:00 Uhr morgens im Abstand von nur wenigen Sekunden, ziehen zwei Flug-zeuge am Himmel vorbei. Die Bahnen der zwei Flugzeuge scheinen sich zu kreuzen und wäre die erste Maschine nur etwas später gekommen, dann wäre eine Kollision wohl nicht zu verhindern gewesen.



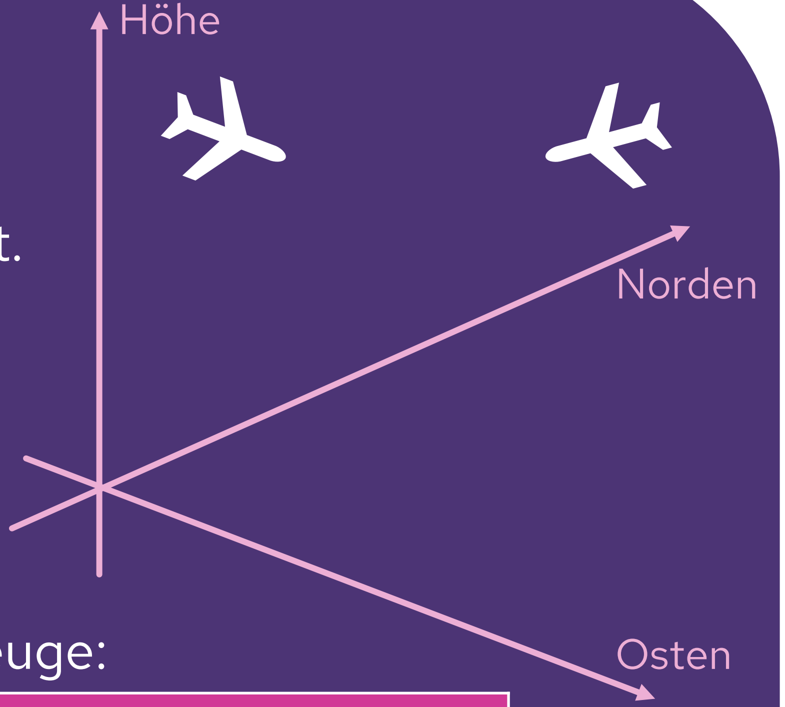
 Hußmann, S. (2003). Mathematik entdecken und erforschen. Berlin: Cornelsen, 122

RPTU

Prüfungsaufgabe:
Problemorientierung und Realitätsnähe

MaTeGnu

Problem Flugsicherung: Neben den Piloten tragen Fluglotsen die Verantwortung für die Flugzeuge. Sie sind während des gesamten Flugs über den Flugweg informiert. Mit Hilfe von Radarantennen, die im ganzen Bundesgebiet verteilt sind, wird die Flugstrecke überwacht. Die Antennen messen in zeitlichen Abständen die Entfernung des Flugzeugs zur Antenne, die Höhe des Flugzeugs und die Richtung als Winkel. Die Daten werden vom Computer in drei Koordinaten – Norden, Osten, Höhe – (jeweils in Meter) übersetzt. Das ermöglicht eine Darstellung auf dem Monitor.



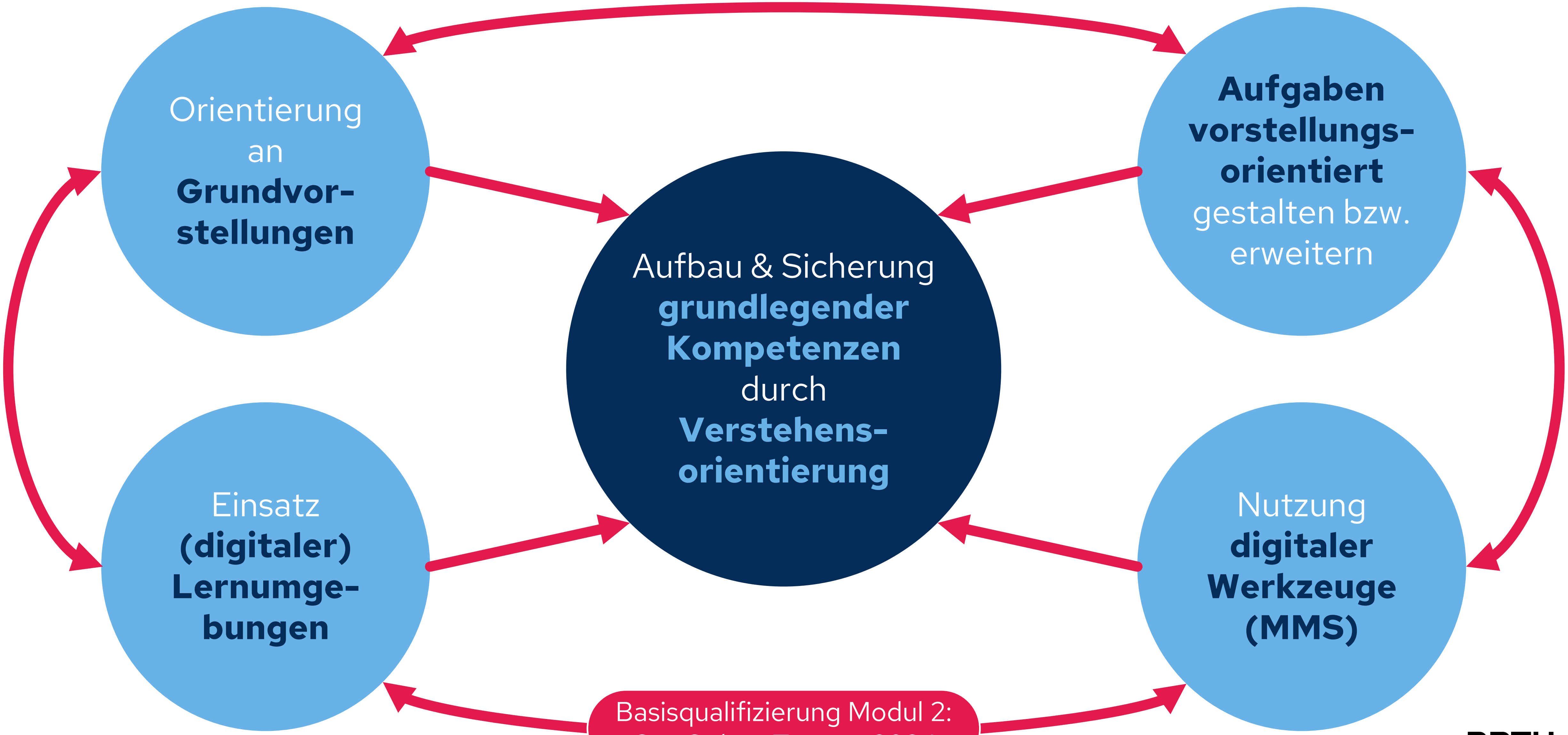
Auf Nachfrage erhält Herr Falk jeweils drei Orte für die beiden Flugzeuge:

Flugzeug \ Zeit	11 : 10 : 10	11 : 10 : 15	11 : 10 : 20
Boing 767-299	(80, 112, 10380)	(1102, 978, 10366)	(2132, 1843, 10370)
Douglas DC 10-30F	(-78, 2302, 10045)	(988, 1103, 10062)	(2054, -96, 10079)

 Hußmann, S. (2003). Mathematik entdecken und erforschen. Berlin: Cornelsen, 122

MaTeGnu-Ziele

MaTeGnu



MaTeGnu

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

Prof. Dr. Jürgen Roth

RPTU
Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Kaiserslautern-Landau
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7, 76829 Landau

j.roth@rptu.de

juergen-roth.de
dms.nuw.rptu.de/mategnu

RPTU