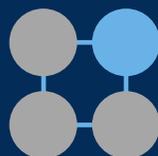


# GeoGebra-Tag für Studienseminare



GeoGebra-Institut  
Landau (RLP)



Didaktik der  
Mathematik  
Sekundarstufen

Jürgen Roth

15.11.2023 GeoGebra-Tag für Studienseminare

R  
P

TU  
Rheinland-Pfälzische  
Technische Universität  
Kaiserslautern  
Landau



Zeit	Inhalt		
09:00–10:00	Vortrag: <b>GeoGebra als Lernumgebung und Werkzeug</b> <span style="float: right;">CIV 260</span>		
10:00–10:30	☕ Kaffeepause <span style="float: right;">CIV 160</span>		
	<b>Workshop-Phase I</b>		
10:30–12:00	<b>WS 1:</b> CIV 260 <b>Erste Schritte mit GeoGebra</b>	<b>WS 2:</b> CIV 266 <b>Einstieg in die Differentialrechnung</b>	<b>WS 4:</b> CIV 165 <b>Digitale Lernumgebungen mit GeoGebra</b>
12:00–12:30	☕ Mittagspause <span style="float: right;">CIV 160</span>		
	<b>Workshop-Phase II</b>		
12:30–14:00	<b>WS 5:</b> CIV 266 <b>GeoGebra-Classroom im Matheunterricht</b>	<b>WS 7:</b> CIV 165 <b>Stochastikunterricht in der Sekundarstufe I mit GeoGebra</b>	<b>WS 8:</b> CIV 260 <b>Vernetzung von Geometrie und funktionalem Zusammenhang</b>
14:00–14:30	Abschlussplenum <span style="float: right;">CIV 260</span>		

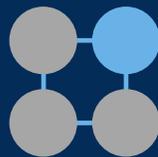


# GeoGebra

als Lernumgebung und Werkzeug

Jürgen Roth

15.11.2023 GeoGebra-Tag für Studienseminare



Didaktik der  
Mathematik  
Sekundarstufen

R

TU

P

Rheinland-Pfälzische  
Technische Universität  
Kaiserslautern  
Landau

# GeoGebra

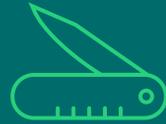
## als Lernumgebung und Werkzeug

1. Digitale Lernumgebung  
↔ Digitales Werkzeug
2. Arbeiten mit digitalen  
Lernumgebungen
3. Entdeckendes Lernen und  
Problemlösen mit MMS

# 1

**Digitale Lernumgebung  
↔ Digitales Werkzeug**

## Digitale Werkzeuge



sind für den Mathematikunterricht im Wesentlichen

- Tabellenkalkulationsprogramme,
- Computer-Algebra-Systeme,
- dynamische Geometrie-Systeme

und als deren Integration

- dynamische Mathematik-Systeme [Multi-Repräsentations-Systeme, modulare Mathematiksysteme (MMS)].

## Bemerkungen

Im Zusammenhang mit dem Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht sind auch auf der Basis von digitalen Werkzeugen gestaltete Applets wesentlich.

Dies gilt unabhängig von der Art des Geräts (Taschenrechner, Smartphone, (Tablet-) Computer...) auf denen diese laufen.

Mit Blick auf den Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht ist zunächst die Frage zu beantworten, inwiefern deren Nutzung das Erreichen der Ziele des Mathematikunterrichts nachhaltig unterstützt.



## Digitale Werkzeuge



sind Universalwerkzeuge zur mathematischen Problemlösung und müssen durch die Nutzer:in, durch geeignete Ausgestaltung, zu Spezialwerkzeugen für den jeweiligen Zweck gemacht werden.

## Digitale Lernumgebungen



setzen einen Rahmen für das selbstständige Mathematik-Lernen. Dazu werden – häufig von Lehrpersonen – unter anderem Applets auf der Basis von digitalen Werkzeugen zur Unterstützung von selbstständigen Lernprozessen von Lernenden in die digitale Lernumgebung integriert.

## Wann sollte was genutzt werden?

### ■ Digitales Werkzeug

Primäres Lernziel ist die Ausbildung von Nutzungsexpertise bzgl. des verwendeten digitalen Werkzeugs zur Problemlösung bzw. Aufgabenbearbeitung.

→ Die selbständige Nutzung des digitalen Werkzeugs ist sinnvoll.

### ■ Digitale Lernumgebungen

Primäres Lernziel besteht darin, einen mathematischen Inhalt zu durchschauen und zu verstehen.

→ Die Einbindung in eine digitale Lernumgebung ist sinnvoll.

# Inhalts- und Unterstützungsdimension

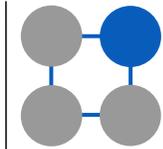
Zweck des DMS-Einsatzes	Grad der Fokussierungshilfe	 <b>vorgegebene Konfiguration</b> (evtl. Möglichkeit zum Ein- und Ausblenden von Elementen)	 <b>veränderbare Konfiguration</b> mit einzelnen Fokussierungshilfen	 <b>leeres, unstrukturiertes DMS / MMS</b>
Bewegliche Argumentation kommunizieren	<input checked="" type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>	
Beweisidee vermitteln	<input checked="" type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>	
Verständnisgrundlage für Begriffe und ihre Eigenschaften schaffen	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Experimentelles Arbeiten	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Entdecken von Zusammenhängen</li> </ul>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Finden von Ideen im Problemlöseprozess</li> </ul>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
Reflexion von Problemlöseprozessen	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	

# Definition: Lernumgebung

Roth, J. (2022). **Digitale Lernumgebungen – Konzepte, Forschungsergebnisse und Unterrichtspraxis.** In G. Pinkernell et. al. (Hrsg.). *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule. Aktuelle Forschungsbefunde im Überblick* (S. 109-136). Berlin: Springer Spektrum.



R  
P  
TU



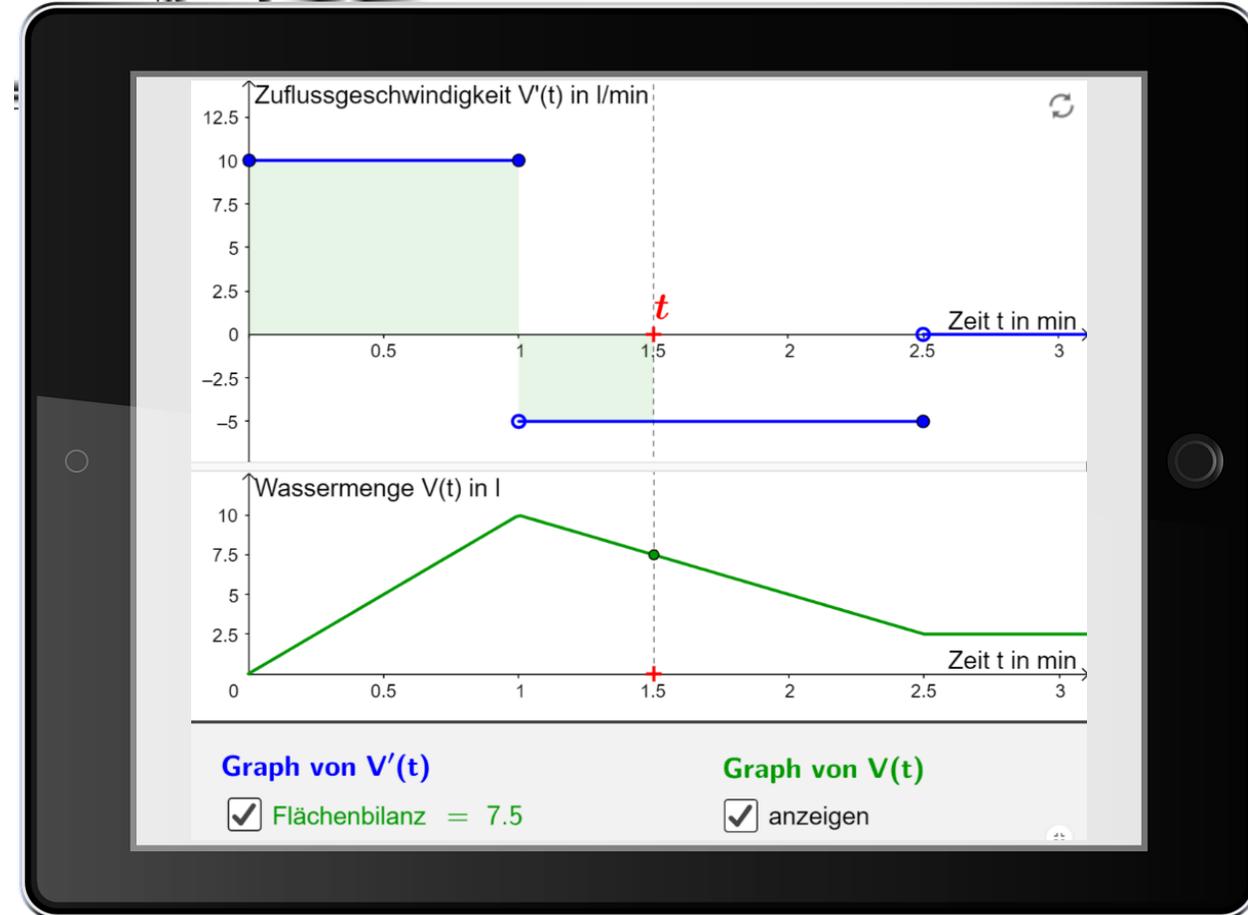
Didaktik der  
Mathematik  
Sekundarstufen



## Digitale Lernumgebung



- Digitale Lernumgebungen bilden eine Teilmenge der Lernumgebungen.
- Eine digitale Lernumgebung konstituiert sich bereits dann, wenn eine Lernumgebung durch
  - von Lernenden interaktiv nutzbare digitale Elemente (z. B. Applets),
  - die einen wesentlichen Beitrag zum Lernprozess leisten, digital angereichert wurde.



# 2

## Arbeiten mit digitalen Lernumgebungen

# Rolle der Lehrperson im Rahmen der Arbeit mit (digitalen) Lernumgebungen

## Vorbereitung



**L**ernende auf Arbeit mit digitaler Lernumgebung einstimmen

**R**egeln und Art der Dokumentation festlegen

**N**otwendige mathem. Kenntnisse und Fähigkeiten der Lernenden sicherstellen

**V**oraussetzungen für sinnvolles Arbeiten mit digitaler Lernumgebung schaffen



## Durchführung

**Ü**berblick über Arbeitsstände und -ergebnisse wiederholt verschaffen

**I**mplementierte Unterstützungssysteme adaptiv ergänzen

**M**öglichst minimal und in der Regel nicht inhaltlich unterstützen (Lernhilfen nach Zech)

**N**achbereitungsphase inhaltlich vorbereiten



## Nachbereitung

**E**rarbeitete Wissens-elemente konsolidieren

**B**eobachtungen & Protokolle Lernender nutzen

**M**it regulärem mathem. Wissen abgleichen

**W**esentliche Grundvorstellungen, Kenntnisse und Fähigkeiten herausarbeiten sowie sichern

**E**reichten Fähigkeits- & Wissensstand überprüfen

**E**rarbeitetes weiter nutzen

## Motivationshilfe

Hier beginnen.

- Lernende Motivieren
- Lernende bei der Aufgabenbearbeitung halten

## Rückmeldehilfe

- Lernstand
- Korrektheit der Bearbeitung

Protokollierung

## Allgemein- strategische Hilfe

- Strategie vermitteln, die unabhängig vom aktuellen Inhalt genutzt werden kann

Verweis auf  
Hilfen, MMS ...

## Inhaltsorientiert- strategische Hilfe

- Strategie vermitteln, die überwiegend beim aktuellen Inhalt Anwendung findet

## Inhaltliche Hilfe

- Inhaltliche Hinweise
- (Teil-)Lösungen

Zech, F. (1998). Grundkurs Mathematikdidaktik (9. Aufl.). Beltz.

Roth, J. (2022). **Digitale Lernumgebungen – Konzepte, Forschungsergebnisse und Unterrichtspraxis.** In G. Pinkernell et. al. (Hrsg.). *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule. Aktuelle Forschungsbefunde im Überblick* (S. 109-136). Berlin: Springer Spektrum.



## Ziel der Nutzung

- Selbstständiges, verständnisbasiertes, an Grundvorstellungen ausgerichtetes Lernen mathematischer Inhalte
- durch geeignete Aufbereitung und mithilfe passgenauer (digitaler) Unterstützungsmedien ermöglichen

Keine Drill and Practice-Programme!



## Mögliche Einsatzszenarien

- **In Inhaltsbereich einsteigen:** Inhaltsbereich explorieren und Grundvorstellungen erarbeiten
- **Inhaltsbereich konsolidieren:** Sichtweisen untereinander und mit Grundvorstellungen vernetzen

## Computerunterstütztes Lernen



- mittlerer Effekt trotz Heterogenität (Effektstärke: Cohens  $d = 0,37$ ) Hattie (2015)

## Einsatz digitaler Werkzeuge beim MINT-Lernen in den Sekundarstufen

- 92 Vergleichsstudien mit ↔ ohne digitale Werkzeuge seit 2000
- Positiver Effekt digitaler Werkzeuge (Effektstärke: Hedges  $g = 0,65$ )
- Fortbildungen zum Einsatz digitaler Werkzeuge → positiver Einfluss Hillmayer et al. (2020)

## Digitale Lernumgebungen sind besonders lernförderlich, wenn



- Lerninhalte Veränderungen bzw. Prozesse einschließen
- Lerninhalte subjektiv anspruchsvoll
- Lerninhalte dynamisiert darstellbar
- dynamische Darstellungen interaktiv genutzt werden Rolfes et al. (2020)
- sie Aushandlungs- und Austauschphasen beinhalten
- sie von schriftlichen Protokollaktivitäten begleitet werden Digel et al. (2022)



## Aufgabenstellungen

- schriftliche Ergebnis-Vorhersagen vor Nutzung dynamischer Interaktivitäten
- Reflexionsfragen zu beobachteten bzw. erarbeiteten Ergebnissen
- Zusammenhänge schriftlich festhalten
- dynamisch dargestellte Situation und dynamische mathematische Repräsentationen in Beziehung setzen
- Ergebnisse anwenden

Lichti & Roth (2018), Digel & Roth (2022)

## Fokussierungshilfen

- dyna-linking, also dynamische Verbindungen zwischen Repräsentationen
- (identische) Farbgebung, Linienstärke
- Bezeichner & Messwerte mitführen
- Hilfslinien
- Veränderungsmöglichkeiten nur, wo für Erkenntnisgewinnung notwendig
- Zu- und Abschaltbare Optionen

Ainsworth (1999), Roth (2005, 2017, 2019)

## Protokollierung

Ergebnisse und Vorgehensweisen schriftlich (Text & Grafik) festhalten



- erleichtert reflektierte Abstraktion sowie Schematisierung & ermöglicht tiefere Verarbeitung Dörfler (2003)
- entlastet das Arbeitsgedächtnis Schnotz et al. (2011)
- fördert Reflexionstiefe & neue Erkenntnisgewinnung Roth (2013)
- ermöglicht die spätere Weiterarbeit mit den Erkenntnissen
- Anregung: Prompts & leere Kästen Schumacher & Roth (2015)

## Feedback

individuell und adaptiv



- Wissensstand d. Lernenden  
→ Art des Feedbacks  
→ Detailgrad des Feedbacks
- Lernende werden aktiv in den Feedbackprozess einbezogen Bimba et al. (2017)
- Lernende: Feedback ist hilfreich  
→ Bearbeitung richtig oder falsch  
→ Erklärung für korrekte Lösung Jedtke & Greefrath (2019)
- Leistung ↔ Feedbacknutzung Rezat (2017)

# Unterrichtsplanung und -durchführung



**Lehr-Lern-Ziele**

**(Digitales)  
Werkzeug  
oder (digitale)  
Lernumgebung**

**Art der digitalen  
Lernumgebung**

**Vorbereitung**

**Überarbeitung**

- Aufgabenstellungen
- Digitale Elemente
- Hilfen / Feedback

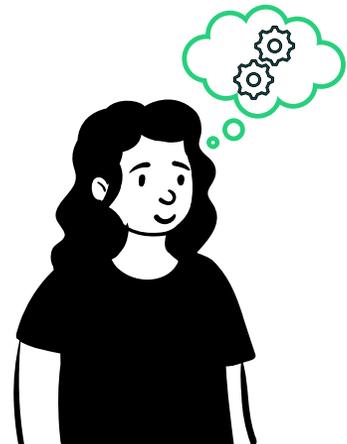
**Auswahl/Passung**

- Inhalt / Lernziel
- Lerngruppe
- Rahmenbedingung

**Durchführung**

**Nachbereitung**

**Lehr-Lern-Ziele**

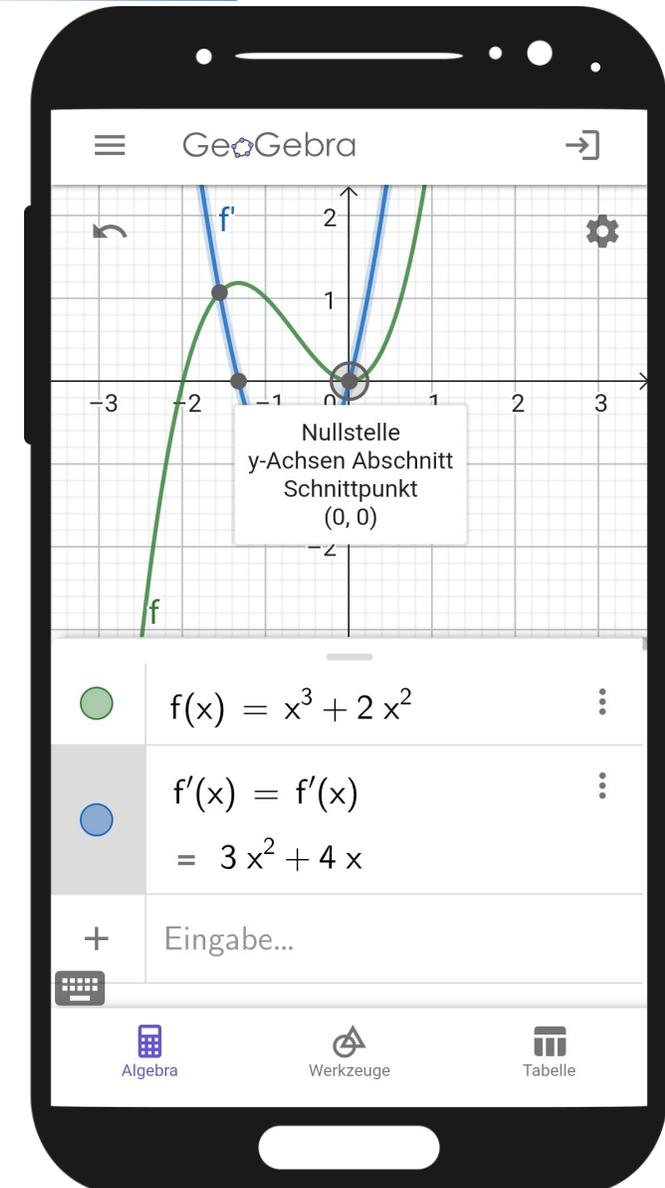


# 3

## **Entdeckendes Lernen und Problemlösen mit dem MMS**

## Beispiele für MMS-Einsatz

- Überblick über Funktionen, deren charakteristische Punkte und Ableitungen verschaffen
- (Funktions-)Terme vereinfachen
- Funktionen mit Parametern
- Algebraische oder numerische Berechnungen durchführen
- Ideen für Problemlösungen generieren
- Regressionskurven zu Messwerten (Modellierung beim Experimentieren)
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen analysieren
- Zusammenhänge erkunden
- ...



---

# Vielen Dank für die Aufmerksamkeit

---

**Prof. Dr. Jürgen Roth**

**RPTU**

Rheinland-Pfälzische Technische Universität  
Kaiserslautern-Landau

Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)  
Fortstraße 7, 76829 Landau

[j.roth@rptu.de](mailto:j.roth@rptu.de)

[juergen-roth.de](http://juergen-roth.de)  
[dms.nuw.rptu.de](http://dms.nuw.rptu.de)



**RPTU**



Zeit	Inhalt			
09:00-10:00	Vortrag: <b>GeoGebra als Lernumgebung und Werkzeug</b> <span style="float: right;">CIV 260</span>			
10:00-10:30	Kaffeepause <span style="float: right;">CIV 160</span>			
<b>Workshop-Phase I</b>				
10:30-12:00	<table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 33%;"><b>WS 1:</b> CIV 260 <b>Erste Schritte mit GeoGebra</b></td> <td style="width: 33%;"><b>WS 2:</b> CIV 266 <b>Einstieg in die Differentialrechnung</b></td> <td style="width: 33%;"><b>WS 4:</b> CIV 165 <b>Digitale Lernumgebungen mit GeoGebra</b></td> </tr> </table>	<b>WS 1:</b> CIV 260 <b>Erste Schritte mit GeoGebra</b>	<b>WS 2:</b> CIV 266 <b>Einstieg in die Differentialrechnung</b>	<b>WS 4:</b> CIV 165 <b>Digitale Lernumgebungen mit GeoGebra</b>
<b>WS 1:</b> CIV 260 <b>Erste Schritte mit GeoGebra</b>	<b>WS 2:</b> CIV 266 <b>Einstieg in die Differentialrechnung</b>	<b>WS 4:</b> CIV 165 <b>Digitale Lernumgebungen mit GeoGebra</b>		
12:00-12:30	Mittagspause <span style="float: right;">CIV 160</span>			
<b>Workshop-Phase II</b>				
12:30-14:00	<table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 33%;"><b>WS 5:</b> CIV 266 <b>GeoGebra-Classroom im Matheunterricht</b></td> <td style="width: 33%;"><b>WS 7:</b> CIV 165 <b>Stochastikunterricht in der Sekundarstufe I mit GeoGebra</b></td> <td style="width: 33%;"><b>WS 8:</b> CIV 260 <b>Vernetzung von Geometrie und funktionalem Zusammenhang</b></td> </tr> </table>	<b>WS 5:</b> CIV 266 <b>GeoGebra-Classroom im Matheunterricht</b>	<b>WS 7:</b> CIV 165 <b>Stochastikunterricht in der Sekundarstufe I mit GeoGebra</b>	<b>WS 8:</b> CIV 260 <b>Vernetzung von Geometrie und funktionalem Zusammenhang</b>
<b>WS 5:</b> CIV 266 <b>GeoGebra-Classroom im Matheunterricht</b>	<b>WS 7:</b> CIV 165 <b>Stochastikunterricht in der Sekundarstufe I mit GeoGebra</b>	<b>WS 8:</b> CIV 260 <b>Vernetzung von Geometrie und funktionalem Zusammenhang</b>		
14:00-14:30	Abschlussplenum <span style="float: right;">CIV 260</span>			



menti.com/f2c8e8/2

**Mentimeter**

Was wünschen Sie sich für die Veranstaltung?

Wir empfehlen kurze Antworten. Sie haben noch 250 Zeichen frei. 250

Sie können mehrere Antworten eingeben

**Absenden**

Powered by Mentimeter [Terms](#)

## Umfragen: Veranstaltungsfeedback

- <http://feedback.roth.tel>



## Fragen (Es sind mehrere Antworten möglich.)

- Was fanden Sie an der Veranstaltung gut?  
**Freitext (jeweils maximal 250 Zeichen)**
- Was wünschen Sie sich für die Veranstaltung?  
**Freitext (jeweils maximal 250 Zeichen)**