

GeoGebra-Tagung RLP 2024

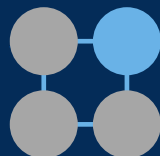
MaTeGnu

Jürgen Roth

29.09.2024 GeoGebra-Tagung RLP 2024, Speyer



GeoGebra-Institut
Landau (RLP)



Didaktik der
Mathematik
Sekundarstufen

R
P

TU

Rheinland-Pfälzische
Technische Universität
Kaiserslautern
Landau



GeoGebra

als Lernumgebung und Werkzeug

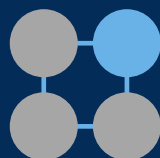
MaTeGnu

Jürgen Roth

29.09.2024 GeoGebra-Tagung RLP 2024, Speyer



GeoGebra-Institut
Landau (RLP)



Didaktik der
Mathematik
Sekundarstufen

Bitte einchecken



<https://roth.tel/checkin>



R
P

TU

Rheinland-Pfälzische
Technische Universität
Kaiserslautern
Landau

GeoGebra

als Lernumgebung und Werkzeug

1. Digitale Lernumgebung
↔ Digitales Werkzeug
2. Arbeiten mit digitalen
Lernumgebungen
3. Entdeckendes Lernen und
Problemlösen mit MMS

1

Digitale Lernumgebung ↔ Digitales Werkzeug

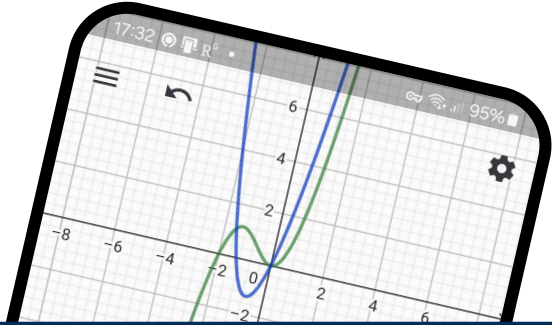
Digitale Werkzeuge

→ modulare Mathematikssysteme (MMS)

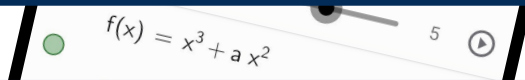
Digitale Werkzeuge

sind für den Mathematikunterricht im Wesentlichen

- Tabellenkalkulationsprogramme,
 - Computer-Algebra-Systeme,
 - dynamische (Raum-)Geometrie-Systeme
- und als deren Integration
- dynamische Mathematik-Systeme
[Multi-Repräsentations-Systeme,
modulare Mathematikssysteme (MMS)].



Digitale Werkzeuge dienen auch als Basis für die Entwicklung von Applets und digitalen Lernumgebungen!



MMS nur dann einsetzen, wenn dadurch Ziele des Mathematikunterrichts besser erreicht werden!

Digitale Werkzeuge

sind Universalwerkzeuge zum Lösen mathematischer Probleme und müssen durch die Nutzer:in, durch geeignete Ausgestaltung, zu Spezialwerkzeugen für den jeweiligen Zweck gemacht werden.



Digitale Lernumgebungen

setzen einen Rahmen für das selbstständige Mathematik-Lernen. Dazu werden u. a. Applets auf der Basis von digitalen Werkzeugen zur Unterstützung von selbstständigen Lernprozessen von Lernenden in die digitale Lernumgebung integriert.



Wann sollte was genutzt werden?

■ Digitales Werkzeug

Primäres Lernziel ist die Ausbildung von Nutzungsexpertise bzgl. des verwendeten digitalen Werkzeugs zur Problemlösung bzw. Aufgabenbearbeitung.

→ Die selbstständige Nutzung des digitalen Werkzeugs ist sinnvoll.

■ Digitale Lernumgebungen

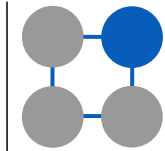
Primäres Lernziel besteht darin, einen mathematischen Inhalt zu durchschauen und zu verstehen.

→ Die Einbindung in eine digitale Lernumgebung ist sinnvoll.

Zweck des DMS-Einsatzes	Grad der Fokussierungshilfe	 Digitale Lernumgebung ■ vorgegebene Konfiguration (evtl. Möglichkeit zum Ein- und Ausblenden von Elementen)	 Hybrid ■ veränderbare Konfiguration mit einzelnen Fokussierungshilfen	 Digitales Werkzeug ■ leeres, unstrukturiertes MMS
Bewegliche Argumentation kommunizieren		☒		☒
Beweisidee vermitteln		☒		☒
Verständnisgrundlage für Begriffe und ihre Eigenschaften schaffen		☒	☒	☒
Experimentelles Arbeiten		☒	☒	☒
▪ Entdecken von Zusammenhängen				
▪ Finden von Ideen im Problemlöseprozess			☒	☒
Reflexion von Problemlöseprozessen		☒		☒

Definition: Lernumgebung

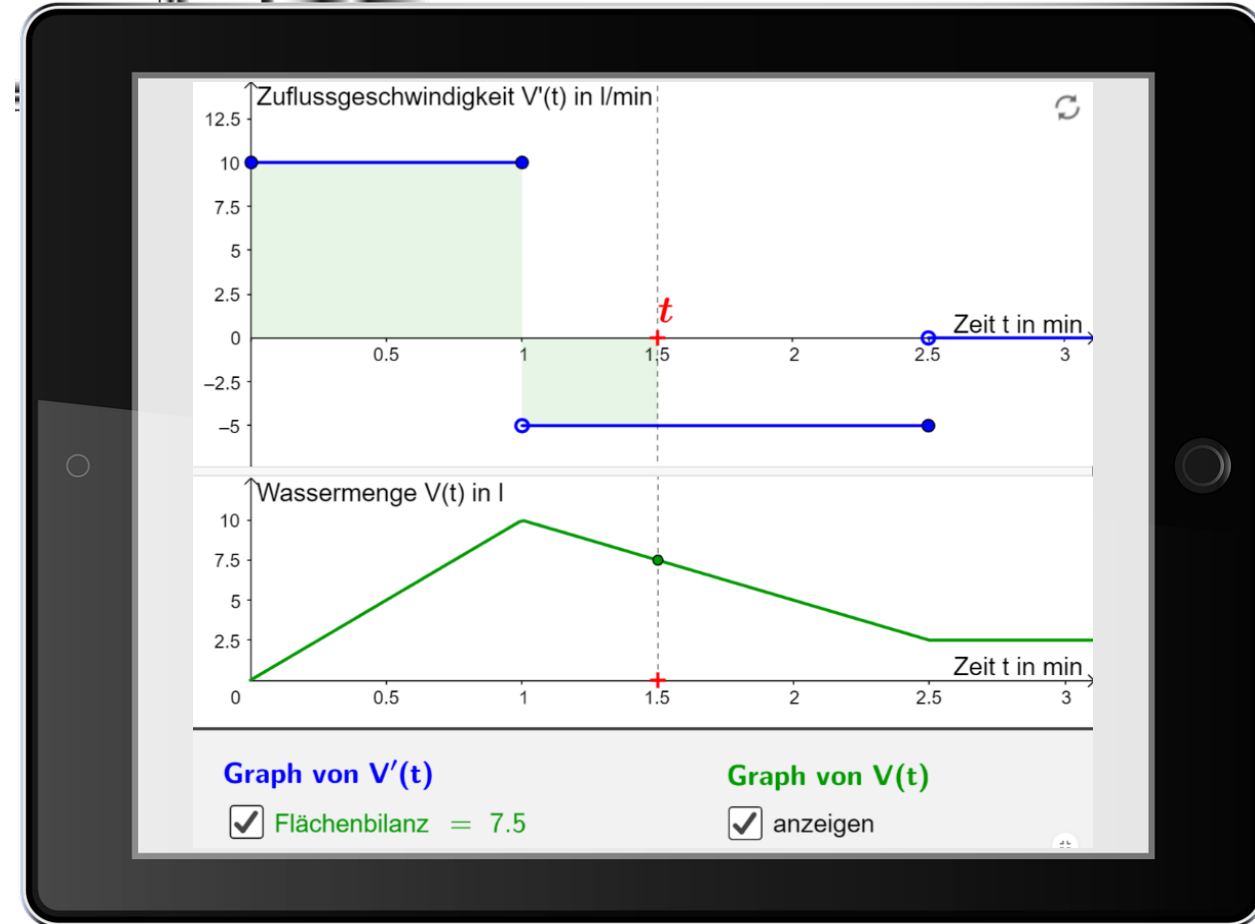
Roth, J. (2022). **Digitale Lernumgebungen – Konzepte, Forschungsergebnisse und Unterrichtspraxis.** In G. Pinkernell et. al. (Hrsg.). *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule. Aktuelle Forschungsbefunde im Überblick* (S. 109-136). Berlin: Springer Spektrum.



Definition: Digitale Lernumgebung

Digitale Lernumgebung

- Digitale Lernumgebungen bilden eine Teilmenge der Lernumgebungen.
- Eine digitale Lernumgebung konstituiert sich bereits dann, wenn eine Lernumgebung durch
 - von Lernenden interaktiv nutzbare digitale Elemente (z. B. Applets),
 - die einen wesentlichen Beitrag zum Lernprozess leisten, digital angereichert wurde.



2

Arbeiten mit digitalen Lernumgebungen

Rolle der Lehrperson im Rahmen der Arbeit mit (digitalen) Lernumgebungen

Vorbereitung



Lernende auf Arbeit mit digitaler Lernumgebung einstimmen

Regeln und Art der Dokumentation festlegen

Notwendige mathem. Kenntnisse und Fähigkeiten der Lernenden sicherstellen

Voraussetzungen für sinnvolles Arbeiten mit digitaler Lernumgebung schaffen



Durchführung

Überblick über Arbeitsstände und -ergebnisse wiederholt verschaffen

Implementierte Unterstützungssysteme adaptiv ergänzen

Möglichst minimal und in der Regel nicht inhaltlich unterstützen (Lernhilfen nach Zech)

Nachbereitungsphase inhaltlich vorbereiten



Nachbereitung

Erarbeitete Wissens-elemente konsolidieren

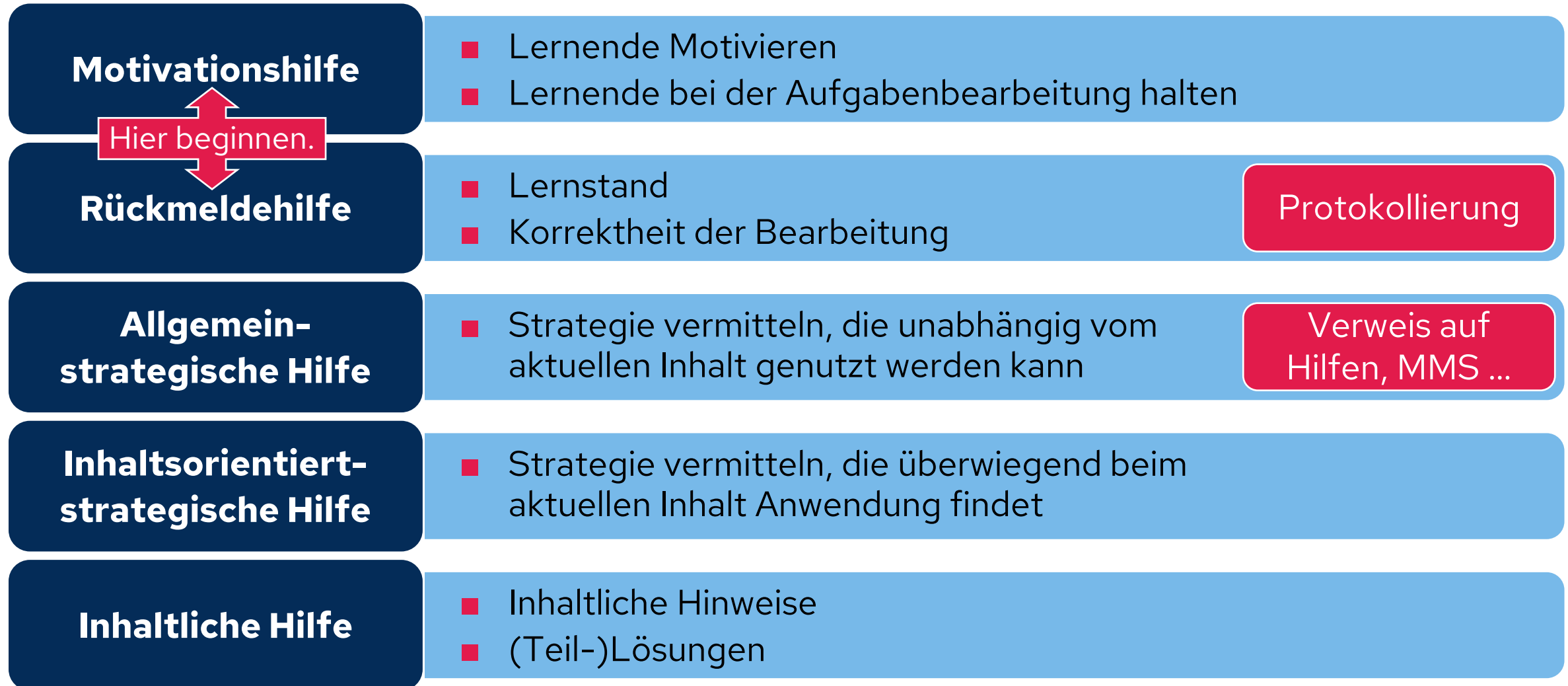
Beobachtungen & Protokolle Lernender nutzen

Mit regulärem mathem. Wissen abgleichen

Wesentliche Grundvorstellungen, Kenntnisse und Fähigkeiten herausarbeiten sowie sichern

Ereichten Fähigkeits- & Wissensstand überprüfen

Erarbeitetes weiter nutzen



Zech, F. (1998). Grundkurs Mathematikdidaktik (9. Aufl.). Beltz.

Roth, J. (2022). **Digitale Lernumgebungen – Konzepte, Forschungsergebnisse und Unterrichtspraxis.** In G. Pinkernell et. al. (Hrsg.). *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule. Aktuelle Forschungsbefunde im Überblick* (S. 109-136). Berlin: Springer Spektrum.



Ziel der Nutzung

- Selbstständiges, verständnisbasiertes, an Grundvorstellungen ausgerichtetes Lernen mathematischer Inhalte
- durch geeignete Aufbereitung und mithilfe passgenauer (digitaler) Unterstützungsmedien ermöglichen.

Keine Drill and Practice-Programme!



Mögliche Einsatzszenarien

- **In Inhaltsbereich einsteigen:** Inhaltsbereich explorieren und Grundvorstellungen erarbeiten
- **Inhaltsbereich konsolidieren:** Sichtweisen untereinander und mit Grundvorstellungen vernetzen

Computerunterstütztes Lernen



- mittlerer Effekt trotz Heterogenität
(Effektstärke: Cohens $d = 0,37$) Hattie (2015)

Einsatz digitaler Werkzeuge beim MINT-Lernen in den Sekundarstufen

- 92 Vergleichsstudien mit ↔ ohne digitale Werkzeuge seit 2000
- Positiver Effekt digitaler Werkzeuge
(Effektstärke: Hedges $g = 0,65$)
- Fortbildungen zum Einsatz digitaler Werkzeuge → positiver Einfluss
Hillmayer et al. (2020)

Digitale Lernumgebungen sind besonders lernförderlich, wenn



- Lerninhalte Veränderungen bzw. Prozesse einschließen
- Lerninhalte subjektiv anspruchsvoll
- Lerninhalte dynamisiert darstellbar
- dynamische Darstellungen interaktiv genutzt werden
Rolfes et al. (2020)
- sie Aushandlungs- und Austauschphasen beinhalten
- sie von schriftlichen Protokollaktivitäten begleitet werden
Digel et al. (2022)



Aufgabenstellungen



- schriftliche Ergebnis-Vorhersagen vor Nutzung dynamischer Interaktivitäten
- Reflexionsfragen zu beobachteten bzw. erarbeiteten Ergebnissen
- Zusammenhänge schriftlich festhalten
- dynamisch dargestellte Situation und dynamische mathematische Repräsentationen in Beziehung setzen
- Ergebnisse anwenden

Lichti & Roth (2018), Digel & Roth (2022)

Fokussierungshilfen



- dyna-linking, also dynamische Verbindungen zwischen Repräsentationen
- (identische) Farbgebung, Linienstärke
- Bezeichner & Messwerte mitführen
- Hilfslinien
- Veränderungsmöglichkeiten nur, wo für Erkenntnisgewinnung notwendig
- Zu- und abschaltbare Optionen

Ainsworth (1999), Roth (2005, 2017, 2019)

Protokollierung

Ergebnisse und Vorgehensweisen schriftlich (Text & Grafik) festhalten



- erleichtert reflektierte Abstraktion sowie Schematisierung & ermöglicht tiefere Verarbeitung Dörfler (2003)
- entlastet das Arbeitsgedächtnis Schnotz et al. (2011)
- fördert Reflexionstiefe & neue Erkenntnisgewinnung Roth (2013)
- ermöglicht die spätere Weiterarbeit mit den Erkenntnissen
- Anregung: Prompts & leere Kästen Schumacher & Roth (2015)

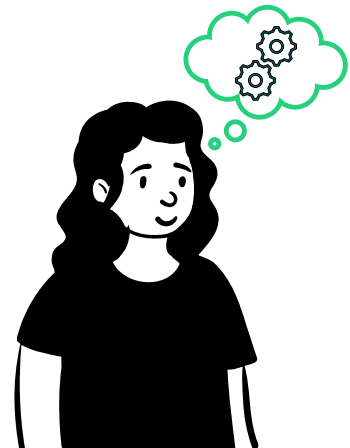
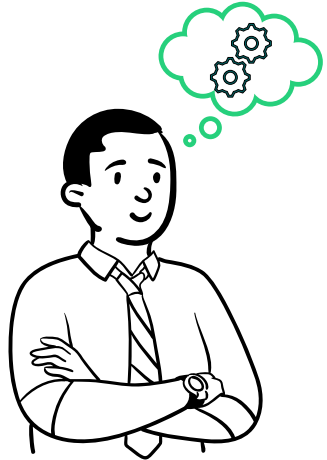
Feedback

individuell und adaptiv



- Wissensstand d. Lernenden
→ Art des Feedbacks
→ Detailgrad des Feedbacks
- Lernende werden aktiv in den Feedbackprozess einbezogen Bimba et al. (2017)
- Lernende: Feedback ist hilfreich
→ Bearbeitung richtig oder falsch
→ Erklärung für korrekte Lösung Jedtke & Greefrath (2019)
- Leistung ↔ Feedbacknutzung Rezat (2017)



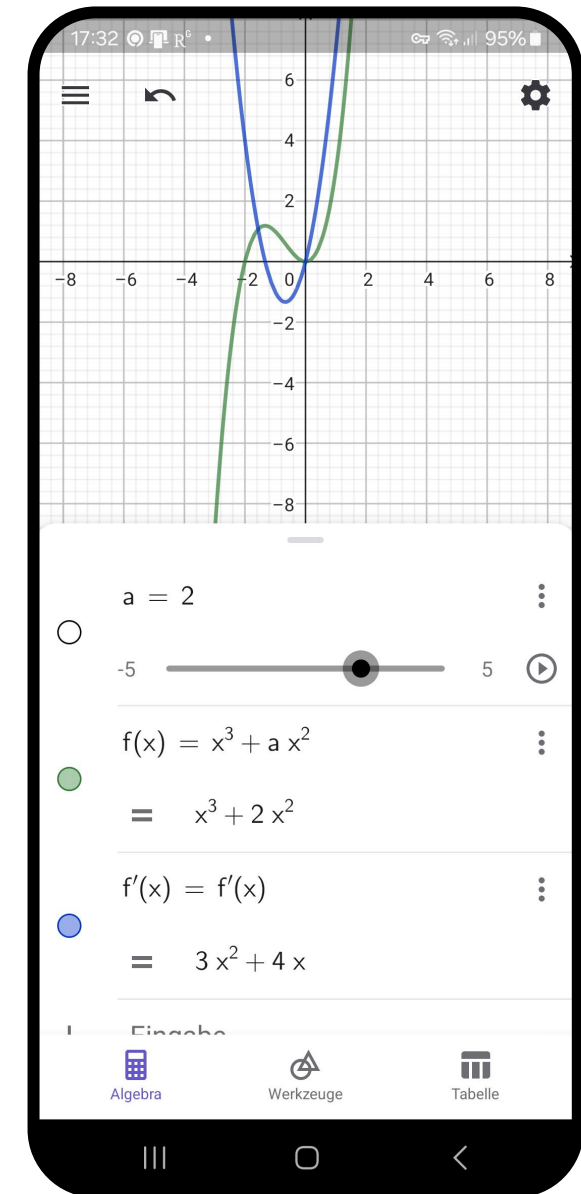


3

Entdeckendes Lernen und Problemlösen mit dem MMS

Beispiele für MMS-Einsatz

- Überblick über Funktionen (charakteristische Punkte, Ableitungen, ...) verschaffen
- (Funktions-)Terme vereinfachen
- Funktionen mit Parametern
- Algebraische oder numerische Berechnungen durchführen
- Ideen für Problemlösungen generieren
- Regressionskurven zu Messwerten (Modellierung beim Experimentieren)
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen analysieren
- Zusammenhänge erkunden
- ...



Vielen Dank für die Aufmerksamkeit

Prof. Dr. Jürgen Roth

RPTU

Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Kaiserslautern-Landau

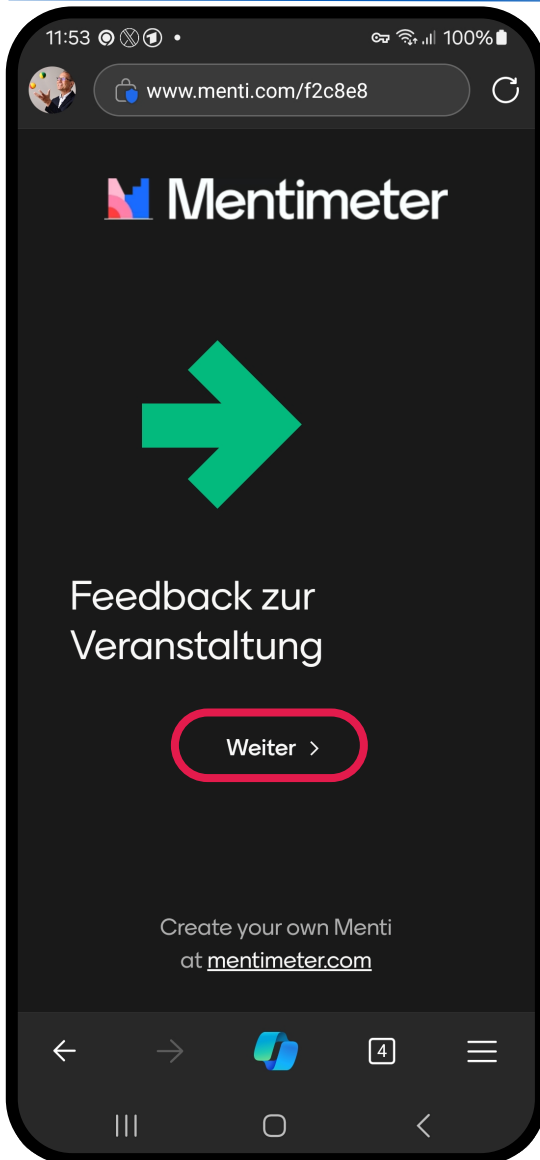
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7, 76829 Landau

j.roth@rptu.de

juergen-roth.de
dms.nuw.rptu.de



RPTU



Umfragen: Veranstaltungsfeedback

- <http://feedback.roth.tel>

Fragen (Es sind mehrere Antworten möglich.)

- Was fanden Sie an der Veranstaltung gut?
Freitext (jeweils maximal 250 Zeichen)
- Was wünschen Sie sich für die Veranstaltung?
Freitext (jeweils maximal 250 Zeichen)

