

MaTeGnu

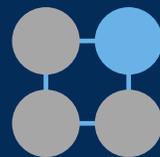


GeoGebra-Institut
Landau (RLP)

Gestaltungsmerkmale lernwirksamer GeoGebra-Lernumgebungen

Jürgen Roth

29.09.2024 GeoGebra-Tagung RLP 2024, Speyer



Didaktik der
Mathematik
Sekundarstufen

R
TU
P

Rheinland-Pfälzische
Technische Universität
Kaiserslautern
Landau

Gestaltungsmerkmale lernwirksamer GeoGebra-Lernumgebungen

1. Unterrichtseinbindung
von Lernumgebungen
2. Gestaltungsmerkmale
für GeoGebra-Applets
3. Aspekte der
Aufgabengestaltung

1

Unterrichtseinbindung von Lernumgebungen

Definition: Lernumgebung

Roth, J. (2022). **Digitale Lernumgebungen – Konzepte, Forschungsergebnisse und Unterrichtspraxis.** In G. Pinkernell et. al. (Hrsg.). *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule. Aktuelle Forschungsbefunde im Überblick* (S. 109-136). Berlin: Springer Spektrum.





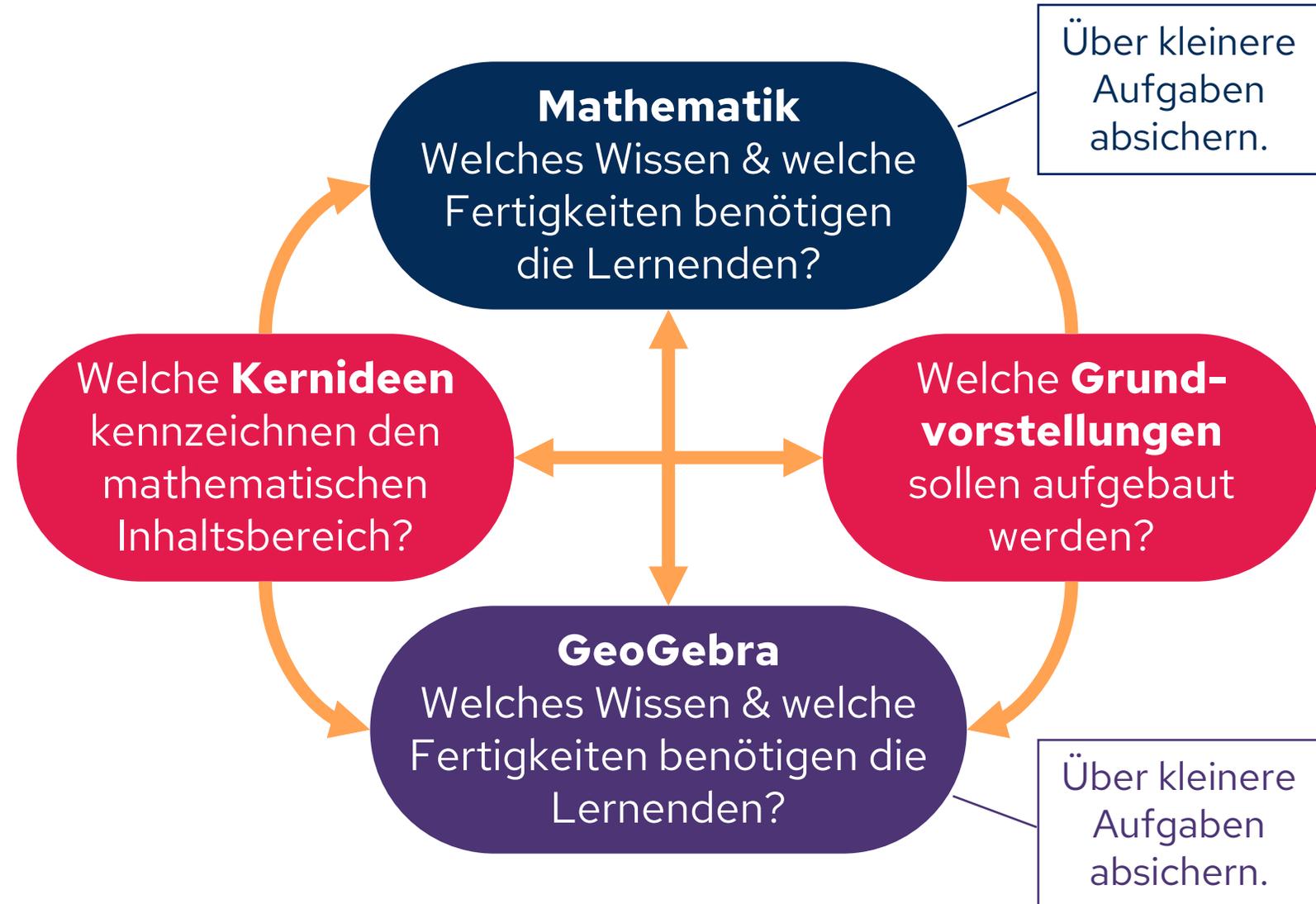
Vorbereitung

Lernende auf Arbeit mit digitaler Lernumgebung einstimmen

Regeln und Art der Dokumentation festlegen

Notwendige mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten der Lernenden sicherstellen

Voraussetzungen für sinnvolles Arbeiten mit digitaler Lernumgebung schaffen



Erarbeitete Wissens-
elemente konsolidieren

Beobachtungen & Proto-
kolle Lernender nutzen

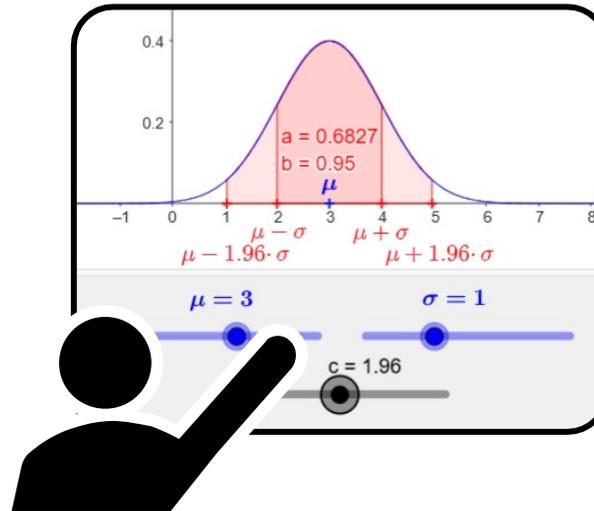
Mit regulärem mathem.
Wissen abgleichen

Wesentliche Grundvor-
stellungen, Kenntnisse
und Fähigkeiten heraus-
arbeiten sowie sichern

Erreichten Fähigkeits- &
Wissensstand überprüfen

Erarbeitetes weiter nutzen

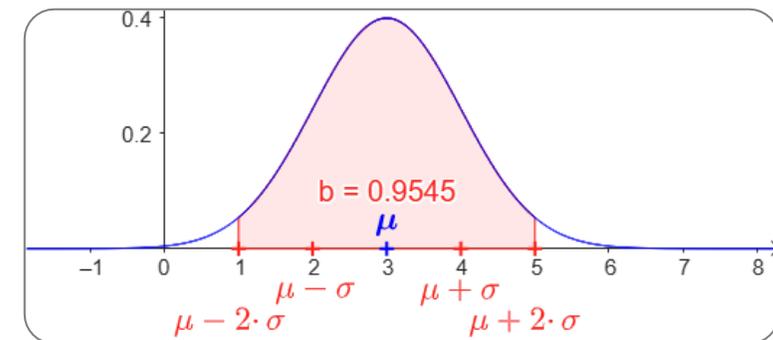
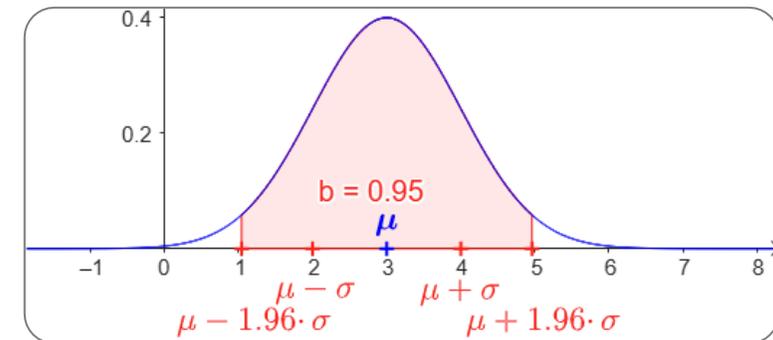
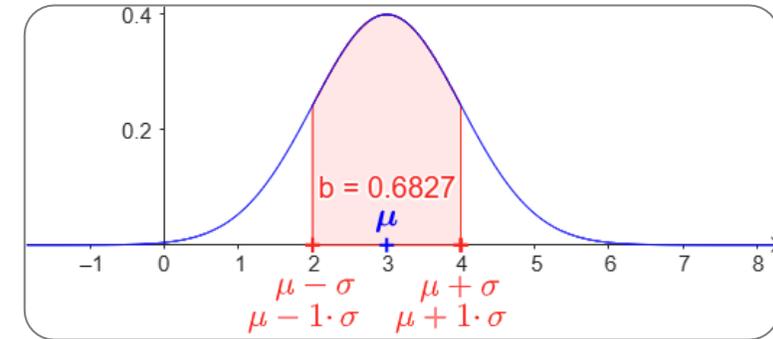
1 Ergebnisse im Plenum besprechen (GeoGebra)



2 Ergebnisse festhalten mit Screenshots & mehr

$$b = P(\mu - c \cdot \sigma \leq X \leq \mu + c \cdot \sigma)$$

$$= \int_{\mu - c \cdot \sigma}^{\mu + c \cdot \sigma} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}} dx$$





Erarbeitete Wissens-
elemente konsolidieren

Beobachtungen & Proto-
kolle Lernender nutzen

Mit regulärem mathem.
Wissen abgleichen

Wesentliche Grundvor-
stellungen, Kenntnisse
und Fähigkeiten heraus-
arbeiten sowie sichern

4 Erreichten Fähigkeits-
& Wissenstand prüfen

5 Erarbeitetes
weiter nutzen

3

**Ergebnisse
systematisieren**

Sigma-Regeln

Ist X eine normalverteilte Zufallsgröße, mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ so gilt für

$$P(\mu - c \cdot \sigma \leq X \leq \mu + c \cdot \sigma) = \int_{\mu - c \cdot \sigma}^{\mu + c \cdot \sigma} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}} dx :$$

- $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 68,3 \%$
- $P(\mu - 1,64 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,64 \cdot \sigma) \approx 90,0 \%$
- $P(\mu - 1,96 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,96 \cdot \sigma) \approx 95,0 \%$
- $P(\mu - 2 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2 \cdot \sigma) \approx 95,4 \%$
- $P(\mu - 2,58 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2,58 \cdot \sigma) \approx 99,0 \%$
- $P(\mu - 3 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 3 \cdot \sigma) \approx 99,7 \%$

2

Gestaltungsmerkmale von GeoGebra-Applets

Aufbau der Applet-Oberfläche

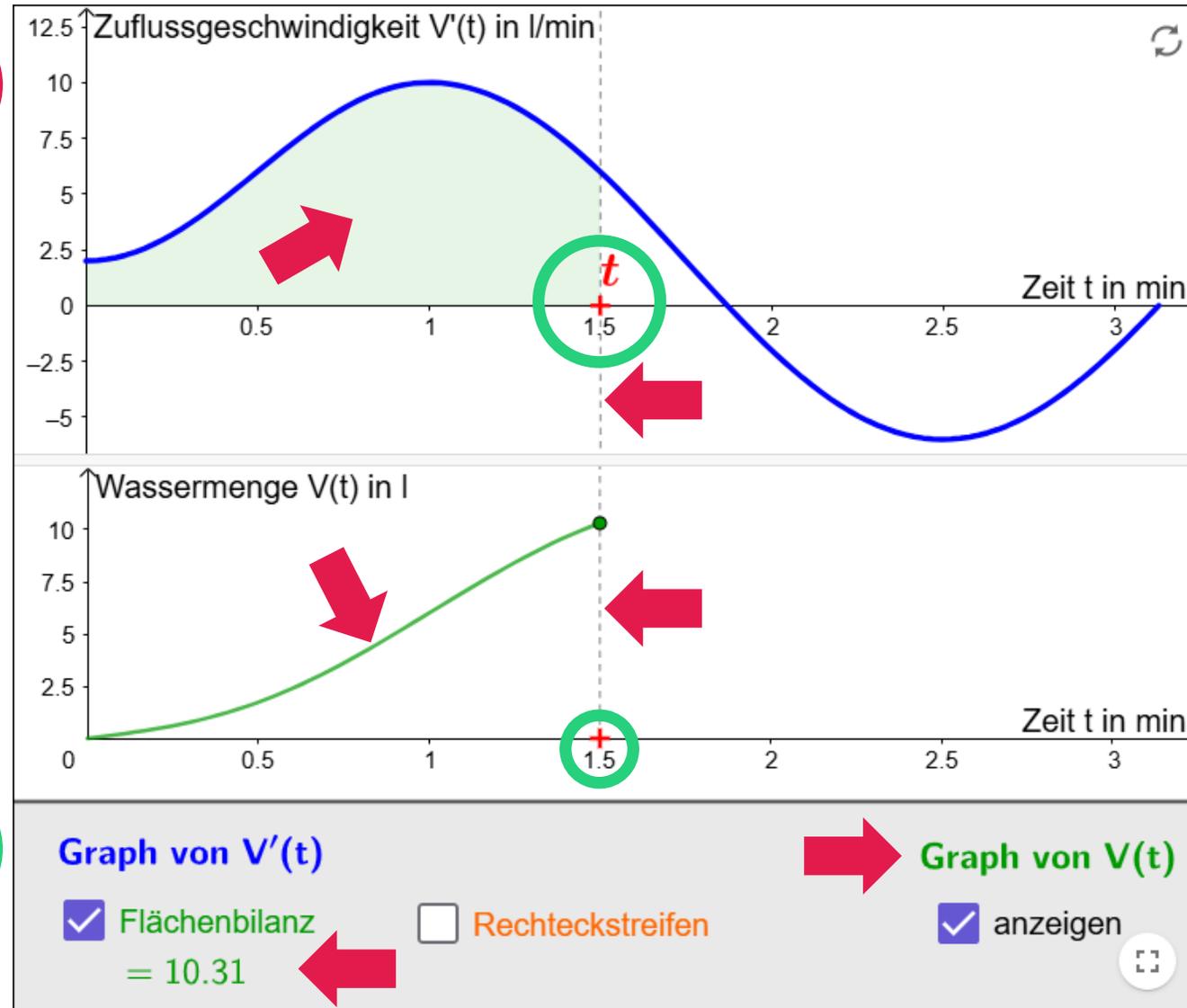
Roth, J. (2015). Lernpfade – Definition, Gestaltungskriterien und Unterrichtseinsatz.

In J. Roth, E. Süß-Stepancik & H. Wiesner (Hrsg.), Medienvielfalt im Mathematikunterricht – Lernpfade als Weg zum Ziel (S. 3-25). Heidelberg: Springer Spektrum.

Fokussierungshilfen

- Liniendicke
- Farbgebung
- dyna-linking
- Anordnung von Fenstern und Verbindungslinien
- ...

Auswahlmöglichkeit einschränken



← **Arbeitsbereich**

← ggf. weiterer **Arbeitsbereich**

← **Steuerungsbereich**

Aufbau der Applet-Oberfläche

Roth, J. (2015). Lernpfade – Definition, Gestaltungskriterien und Unterrichtseinsatz.

In J. Roth, E. Süss-Stepancik & H. Wiesner (Hrsg.), Medienvielfalt im Mathematikunterricht – Lernpfade als Weg zum Ziel (S. 3-25). Heidelberg: Springer Spektrum.

Arbeitsbereich

Fokussierungshilfen

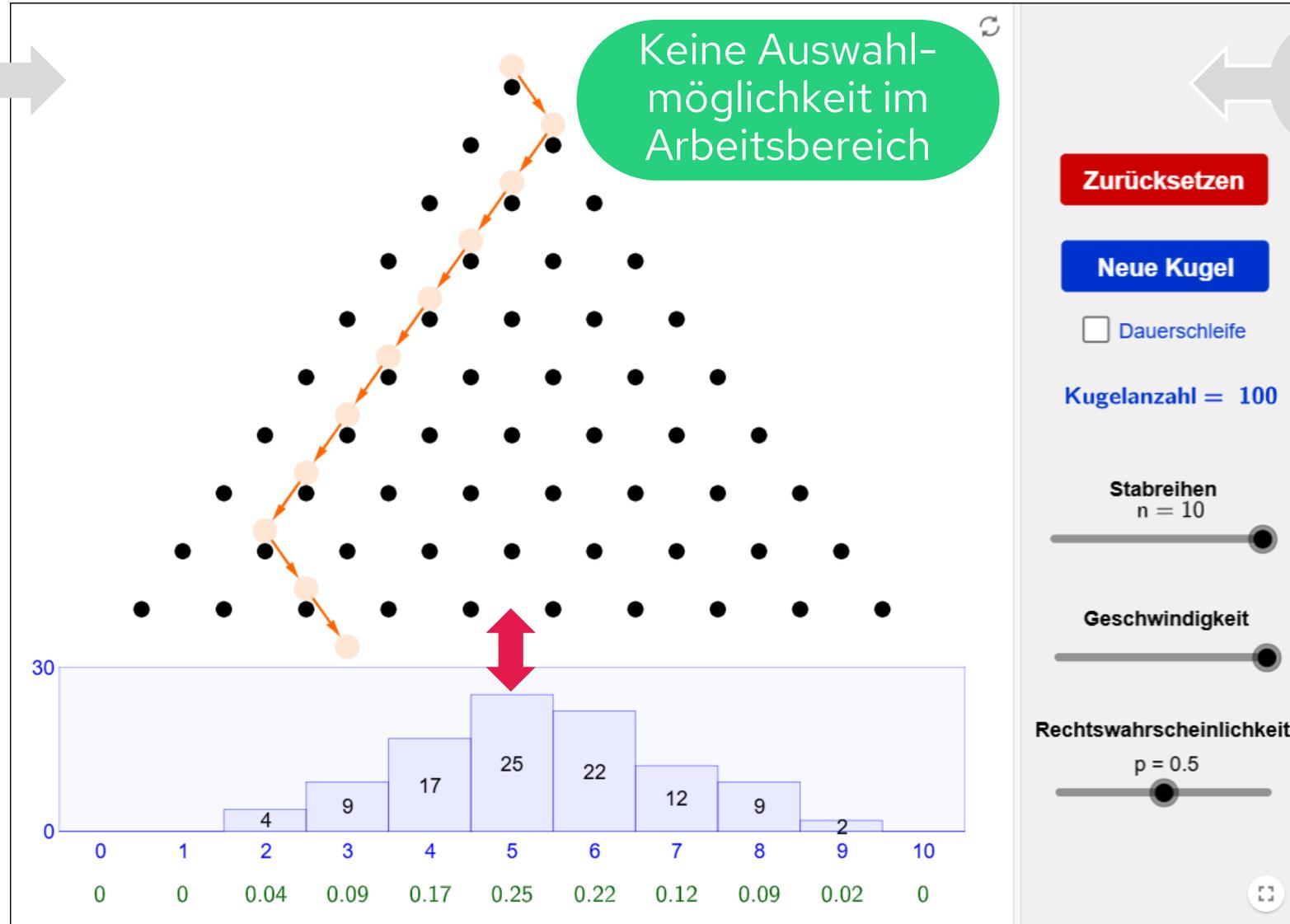
- Liniendicke
- Farbgebung
- dyna-linking
- Anordnung von Fenstern und Verbindungslinien

■ ...

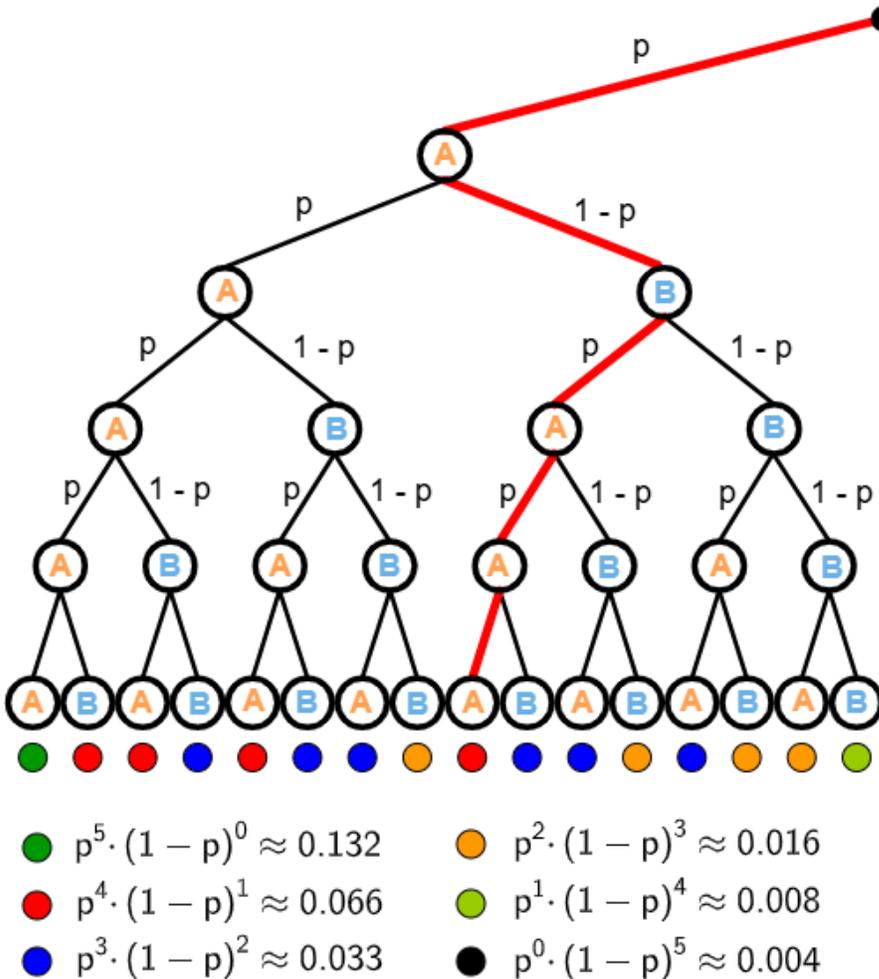
Auswahlmöglichkeit einschränken

Keine Auswahlmöglichkeit im Arbeitsbereich

Steuerungsbereich



Aufbau der Applet-Oberfläche



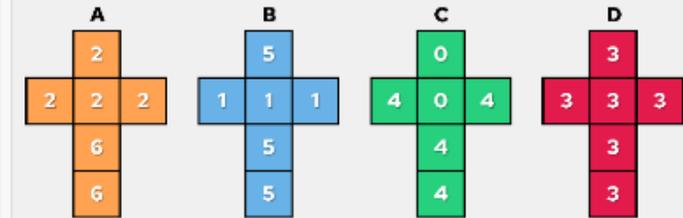
Wichtiger Hinweis für GeoGebra-Applets

■ Nutzung durch Lehrperson

- Gerne mehr Optionen
- Alle potenziell aufkommenden Ideen & Fragen der Lernenden können adressiert werden.

■ Nutzung durch Lernende

- Art und Umfang der Steuerelemente überdenken/begrenzen
- Ggf. ein vorhandenes Applet in mehrere Applets zerlegen, die jeweils nur Teilaspekte und einzelne Steuerelemente haben.



Würfelauswahl

Reset

A und B

A und C

A und D

B und C

B und D

C und D

Anzahl der Stufen = 5

Pfad



Schriftgröße 20 pt global festlegen

- Globales Menü

1

Hintergrundfarbe Steuerungsbereich

- Kontextmenü Grafikfenster

2

Auswahlmöglichkeiten einschränken

- Kontextmenü des Objekts

3

Einstellungen unter GeoGebra.org

- Kontextmenü des Objekts

4

5

Nachsehen, wie etwas funktioniert

- Kontextmenü des Objekts

6

(Grafik-)Fenster anzeigen & anordnen

- Globales Menü

7

3. Grafikfenster anzeigen & nutzen

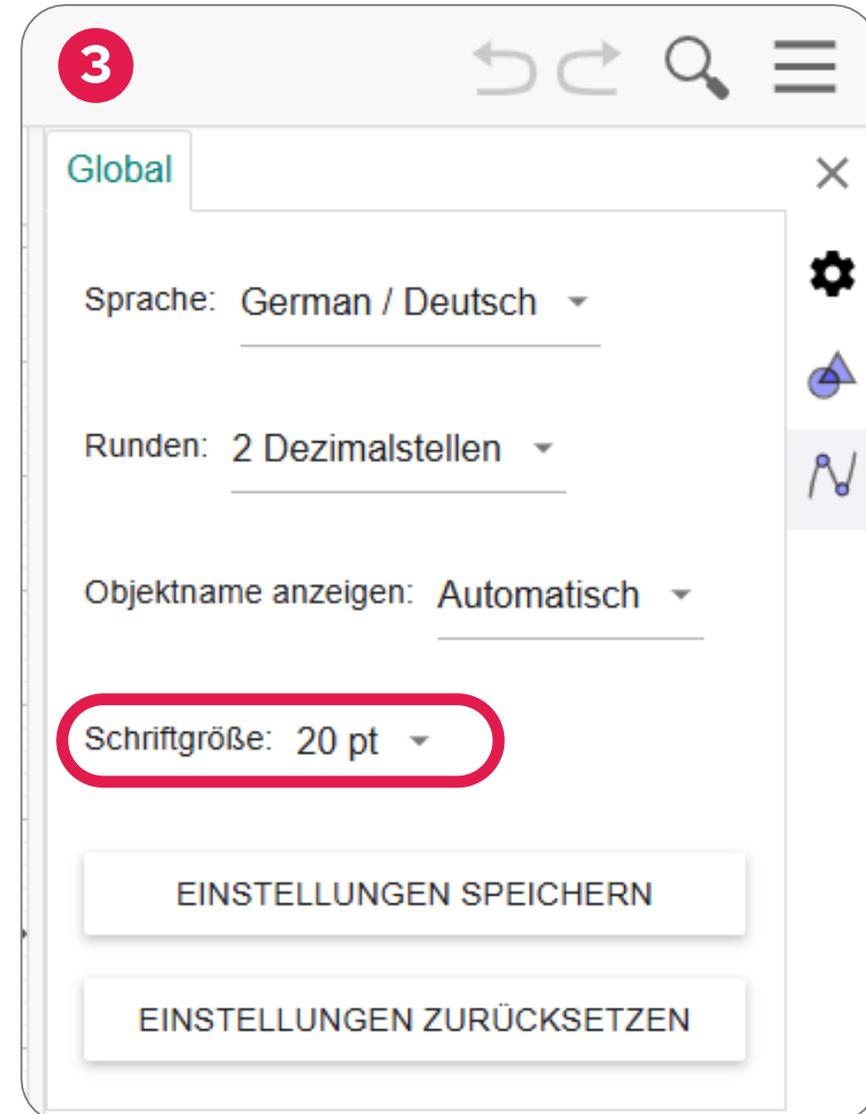
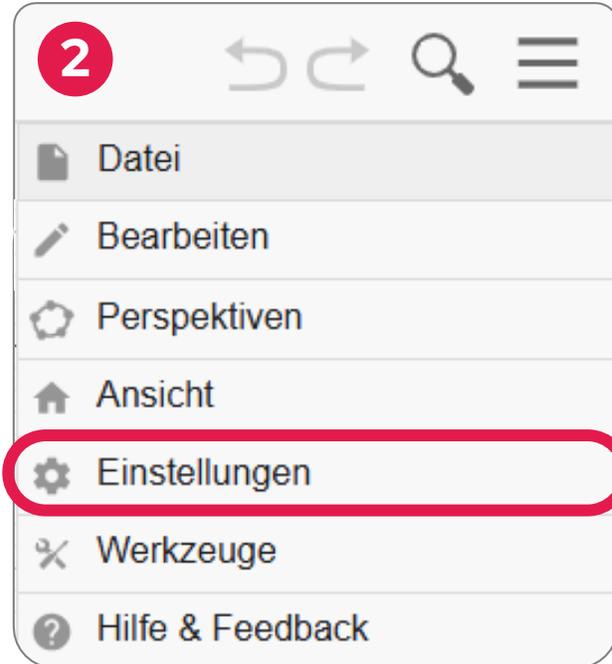
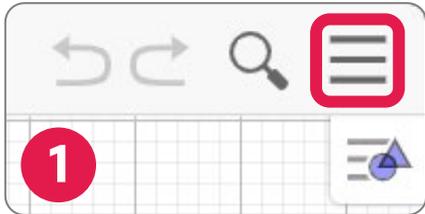
- Globales Menü

GeoGebra-Applets: Tipps und Tricks

Schriftgröße 20 pt global festlegen

- Globales Menü

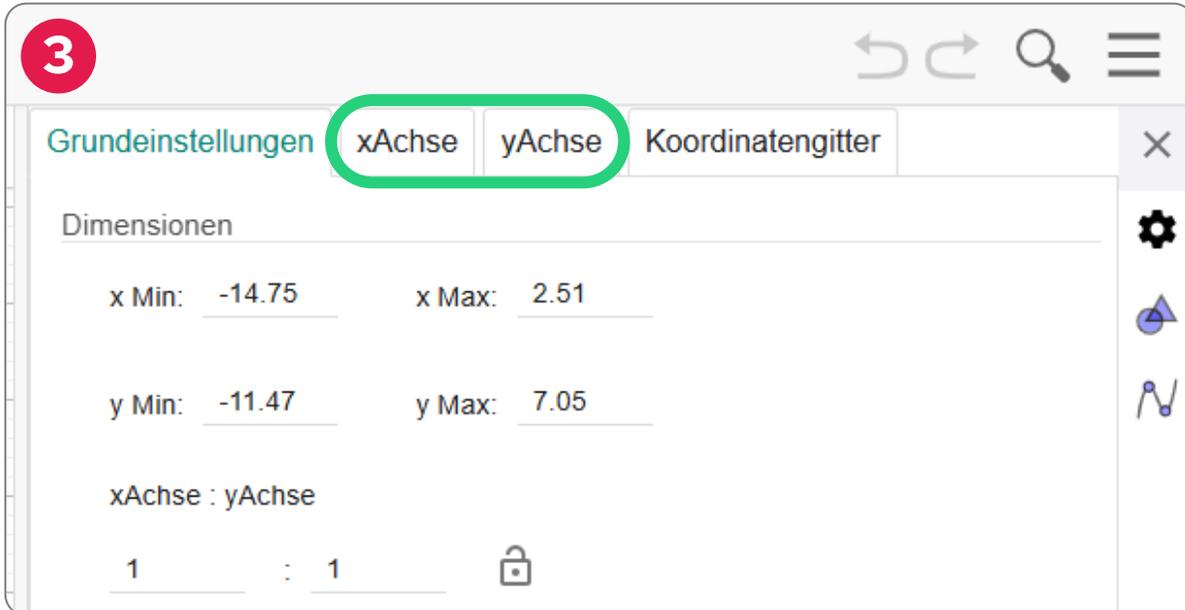
1



Hintergrundfarbe Steuerungsbereich

■ Kontextmenü Grafikfenster

2



Achsen

Achsen anzeigen Fett

Farbe: Linienart:

Beschriftungsstil: Serifen-Schrift Fett Kursiv

Navigationsleiste für Konstruktionsschritte

Anzeigen

Schaltfläche "Abspielen"

Schaltfläche zum Öffnen des Konstruktionsprotokolls

Diverses

Hintergrundfarbe:

Tooltips:

Mauskoordinaten anzeigen

Darstellung des rechten Winkels:

3

Auswahlmöglichkeiten einschränken

- Kontextmenü des Objekts

3

1 Eingabe...

2 Eingabe duplizieren

Löschen

Einstellungen

alternativ Rechte Maustaste

2 Punkt B(3, 1)

Polarkoordinaten

Objekt anzeigen ✓

AA Beschriftung anzeigen ✓

Spur anzeigen

Umbenennen

Löschen

Einstellungen

3

Grundeinstellungen Farbe Darstellung **Erweitert** Algebra

Skripting

Bedingung, um Objekt anzuzeigen
 $a > 2$

Dynamische Farben

Rot: a = 1

Grün: -5 5

Blau: ENTFERNEN

Diverses

Ebene: **Auswahl erlaubt** 4

Anzeigen in

Grafik Grafik 2 3D Grafik

Algebra

Einstellungen unter GeoGebra.org

■ Kontextmenü des Objekts

4

GeoGebra Suche

1

Efron-Würfel

Autor: Jürgen Roth

Thema: Binomialverteilung, Wahrscheinlichkeit oder Wahrscheinlichkeitsrechnung, Zufallsexperimente

...

p $1-p$

p $1-p$ p $1-p$

A B C D

2	5	0	3
2	1	0	3
2	1	0	3
6	5	4	3
6	5	4	3

♥ Zu Favoriten hinzufügen

i Details bearbeiten

➔ Verschieben nach

📱 Öffnen mit App

✎ Aktivität bearbeiten

📄 Aktivität kopieren

i Details

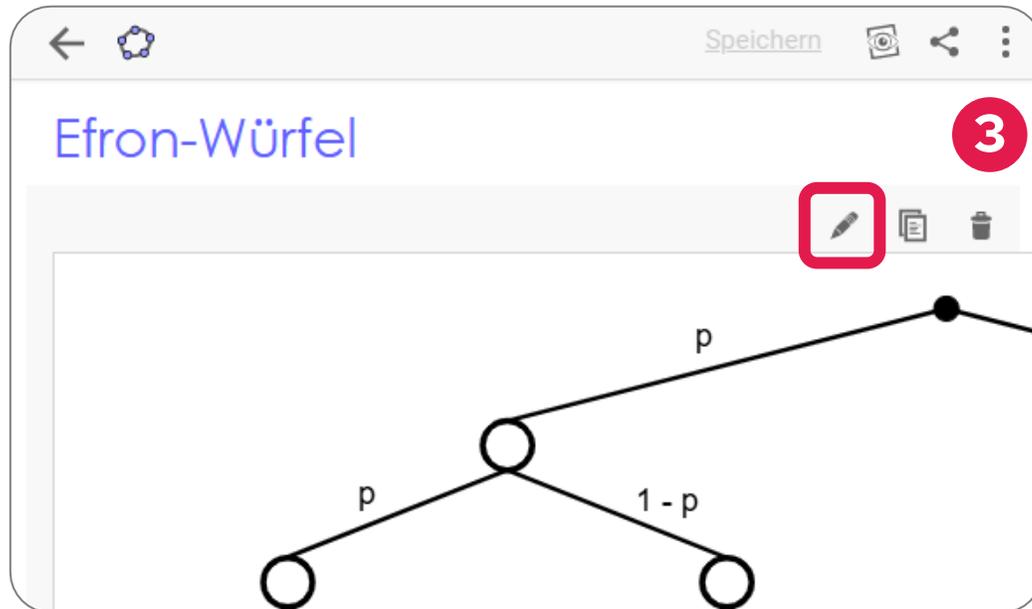
🗑️ Löschen

2

Einstellungen unter GeoGebra.org

■ Kontextmenü des Objekts

4



 $p^5 \cdot (1 - p)^0 \approx 0$

 $p^4 \cdot (1 - p)^1 \approx 0$

 $p^3 \cdot (1 - p)^2 \approx 0$

 $p^2 \cdot (1 - p)^3 \approx 0$

 $p^1 \cdot (1 - p)^4 \approx 0$

 $p^0 \cdot (1 - p)^5 \approx 1$

4

Du hast ein sehr großes Applet erstellt, das auf kleinen Bildschirmen nur schwer verwendet werden kann. Versuche bitte, die Größe des Applets für kleinere Bildschirme zu optimieren.

 Datei hier ablegen um diese hochzuladen, oder [Applet ersetzen](#)

1420 x 600

[Applet bearbeiten](#)

[▶ Erweiterte Einstellungen...](#)

[Fertig](#) [Abbrechen](#)

Einstellungen unter GeoGebra.org

■ Kontextmenü des Objekts

4

Datei hier ablegen um diese hochzuladen, oder

Applet ersetzen

4

Applet bearbeiten

1420 x 600

Erweiterte Einstellungen...

Breite

1420

Höhe

600

Skalierung ändern

1

Seitenverhältnis beibehalten

Rechtsklick und Tastatur aktivieren

Ziehen von Beschriftungen aktivieren

Symbol zum Zurücksetzen der Konstruktion anzeigen

Bewegungen der Ansicht und Zoom aktivieren

Menü anzeigen

Werkzeugleiste anzeigen

Eingabezeile anzeigen

Gestaltungsleiste anzeigen

GeoGebra App

GeoGebra Classic

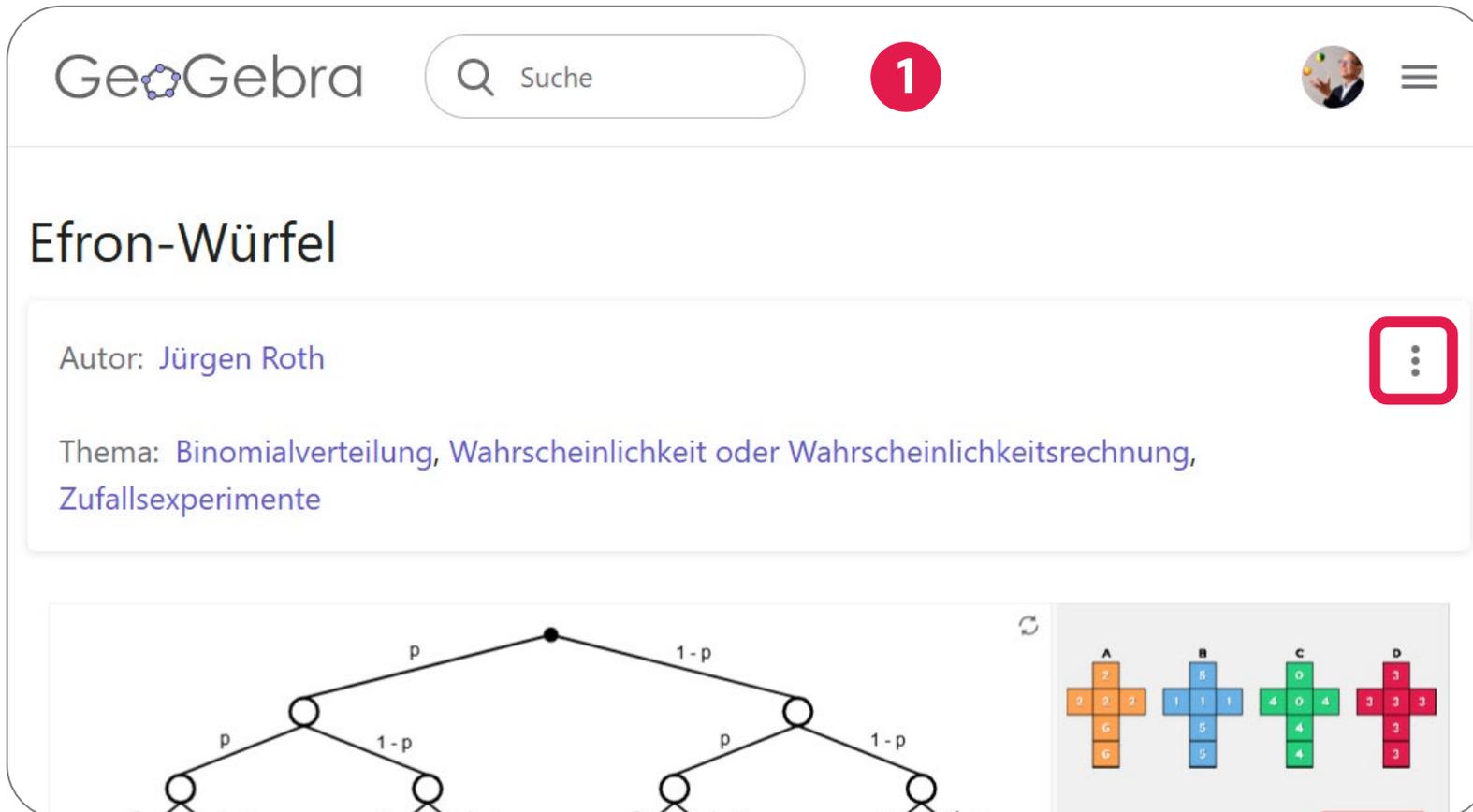
Fertig

Abbrechen

Nachsehen, wie etwas funktioniert

- Kontextmenü des Objekts

5

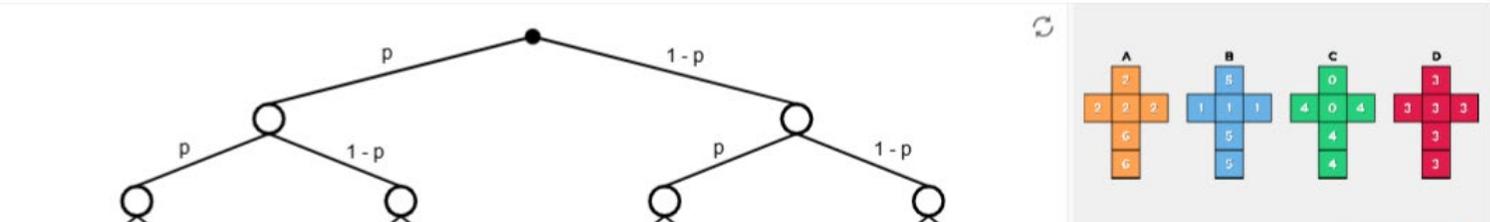


GeoGebra 1

Efron-Würfel

Autor: Jürgen Roth ⋮

Thema: Binomialverteilung, Wahrscheinlichkeit oder Wahrscheinlichkeitsrechnung, Zufallsexperimente



 Zu Favoriten hinzufügen

 Öffnen mit App

 Details 2

Nachsehen, wie etwas funktioniert

- Kontextmenü des Objekts

5

3

Anzahl der Stufen = 5

Pfad

4 Schaltfläche A und D

- Objekt anzeigen ✓
- AA Beschriftung anzeigen ✓
- Objekt sperren ✓
- Objekt hierhin anheften ✓
- Löschen
- Einstellungen**

Rechte
Maustaste

5

Grundeinstellungen Text Farbe Darstellung

Position Erweitert **Skripting**

Bei Mausklick Bei Update Globales JavaScript

```
p = 1/3  
Text9="p = \frac{1}{3}"  
Text2="A"  
SetzeFarbe(Text2, 1, 0.635, 0.322)  
Text2_{1}="A"  
SetzeFarbe(Text2_{1}, 1, 0.635, 0.322)  
Text2_{2}="A"  
SetzeFarbe(Text2_{2}, 1, 0.635, 0.322)  
Text2_{3}="A"  
SetzeFarbe(Text2_{3}, 1, 0.635, 0.322)  
Text2_{4}="A"  
SetzeFarbe(Text2_{4}, 1, 0.635, 0.322)  
Text2_{5}="A"  
SetzeFarbe(Text2_{5}, 1, 0.635, 0.322)  
Text2_{6}="A"  
SetzeFarbe(Text2_{6}, 1, 0.635, 0.322)  
Text2_{7}="A"  
SetzeFarbe(Text2_{7}, 1, 0.635, 0.322)
```

Wert einer Zahl festlegen

Text eines Textfeldes ändern

Textfarbe in rgb-Werten setzen

Einstellungen

- Global
- Objekt
- Grafikfenster 1
- Grafikfenster 2
- Algebra

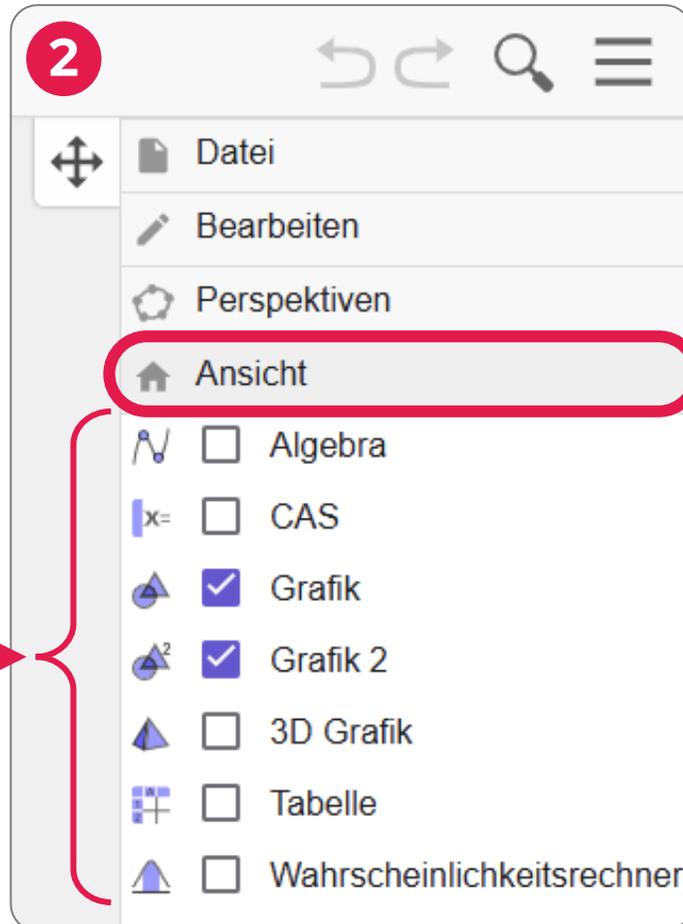
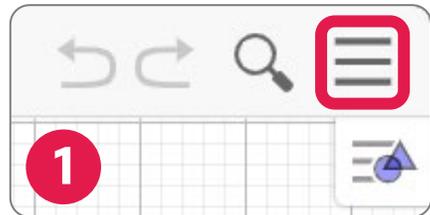
GeoGebra Skript

GeoGebra-Applets: Tipps und Tricks

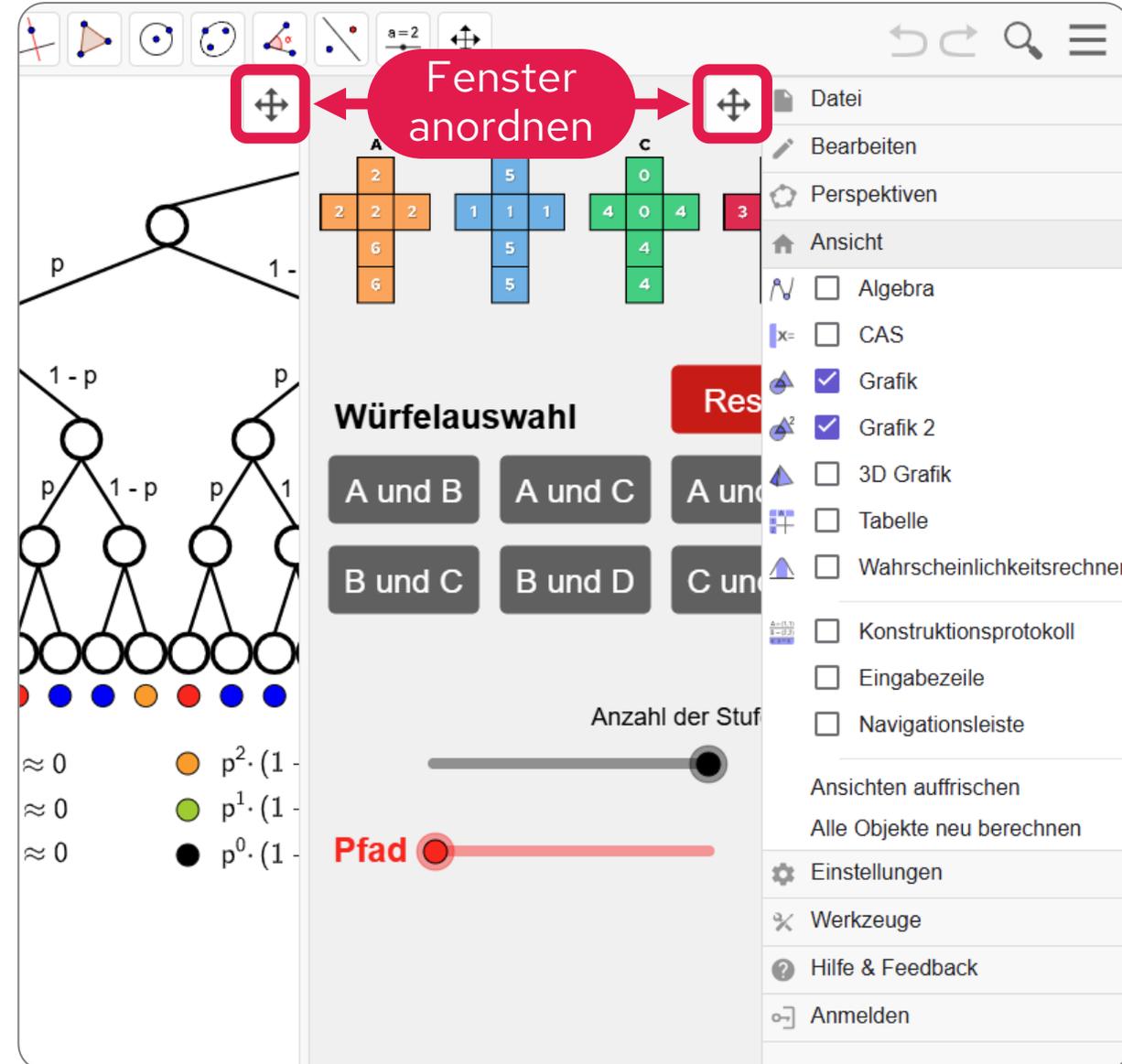
(Grafik-)Fenster anzeigen & anordnen

■ Globales Menü

6



Fenster zur Anzeige auswählen



3. Grafikfenster anzeigen & nutzen

■ Globales Menü

7

1

↶ ↷ 🔍 ☰

- 📁 Datei
- ✎ Bearbeiten
- 🏠 Perspektiven
- 🏠 Ansicht**
- 📐 Algebra
- ⌘ CAS
- 📐 Grafik
- 📐 Grafik 2
- 📐 3D Grafik
- 📊 Tabelle

3D Grafikfenster zur Anzeige auswählen

2

🖱️ A 📐 📐 📐 📐 ↶ ↷ 🔍 ☰

● e : $z = 0$ ☰

+ Eingabe...

3 Ebene e

- Erweiterte Form
- Erstelle 2D Ansicht von e**
- Objekt anzeigen ✓
- AA Beschriftung anzeigen ✓
- Spur anzeigen
- 🗑️ Löschen
- ⚙️ Einstellungen

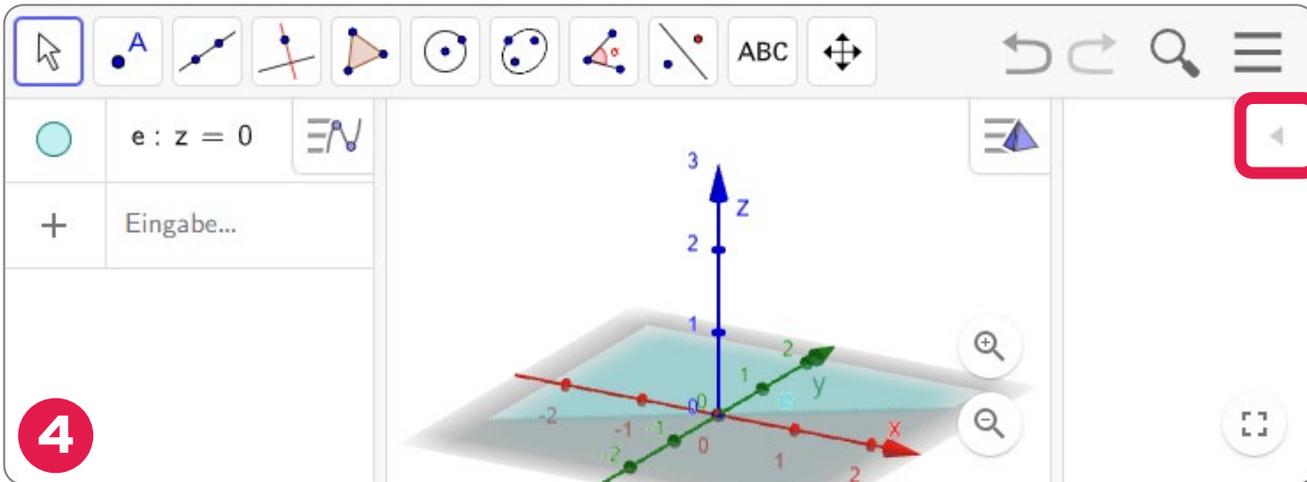
Rechte Maustaste

GeoGebra-Applets: Tipps und Tricks

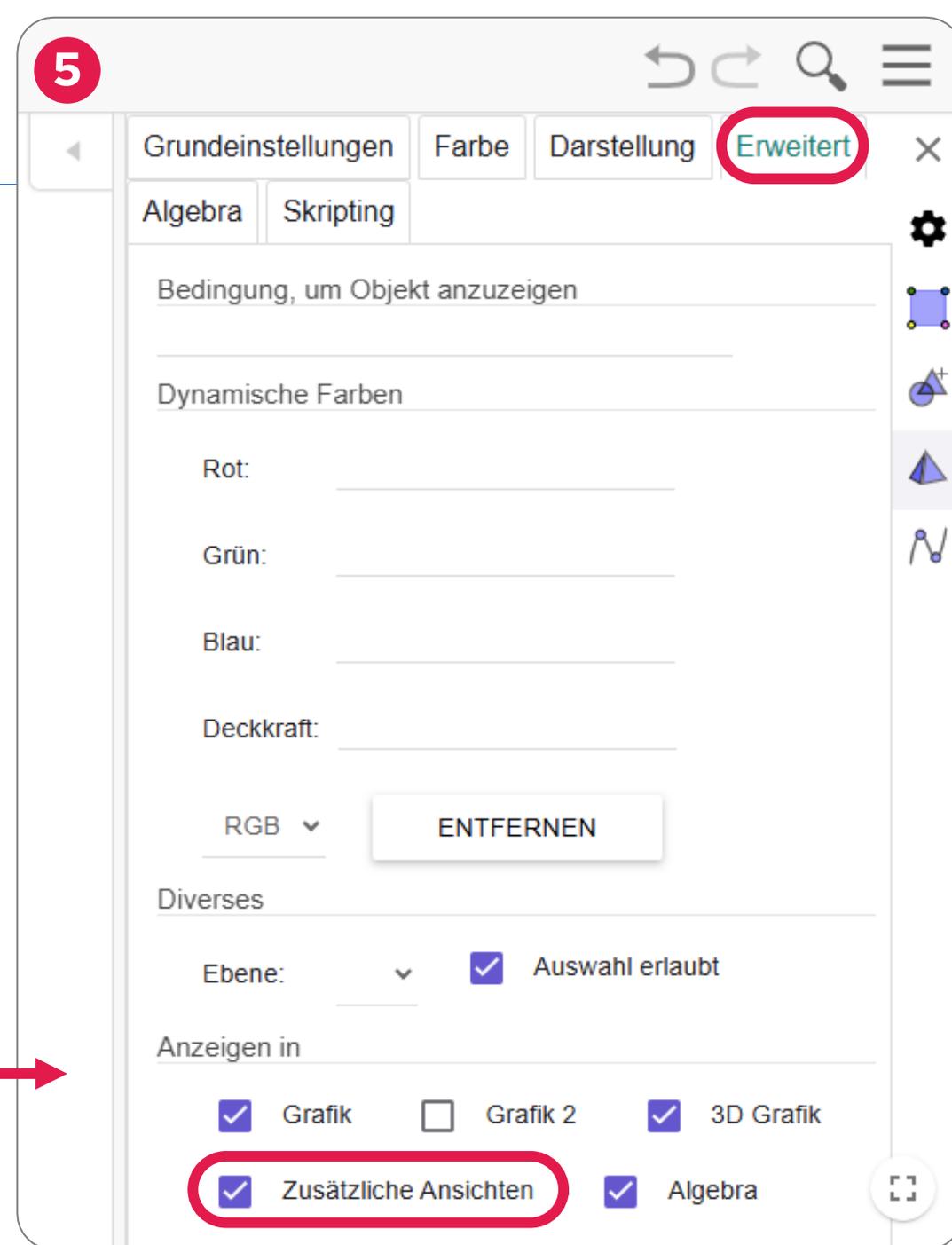
3. Grafikfenster anzeigen & nutzen

■ Globales Menü

7



Kontextmenü
eines Objekts



3

Aspekte der Aufgabengestaltung

1

Erst Denken, dann mit GeoGebra arbeiten

Schriftliche Vorhersagen zu den erwarteten Versuchsausgängen einfordern.

2

Direkter Bezug zu Handlungen mit GeoGebra

Handlungen mit GeoGebra konkret benennen und zu genauem Beobachten sowie schriftlichem Festhalten der Beobachtungen & Ergebnisse auffordern.

3

GeoGebra-Repräsentationen nutzen und in Beziehung setzen

Verschiedene durch das GeoGebra-Applet angebotene Repräsentationen zueinander in Beziehung setzen lassen.

4

Reflexion der Ergebnisse

Reflexionsfragen zu den beobachteten/erarbeiteten Ergebnissen, verbunden mit der Aufforderung die Reflexionsergebnisse schriftlich festzuhalten.

5

Anwendung und Transfer einfordern

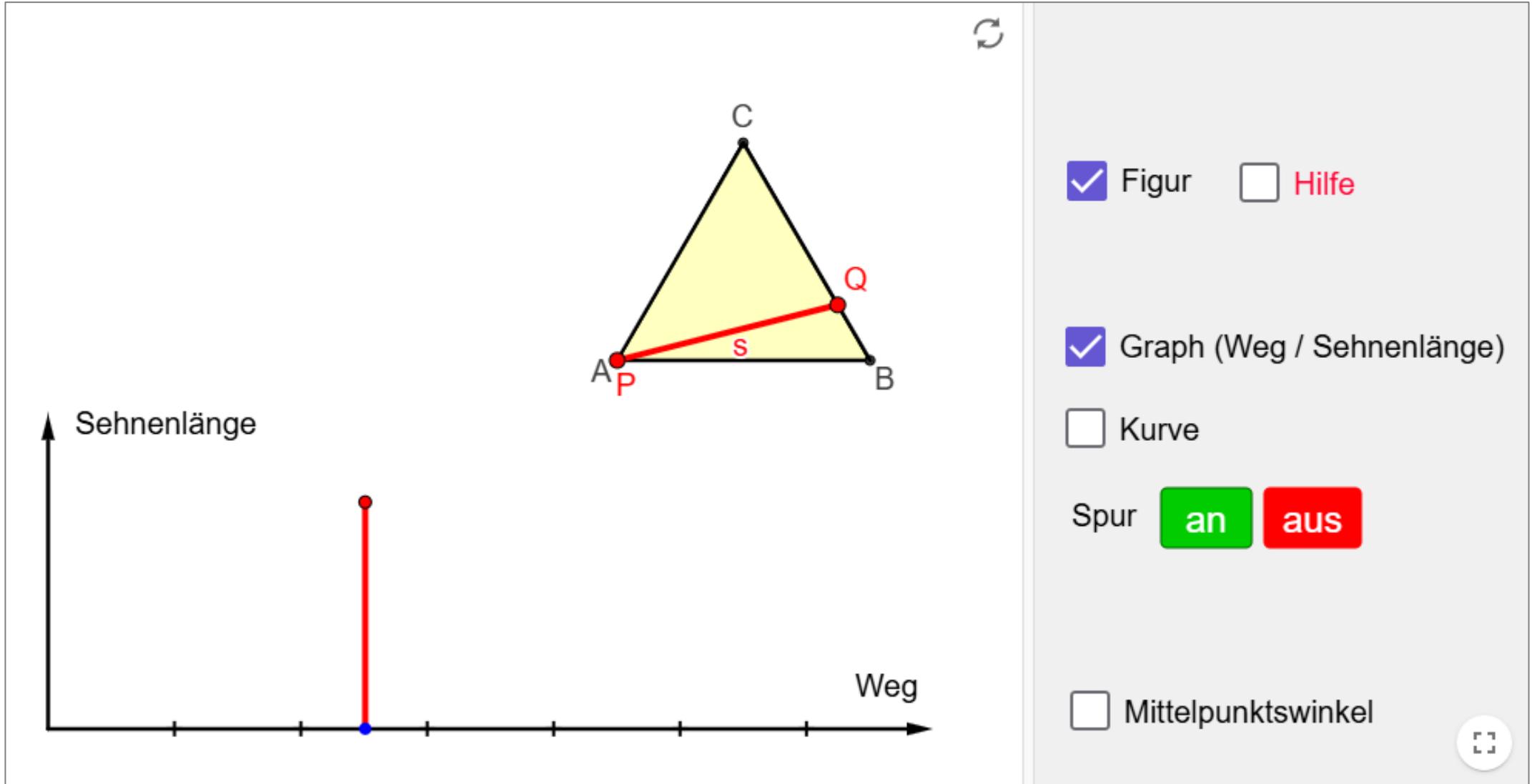
Anwenden der Ergebnisse auf die Situation einfordern und reflektieren lassen. Transfer der Erkenntnisse auf Situationen mit ähnlichen Kontexten initiieren.



Roth, J. (2022).
Digitale Lernumgebungen –
Konzepte, Forschungser-
gebnisse und Unterrichts-
praxis. In G. Pinkernell et. al.
(Hrsg.). *Digitales Lehren und
Lernen von Mathematik in der
Schule. Aktuelle Forschungs-
befunde im Überblick* (S. 109
-136). Berlin: Springer Spektrum.



Beispiel: Dreieckssehne



Wo wird schriftlich dokumentiert?

- **Papier:** Heft, Ordner, Arbeitsblätter, ...
- **Digital 1:** OneNote, Goodnotes, ...
- **Digital 2:** MMS-Datei / Screenshots
- **Papier/Digital 1 und Digital 2**

[...] assessors [...] need to be prepared for shorter written solutions and it is likely that in these written solutions students may have replaced pen-and-paper techniques by descriptions of processes used to solve problems. These written solutions may appear to be overall plans for solving problems with answers stated, rather than contain the extent of algebraic manipulation that might be expected in a purely pen-and-paper solution. (Ball, 2003, S. 192)

Was und wie wird protokolliert?

- Welche Überlegungen sollen protokolliert, worauf kann verzichtet werden?
- Wie kleinschrittig muss die Protokollierung erfolgen?
- Welche Eingaben und Ausgaben des MMS sollen in welcher Form ins Protokoll übernommen werden?
- Wie soll mit Hilfsobjekten in Dateien umgegangen werden?
(Bei Konstruktionen mit einem MMS z. B. festlegen: Hilfslinien gestrichelt darstellen.)
- **Vorgehensweisen, Beispiel(e) und systematisiertes Ergebnis festhalten!**

Gestaltungsmerkmale lernwirksamer GeoGebra-Lernumgebungen

1. Unterrichtseinbindung
von Lernumgebungen
2. Gestaltungsmerkmale
für GeoGebra-Applets
3. Aspekte der
Aufgabengestaltung

Vielen Dank
für Ihre
Aufmerksamkeit!

Kontakt

Prof. Dr. Jürgen Roth

RPTU

Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Kaiserslautern-Landau

Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)

Fortstraße 7, 76829 Landau

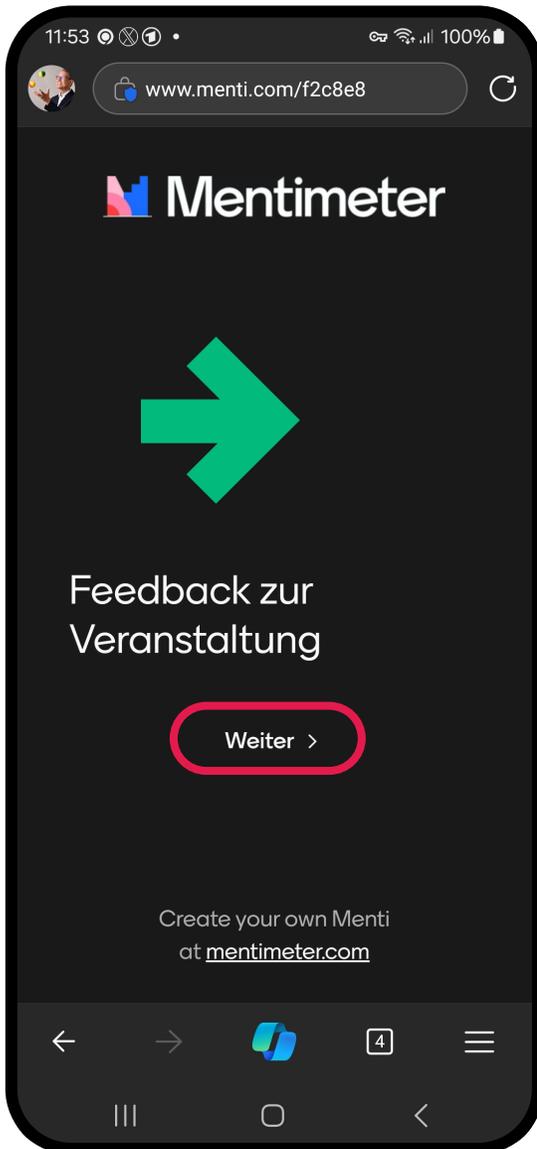
j.roth@rptu.de

juergen-roth.de

dms.nuw.rptu.de



RPTU



Umfragen: Veranstaltungsfeedback

- <http://feedback.roth.tel>

Fragen (Es sind mehrere Antworten möglich.)

- Was fanden Sie an der Veranstaltung gut?
Freitext (jeweils maximal 250 Zeichen)
- Was wünschen Sie sich für die Veranstaltung?
Freitext (jeweils maximal 250 Zeichen)

