



Fragen zur Veranstaltung: [fragen.roth.tel](mailto:fragen.roth.tel)  
Folien zur Veranstaltung: [vortraege.roth.tel](mailto:vortraege.roth.tel)

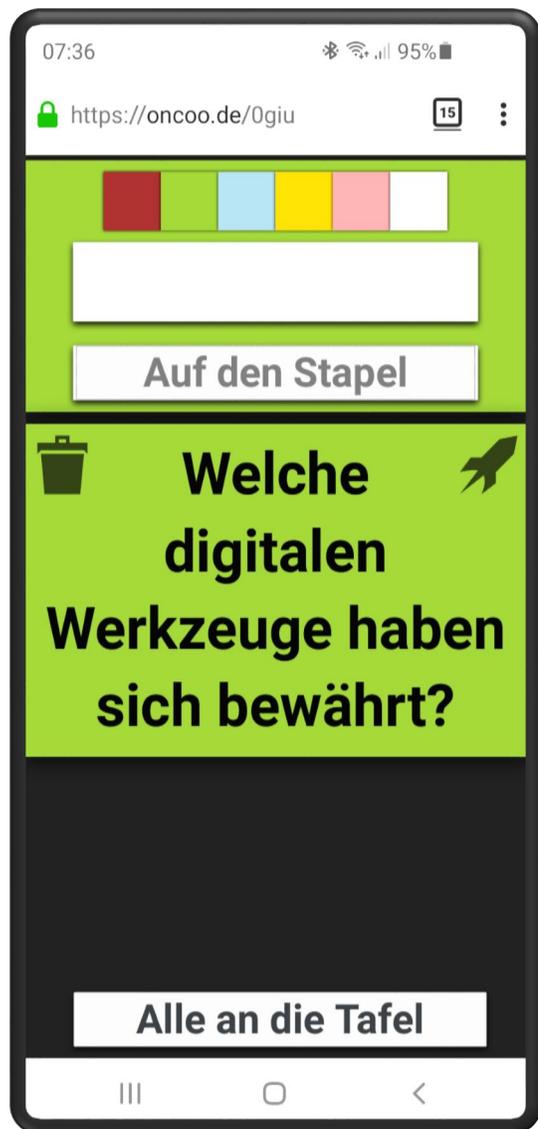
Jürgen Roth

# Wie halte ich eine fachdidaktische Vorlesung?

Workshop – Mitmachvorlesung



# Ihre Fragen zu fachdidaktischen Vorlesungen



<https://oncoo.de/yiia>



## Methodisches

Wie kann man Drop-out zu verhindern? <sub>1</sub>

Skript zur Verfügung stellen, auch wenn das die Anwesenheit mindert? <sub>1</sub>

Wie kann ich Apps sinnvoll integrieren? <sub>1</sub>

Methoden für interaktive Phasen? <sub>1</sub>

Wie Studierende zur Mitarbeit motivieren? <sub>1</sub>

## Unterrichtspraxis

Welche Bedeutung hat die Unterrichtspraxis für eine Einführung in Didaktik? <sub>1</sub>

Wie kommt man an Anschauungsmaterialien (Praxisbeisp., Videos, ...)? <sub>1</sub>

Wie stelle ich einen Zusammenhang zwischen Theorie und Praxis her? <sub>3</sub>

Woran erkenne ich geeignete Beispiele? <sub>2</sub>

## Prüfung

Wie kann ein sinnvoller Leistungsnachweis zur Vorlesung aussehen? <sub>2</sub>

## Input <-> Eigentätigkeit

Optimales Verhältnis von Eigentätigkeit der Studierenden und Input der Dozierenden? <sub>1</sub>

Viele Inhalte -> Zeit für Anwendung, Praxisbezug, Übung der Studierenden fehlt. Guter Mittelweg? <sub>1</sub>

"Fachdidaktische Vorlesung" ein Oxymoron? <sub>1</sub>

Möglichkeiten zur Wiederholung geben? Zeit lieber anders nutzen? <sub>1</sub>

Darf eine Vorlesung auch Seminarcharakter haben? (Austauschphasen etc.) <sub>2</sub>

Wie kann ich aktivierende Methoden in meine Veranstaltung einbauen? <sub>2</sub>

## Aufmerksamkeit halten

Wie kann ich die Aufmerksamkeit der Studierenden halten? <sub>1</sub>

Wie gestalte ich einen Spannungsbogen über die Themen der Vorlesung? <sub>1</sub>

Wie entwickle ich einen roten Faden? <sub>1</sub>

Wie finde ich geeignete Veranstaltungsstruktur? <sub>2</sub>

## Eigenarbeit der Studierenden

Wie viel Vorbereitungszeit der Studierenden kann ich voraussetzen? (Bspw. Lesen von Texten) <sub>1</sub>

Wie Studierende zu eigenverantwortlichem Lernen motivieren? <sub>1</sub>

Wie viel Inhalte kann man selbst erarbeiten lassen (z.B. Paper lesen,...)? <sub>1</sub>

Wie wähle ich geeignete Literatur aus? <sub>1</sub>

## Inhaltsauswahl

Welche Themen sind für eine Anfänger-Vorlesung relevant? <sub>1</sub>

Wie wählt man die relevanten Inhalte? <sub>2</sub>

Wie viele Fachinhalte gehören in fachdidaktische Vorlesungen? <sub>2</sub>

Umgang mit fehlenden (Mathe-)Kenntnissen in der Fachdidaktik? <sub>2</sub>

Wie geht man mit normativen Themen um? <sub>1</sub>

Wie entscheide ich über den passenden Fokus der Veranstaltung? <sub>1</sub>

- Methodisches
- Unterrichtspraxis
- Input  $\Leftrightarrow$  Eigentätigkeit
- Eigenarbeit der Studierenden
- Aufmerksamkeit halten
- Inhaltsauswahl
- Prüfungsform



## Wie halte ich eine fachdidaktische Vorlesung?

- 1 Planung
- 2 Aktivierung
- 3 Praxiseinbindung
- 4 Weiteres



[fragen.roth.tel](http://fragen.roth.tel)



## Wie halte ich eine fachdidaktische Vorlesung?

- 1 Planung**
- 2 Aktivierung
- 3 Praxiseinbindung
- 4 Weiteres



[fragen.roth.tel](http://fragen.roth.tel)

## Was brauchen Studierende?

- Reflektierter Überblick über Schulmathematik
- Stoffdidaktik
  - Zugangsweisen und deren Reflexion
  - Grundvorstellungen & Kernideen
- Schülervorstellungen und typische Fehler
- Theorie-Praxis-Verzahnung
  - Diagnose
  - Unterrichtsbeispiele
    - „Schwarzbrot-Themen“
    - Wesentliches herausarbeiten
- Fachdidaktische Erkenntnisgewinnung
- Wo & wie kann ich mir selbst mathematische und fachdidaktische Inhalte erarbeiten?





## Was möchte ich?

- Eigene Forschungsergebnisse einbinden
- Diskussionen mit Studierenden zu fachdidaktischen Fragestellungen
- Warum Unterrichtserfahrung alleine nicht für einen guten Mathematikunterricht ausreicht.
- Eigene Unterrichtserfahrungen einbringen und mit Studierenden reflektieren.

## Kriterien für eine Schwerpunktsetzung

- Kernideen, typische Problemstellen
- gut erforscht, eigener Beitrag
- plakativ vermittelbar
- Schwierigster Aspekt → Anderes sollten sich Studierende selbst anlesen & erarbeiten können
- Did. Reduktion von Forschungsergebnissen

# Planung der Veranstaltung

Datum	Inhalt
25.04.	1. Was ist/soll Mathematikdidaktik? 2. Rahmenbedingungen des Mathematikunterrichts
02.05.	3. Differenzieren
09.05.	3. Differenzieren (Teil 2)
16.05.	4. Warum Mathematikunterricht? 5. Lernziele im Mathematikunterricht
23.05.	6. Wie funktioniert Lernen?
30.05.	6. Wie funktioniert Lernen? (Teil 2)
06.06.	<b>Pfingstmontag</b>
13.06.	7. Didaktische Prinzipien
20.06.	8. Begriffe erarbeiten
27.06.	9. Sachverhalte erarbeiten 10. Algorithmen erarbeiten
04.07.	11. Anwenden und Modellieren 12. Problemlösen
11.07.	12. Problemlösen (2. Teil)
18.07.	13. Unterricht planen
25.07.	14. Computereinsatz am Beispiel DMS

## Gesamtplanung vornehmen

- Planungsliste  
- **Eine** Stelle an der man alles findet! 

## Materialien zur Veranstaltung

- Literatur
  - Lehrbuch / Lehrbücher → Digitalausgabe 
  - Artikel
    - Textdatenbank 
    - eigene Publikationen 
- (Folien-)Skript → [juergen-roth.de/lehre/#skripte](http://juergen-roth.de/lehre/#skripte) 
- Vorlesungsvideos → [Planungsliste](#) 
- Digitale Arbeitsmittel
  - Prozessdiagnose → [vivan.uni-landau.de](http://vivan.uni-landau.de) 
  - GeoGebra-Dateien → [geogebra.org/u/roth](http://geogebra.org/u/roth) 
- Analoge Arbeitsmaterialien?!

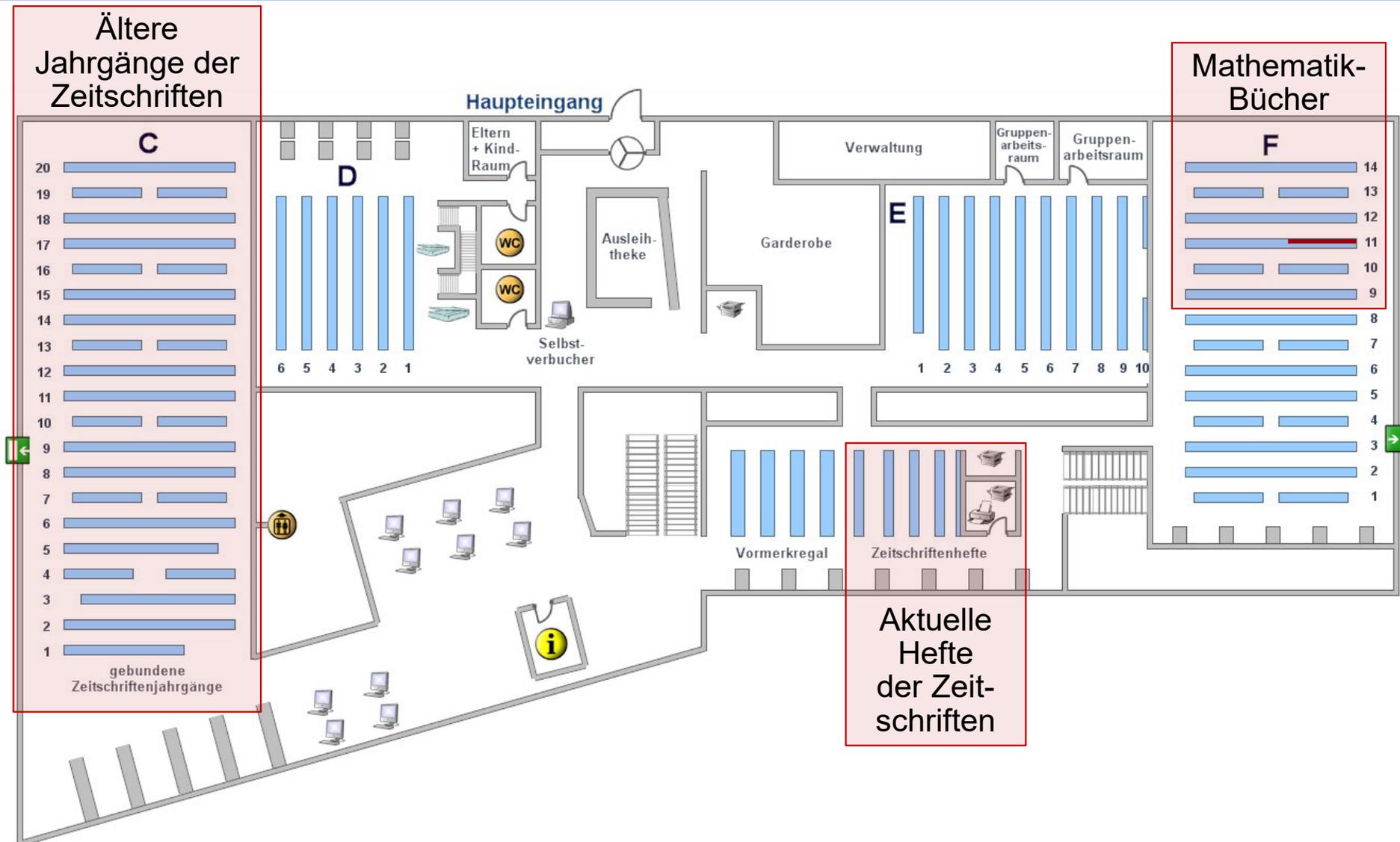


## Bücher

- Leicht zugängliche Lehrbücher → eBooks
- Grundlegendes Werk + Ergänzungen
- Eigene Auswahl transparent machen  
→ [juergen-roth.de/lehre/#skripte](http://juergen-roth.de/lehre/#skripte) 

## Artikel

- Lehrerzeitschriften (→ Berufsvorbereitung)  
→ [juergen-roth.de/zeitschriften/](http://juergen-roth.de/zeitschriften/) 
- Journalartikel  
(→ fachdidaktische Erkenntnisgewinnung)  
→ [juergen-roth.de/zeitschriften/](http://juergen-roth.de/zeitschriften/) 
- Eigene Veröffentlichungen  
→ [juergen-roth.de/publikationen/](http://juergen-roth.de/publikationen/) 





## Wie halte ich eine fachdidaktische Vorlesung?

- 1 Planung
- 2 Aktivierung**
- 3 Praxiseinbindung
- 4 Weiteres



[fragen.roth.tel](https://fragen.roth.tel)

## Allgemeine Aktivierung

- **Positionswechsel der Lehrperson**
- **Blickkontakt** → Z-Blick bzw. WM-Blick
- **Direkte Ansprache**  
→ Das wird Sie im Unterricht beschäftigen, ...
- **Fragen stellen**
  - Zeit lassen
  - Fragenplatz einrichten
  - Zusätzlich: Feste Fragezeit(en)
- **Gymnastische Kurzübung**

## Elektronisch

- **Wordcloud**
- **Entscheidungsfragen**
- **Stimmungsbild**

## Analog

- **Zuruffragen** → Antworten festhalten
- **Umfragen / Quiz-Fragen**  
→ Handzeichen; Farbkarten; per Aufstehen
- **Lerntagebuch**  
→ Was möchten Sie selbst umsetzen...  
→ Eigene Unterrichtserfahrungen dazu?
- **Vergleich der Mitschriften**  
→ Gemeinsamkeiten und Unterschiede
- **Reihenspiel**  
→ 10 Methoden z. Teilnehmeraktivierung notieren
- **Kleingruppen-Murmelfase**  
→ Eine Person aus der Gruppe berichtet.
- **„Materialarbeit“** →  $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}$  inhaltlich erarbeiten
- **Zusammenfassung durch Studierende**



## Glückstopf

- 5er Gruppen → jeder notiert wichtigen Begriff
- Zettel in Behälter (Glückstopf) an nächste Gruppe weitergeben → Mitglieder ziehen je 1 Zettel und erläutern den Begriff schriftlich
- Eingehen auf Unklarheiten im Plenum



## Prüfungsfragen erfinden

- Lehrperson erläutert Prüfungsfragen.
- Studierende erstellen Prüfungsfragen in Einzel- oder Gruppenarbeit (ggf. HA)
- Lehrperson sammelt die Fragen und stellt einzelne zur Vorbereitung auf Fragerunde und Prüfung → ggf. wirklich als Prüfungsfrage



## One-minute-paper



## A-Z-Brainstorming



## Bienenkorb

- Austausch: 2er bis 4er-Gruppen
- Fragen an Plenum / Lehrperson formulieren



## Schriftliche Fragerunde

- 10er Gruppen bilden
- Je **eine** Frage notieren → Zettel weitergeben.
- Wer eine Antwort weiß, schreibt diese dazu.
- Fragen und Antworten im Plenum sammeln.



## Lernstopp

- 3 Minuten Verarbeitung mit Arbeitsauftrag (Aufgabe bearbeiten, Frage diskutieren, wesentliche Inhalte notieren, Umsetzungsmöglichkeiten überlegen, ...)
- Ergebnisse durch Lehrperson besprochen



## Kommunikationskarten / Handzeichen

- Fragen werden durch hochgehaltene Karten, Handzeichen oder Aufstehen beantwortet.



## Reihenspiel

- Arbeitsblatt mit Frage als Überschrift.
- Je Reihe wird links das Blatt ausgeteilt jedes Paar schreibt einen Bestandteil auf bzw. streicht einen falschen Aspekt.
- Studierende ganz rechts sind verantwortlich, dass alle Aspekte vorhanden sind.



## Erklären lassen

- Seneca: Durch Lehren lernen wir.
- Studierende etwas erklären lassen.



## Murmelgruppen

- Frage ca. 30 bis 90 Sekunden mit Banknachbarn diskutieren.
- Anschließend einige Gruppen ihr Ergebnis kurz vorstellen lassen.



## Mitschriften vergleichen

- Alle werden zum Mitschreiben aufgefordert.
- Mitschriften mit Banknachbarn austauschen.
- Über Unterschiede sprechen.



## Lerntagebuch

- Studierende am Ende einer Einheit individuell wichtigste Lernergebnisse notieren lassen.

## Aktivierung analog (+ digital)



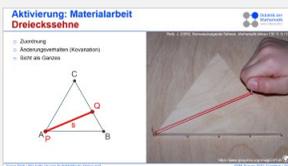
**Semantisches Arbeiten**  
→ Bruchzahlen multiplizieren



**Schülerlernumgebungen**  
→ Pythagoras: Puzzlebeweis



**Grundvorstellung aktivieren**  
→ WABIs



**Repräsentationen vernetzen**  
→ Dreieckssehne

## Aktivierung digital



**Auswahlentscheidungen**  
→ Schokolade essen



→ Regelableitung  
„Bruch durch Bruch“

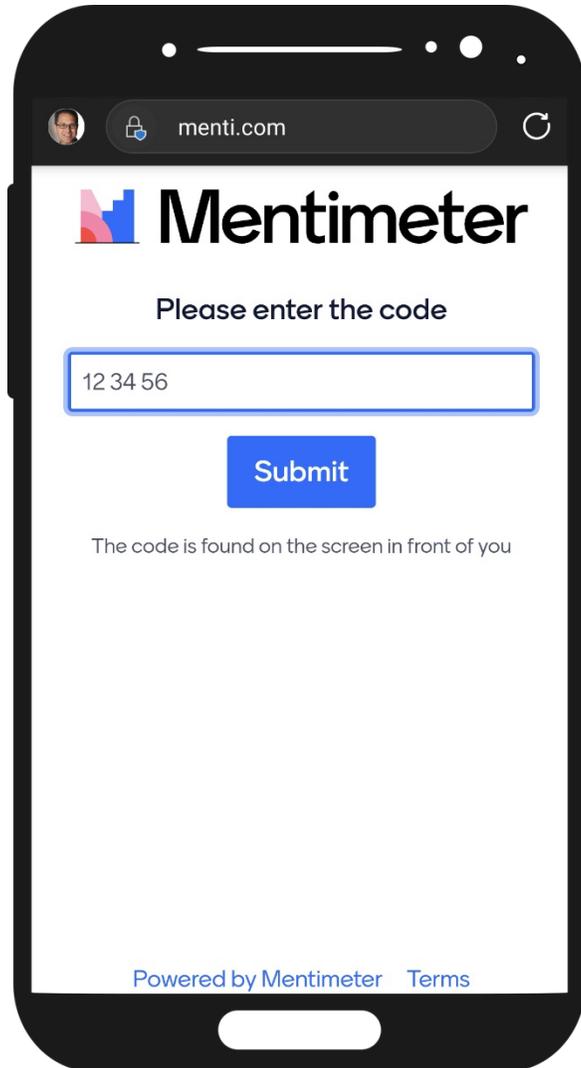


**Kollaborationstools**  
→ u.a. oncoo.de



**Videobeispiele**  
→ u.a. ViviAn





## Abstimmungssysteme

-  [mentimeter.com](https://www.mentimeter.com)
-  [pingo.coactum.de](https://pingo.coactum.de)
-  [frag.jetzt](https://frag.jetzt)

## Online-Kooperationssystem

-  [oncoo.de](https://oncoo.de)
-  [zumpad.zum.de](https://zumpad.zum.de)

## Digitale Tafeln

-  [geogebra.org/notes](https://www.geogebra.org/notes) / GeoGebra Classroom 
-  [classroomscreen.com](https://classroomscreen.com)
-  [app.whiteboard.microsoft.com](https://app.whiteboard.microsoft.com)

## Video-Tools

-  [vcm.uni-kl.de](https://vcm.uni-kl.de) (Panopto)
-  [vivian.uni-landau.de](https://vivian.uni-landau.de) (ViviAn)



# Aktivierung: Materialarbeit

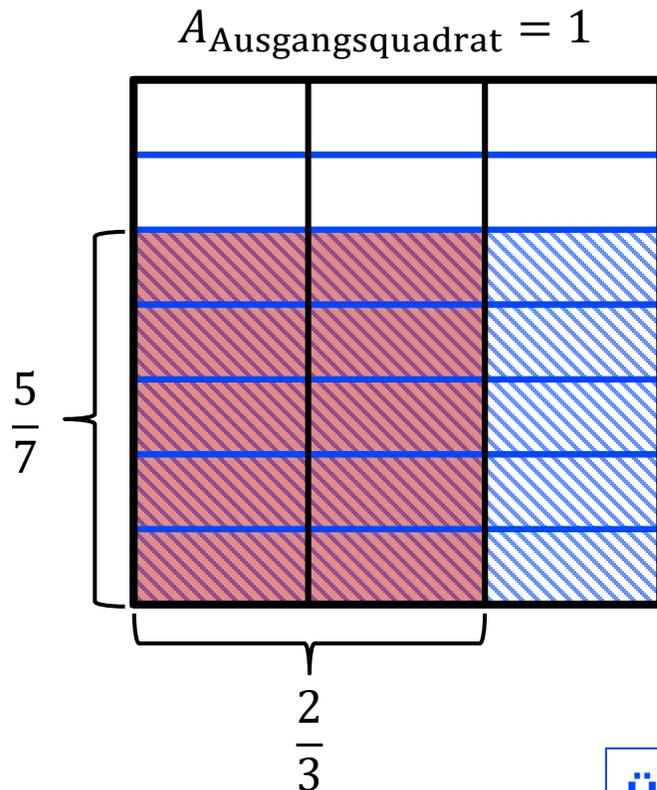
## Multiplikation von Bruchzahlen

Malle, G. (2004). Grundvorstellungen zu Bruchzahlen. *mathematik lehren* 123, S. 4-8

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = ?$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \text{ von } \frac{5}{7}$$

Von-Deutung



Aus Skizze ablesen:

$$\frac{2}{3} \text{ von } \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$$

Flächeninhaltsformel

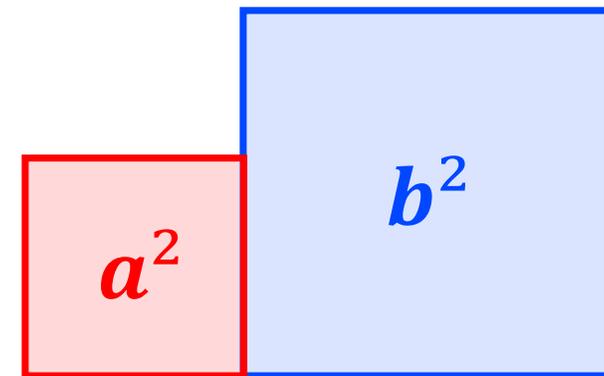
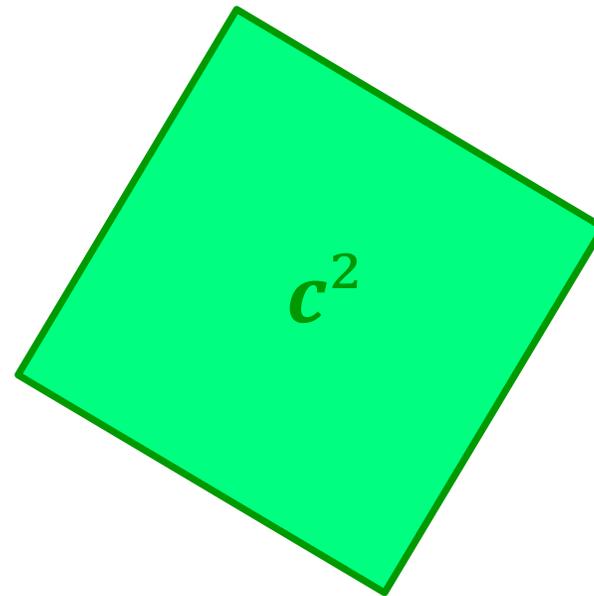
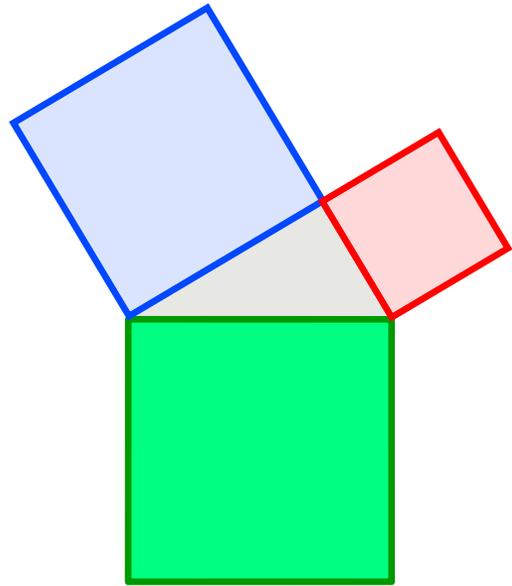
$$A_{\text{Rechteck}} = l \cdot b = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}$$

**Übung:** Bestimmen Sie genauso die Produkte  $\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3}$  und  $\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2}$ .



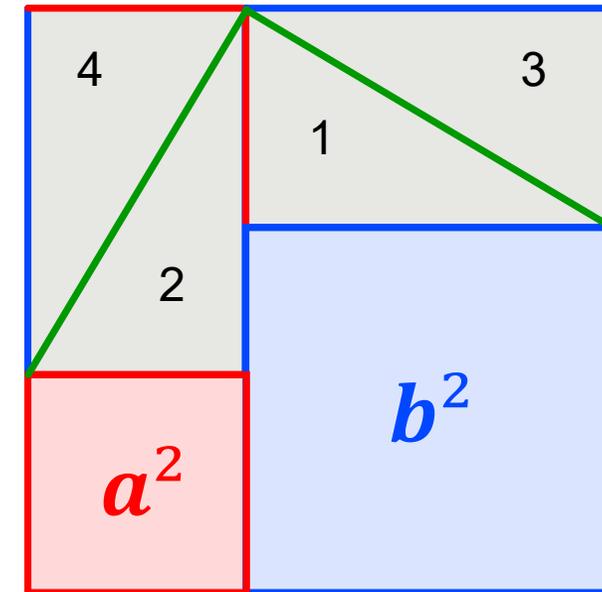
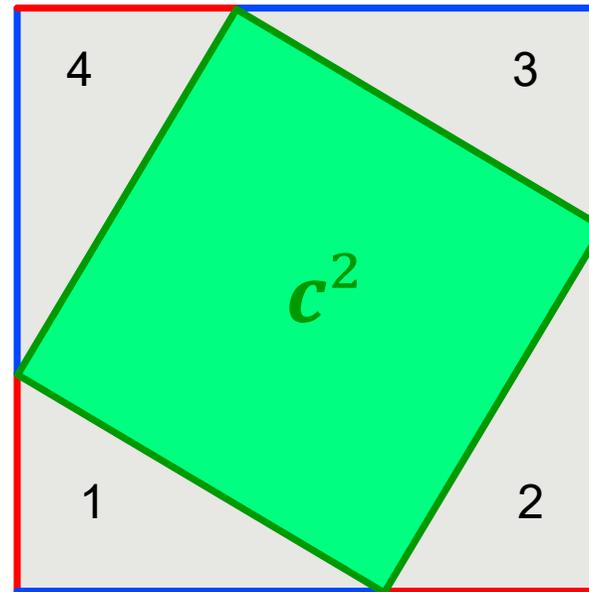
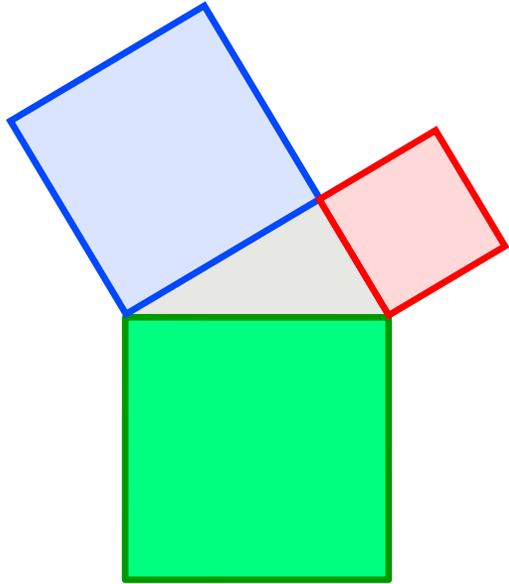
# Aktivierung: Materialarbeit

## Altindischer Ergänzungsbeweis



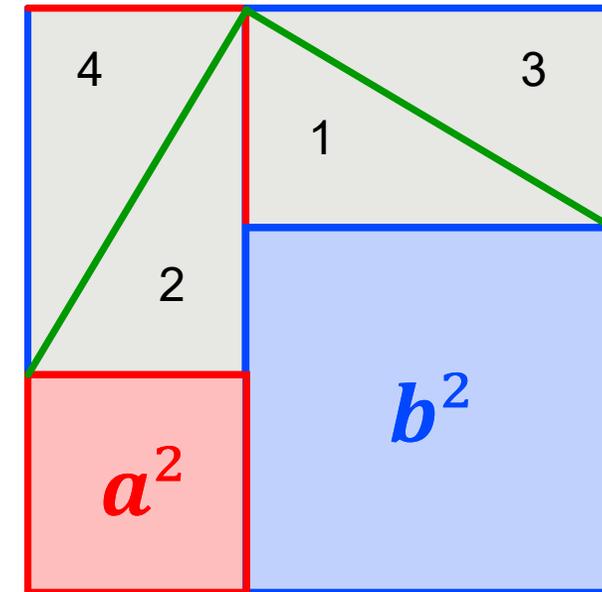
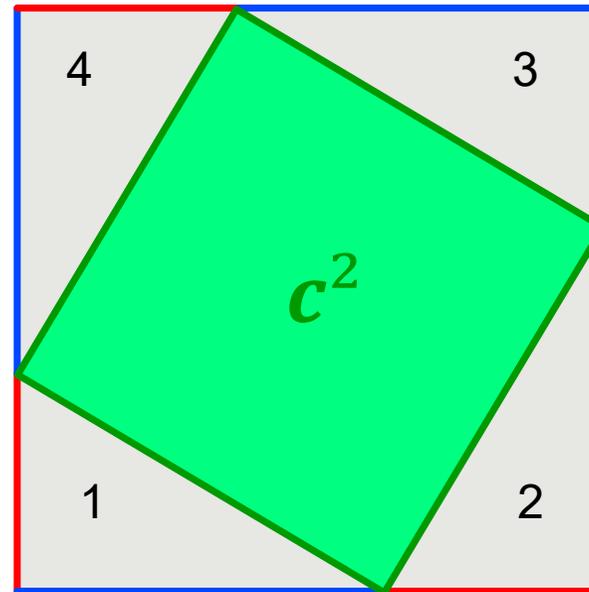
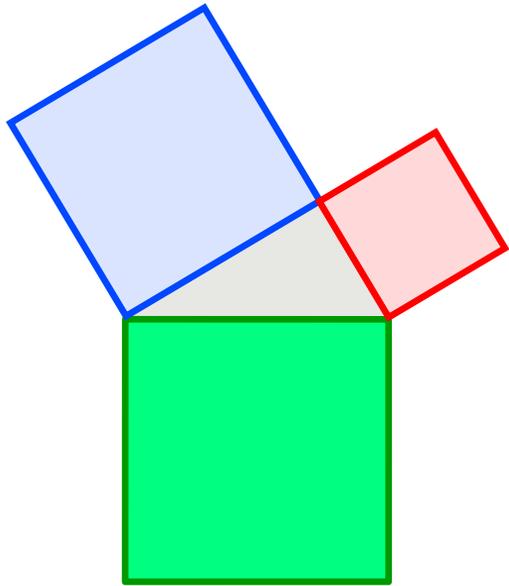
# Aktivierung: Materialarbeit

## Altindischer Ergänzungsbeweis



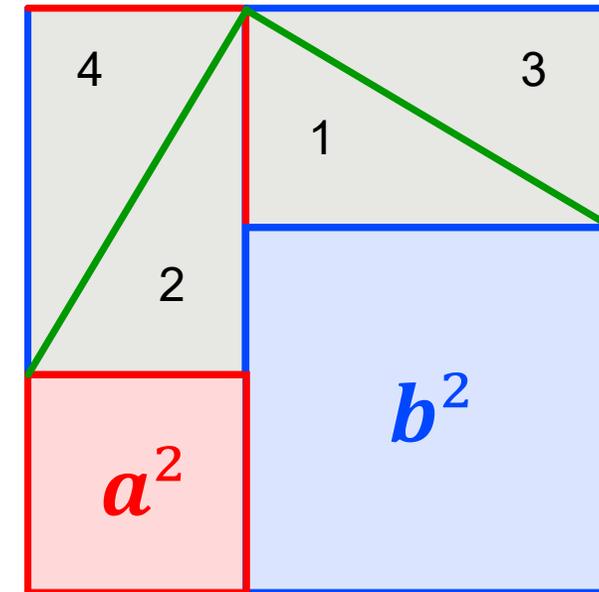
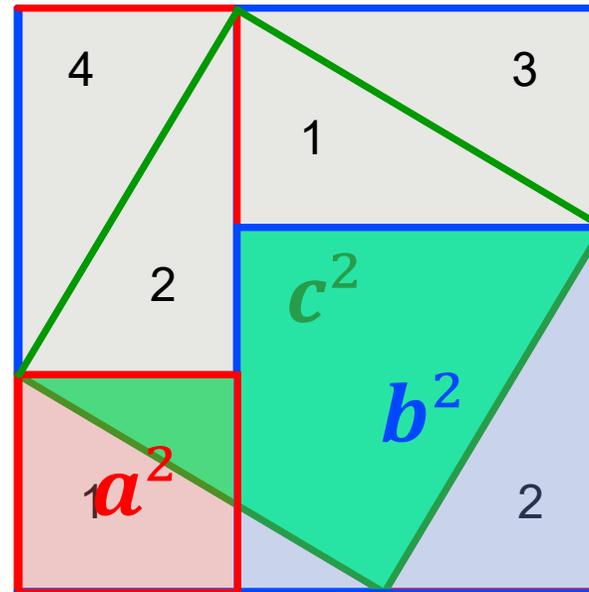
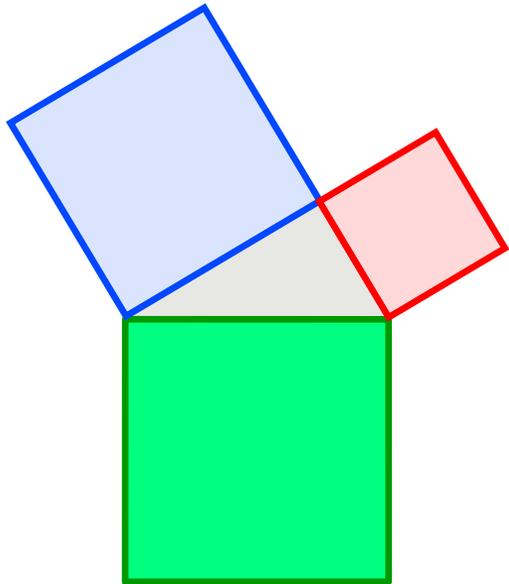
# Aktivierung: Materialarbeit

## Altindischer Ergänzungsbeweis



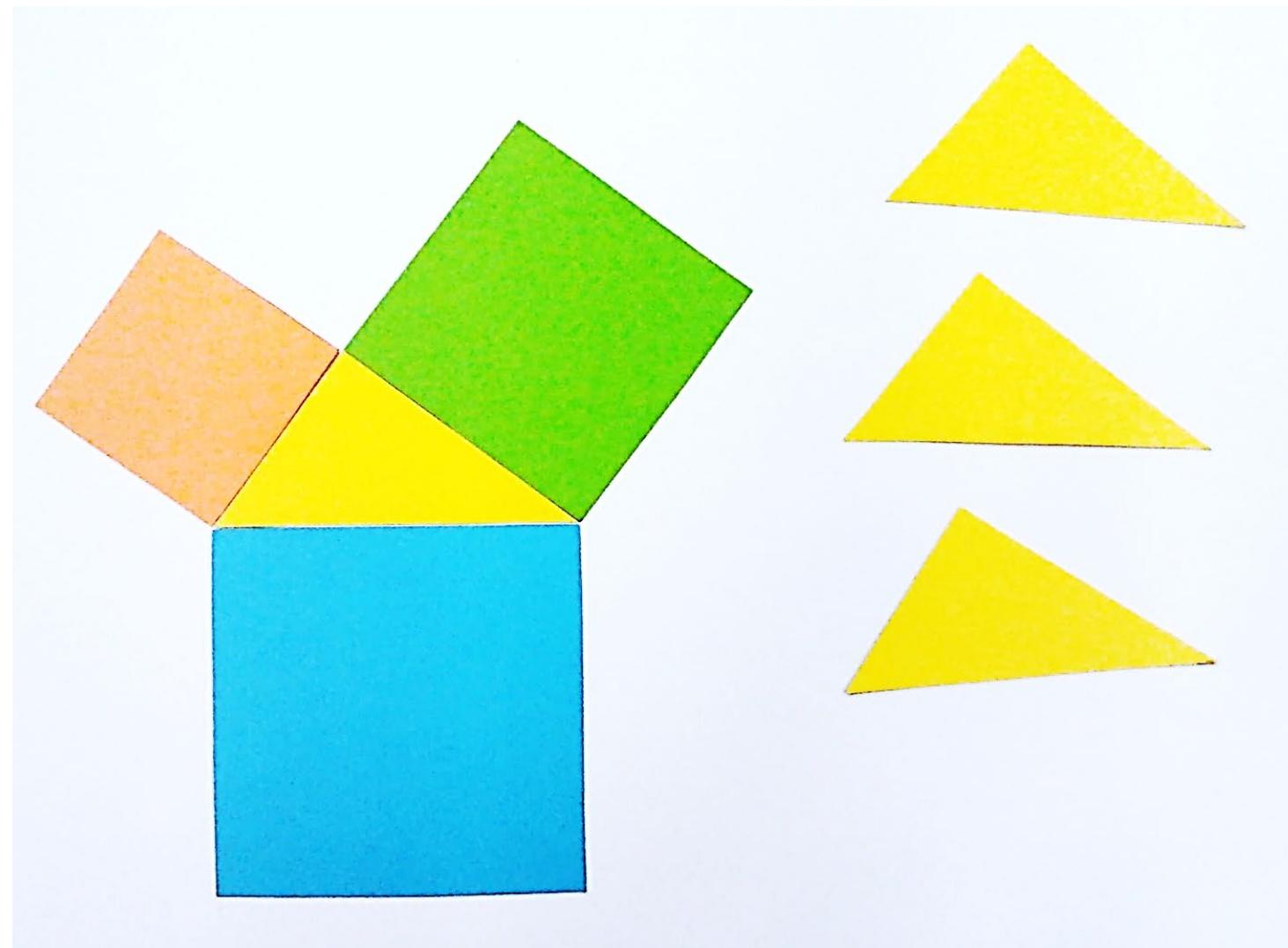
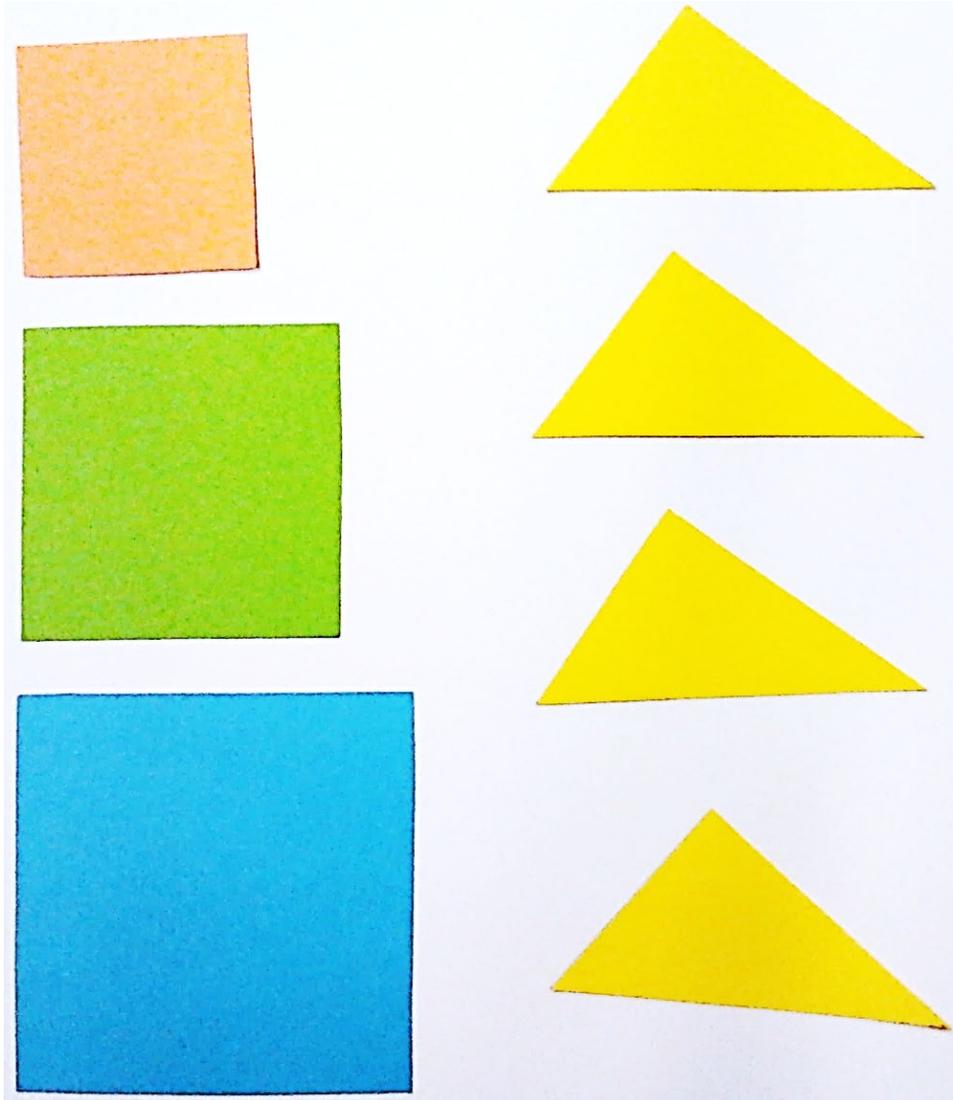
# Aktivierung: Materialarbeit

## Altindischer Ergänzungsbeweis



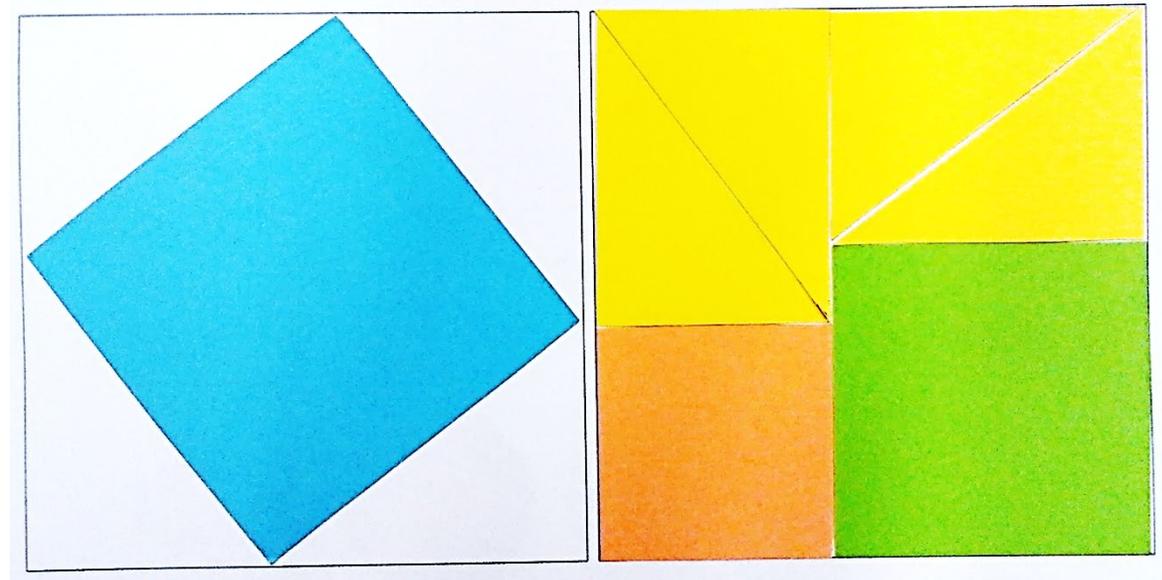
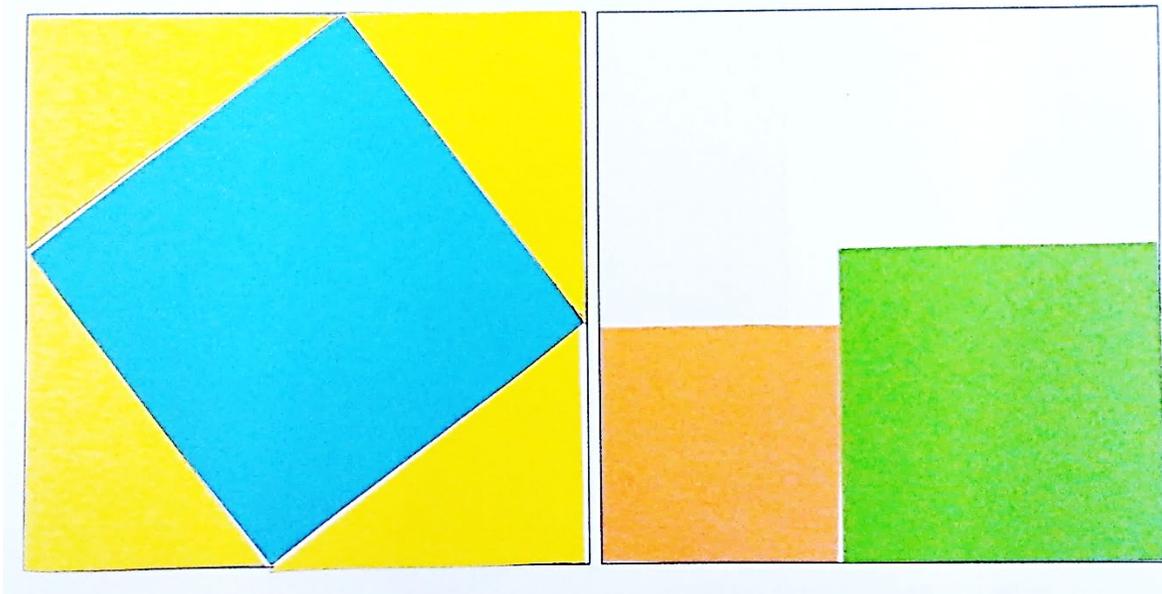
# Aktivierung: Materialarbeit

## Puzzle-Beweis



# Aktivierung: Materialarbeit

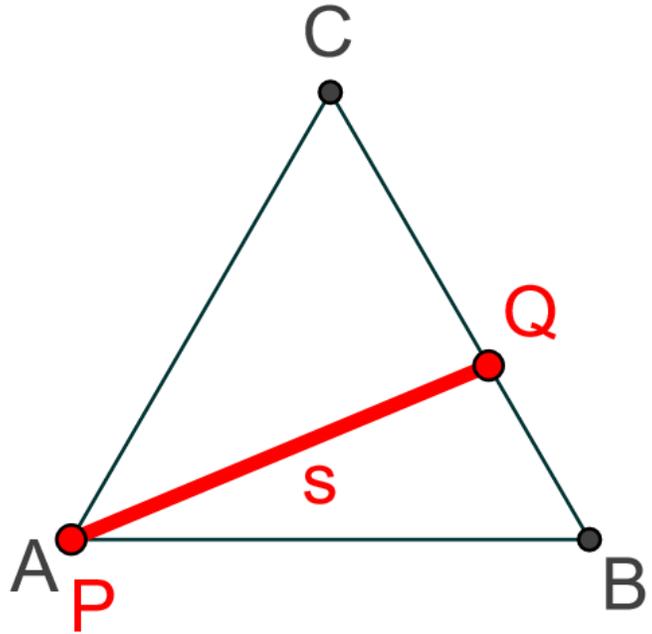
## Puzzle-Beweis



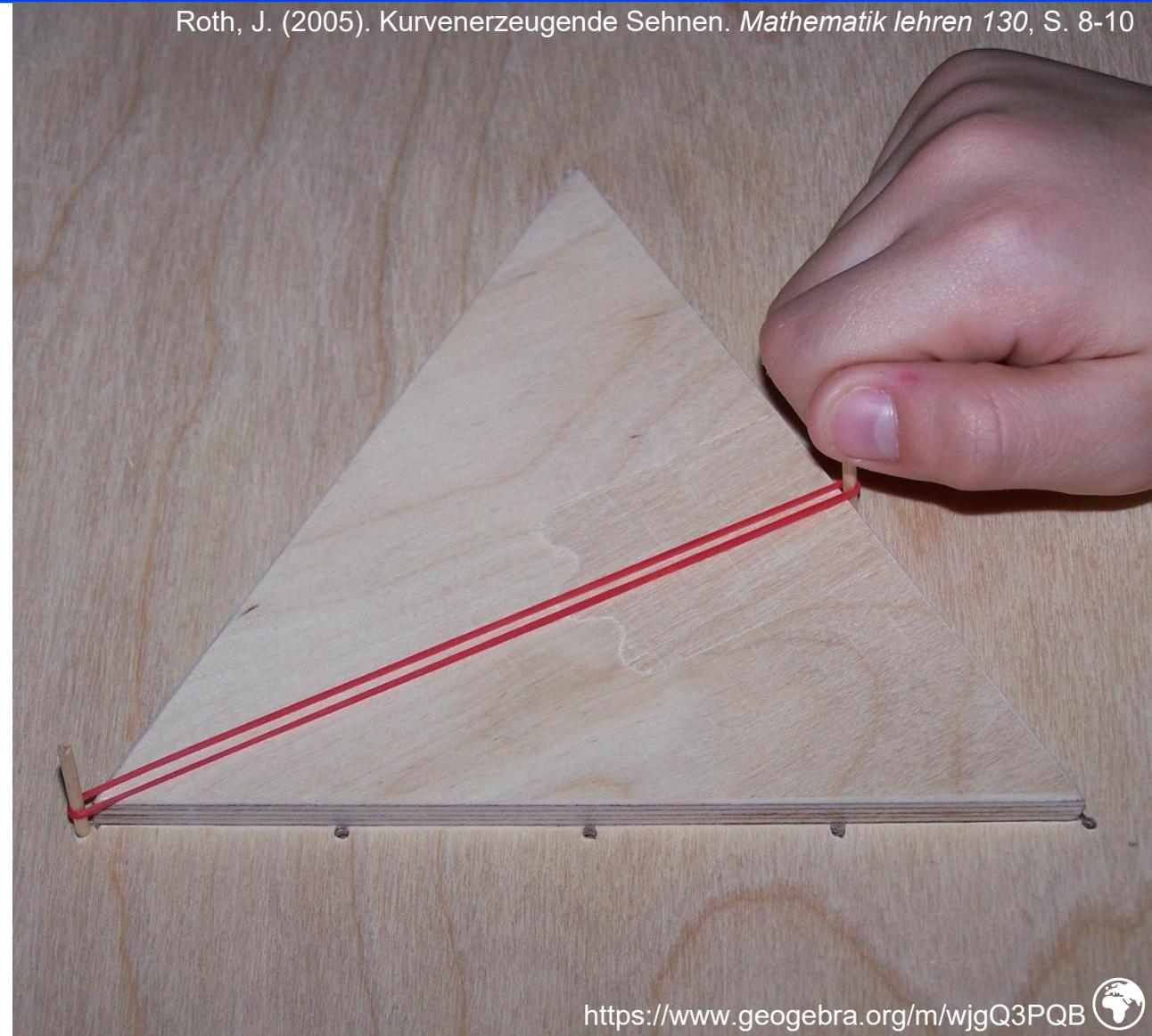
# Aktivierung: Materialarbeit

## Dreieckssehne

- Zuordnung
- Änderungsverhalten (Kovariation)
- Sicht als Ganzes



Roth, J. (2005). Kurvenerzeugende Sehnen. *Mathematik lehren* 130, S. 8-10



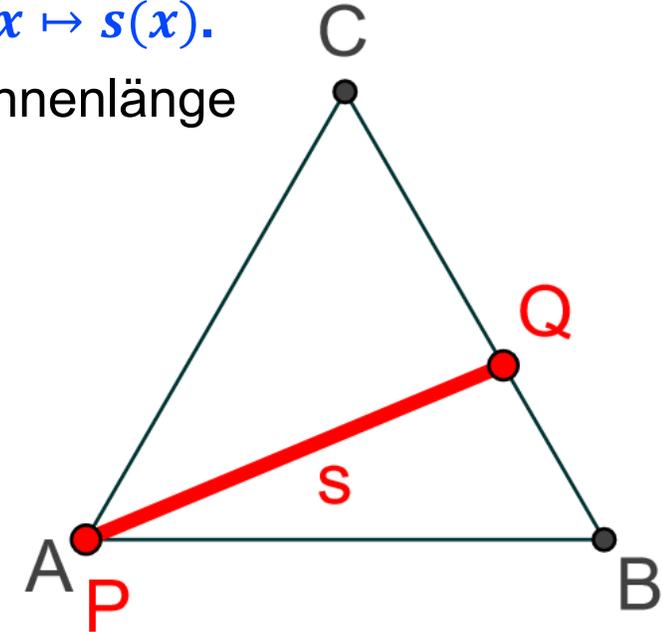
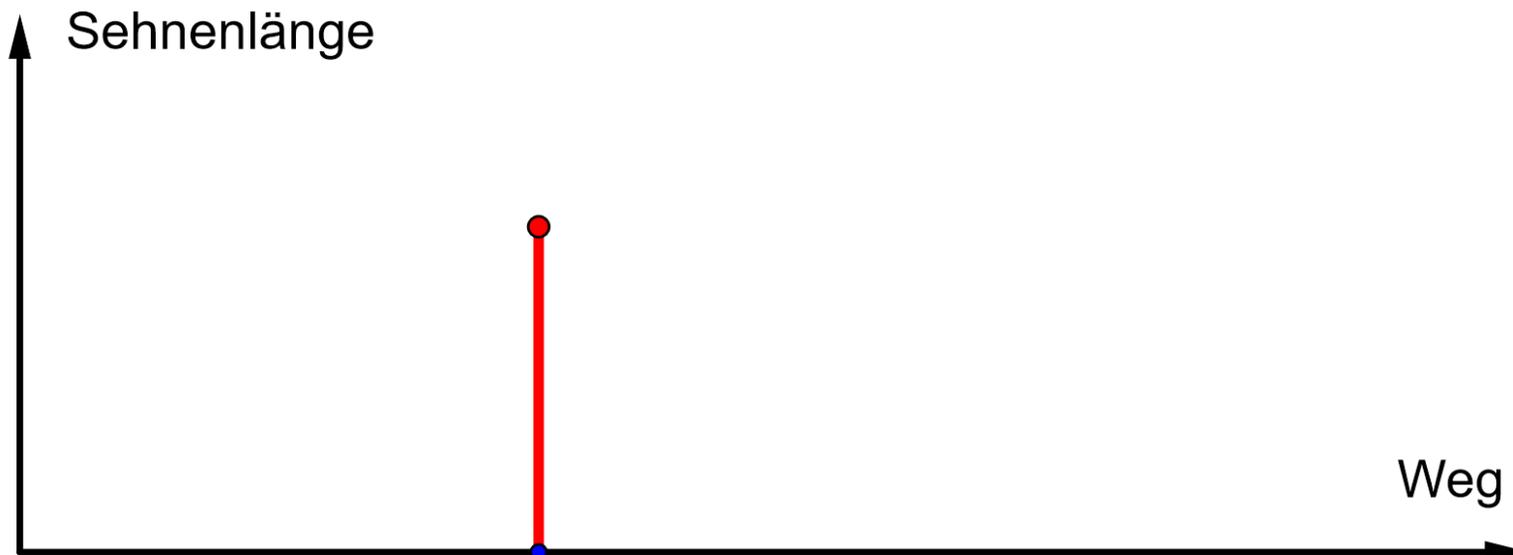
<https://www.geogebra.org/m/wjgQ3PQB>

# Aktivierung: Materialarbeit

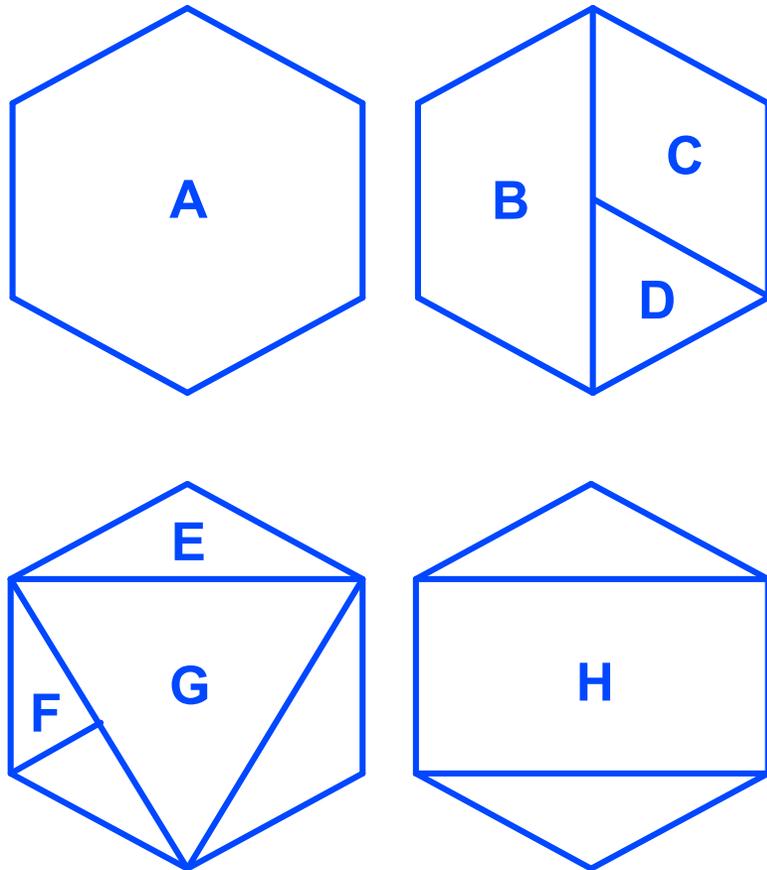
## Dreieckssehne

Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf des Graphen der Zuordnung  $x \mapsto s(x)$ .

- $x$ : Von  $Q$  zurückgelegter Weg, beginnend bei  $A$ ;  $s(x)$ : Zugehörige Sehnenlänge
- Achten Sie dabei insbesondere auch auf das Änderungsverhalten.
- Diskutieren Sie alle Details des Verlaufs Ihres Graphen in der Gruppe.
- Interpretieren und erklären Sie Eigenschaften des Graphen anhand von Eigenschaften des gleichseitigen Dreiecks und umgekehrt.



GeoGebra  
Classroom  
P7HH DEGR  
ggc.roth.tel



## WABIs

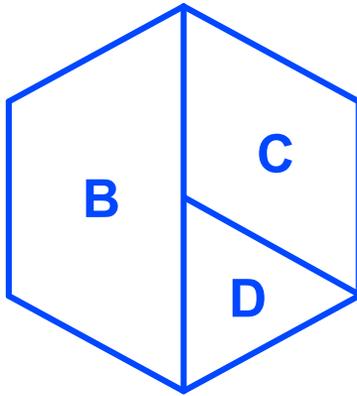
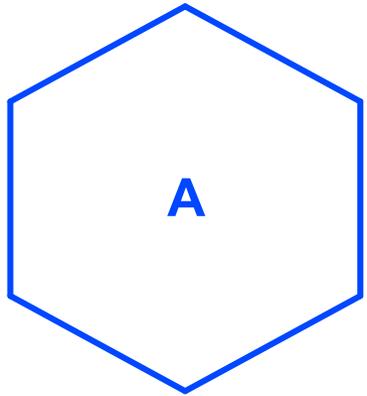
- (Regelmäßiges) Sechseck A,
- (gleichschenkliges) Trapez B, Raute C, mittleres (gleichseitiges) Dreieck D,
- langes (stumpfwinklig-gleichschenkliges) Dreieck E, kleines (rechtwinkliges) Dreieck F, großes (gleichseitiges) Dreieck G,
- Rechteck H

## Literatur

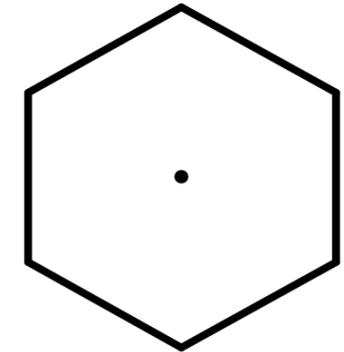
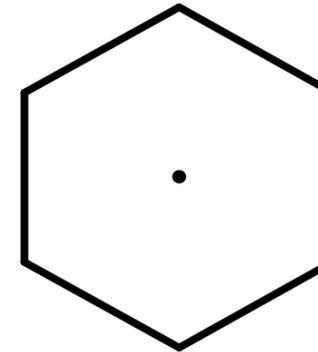
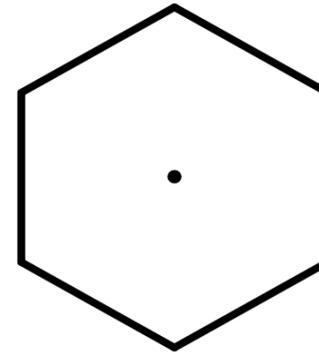
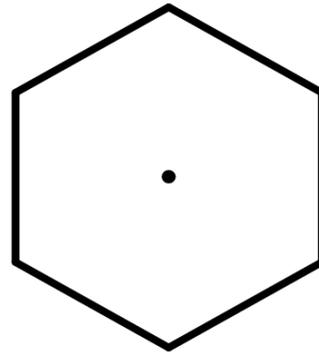
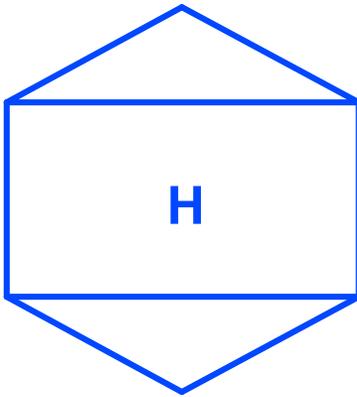
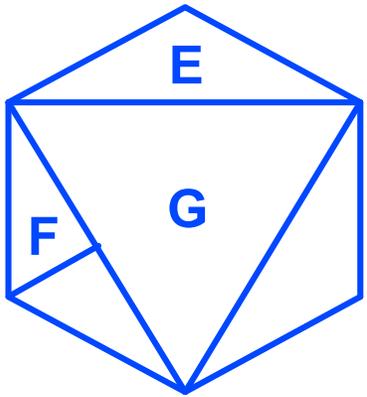
- Roth, Jürgen: Eine geometrische Lernumgebung – Entwicklung von Verständnisgrundlagen für Bruchzahlen und das Rechnen mit Brüchen. In: Fritz-Stratmann, A.; Schmidt, S. (Hrsg.) (2009). Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I – Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden, Weinheim: Beltz Verlag, S. 186-200
- Roth, Jürgen: Grundverständnis für Bruchzahlen aufbauen mit „WABIs“ – Ein Anschauungsmittel auf der Basis eines regelmäßigen Sechsecks

# Aktivierung: Materialarbeit

## WABIs: Teil eines Ganzen

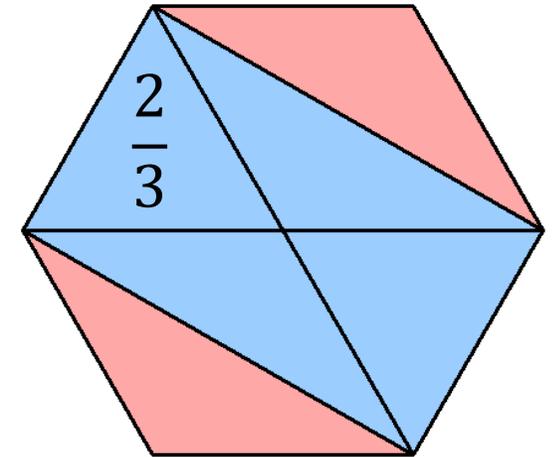
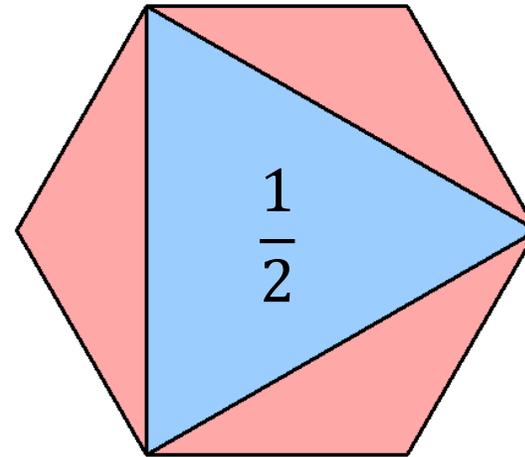
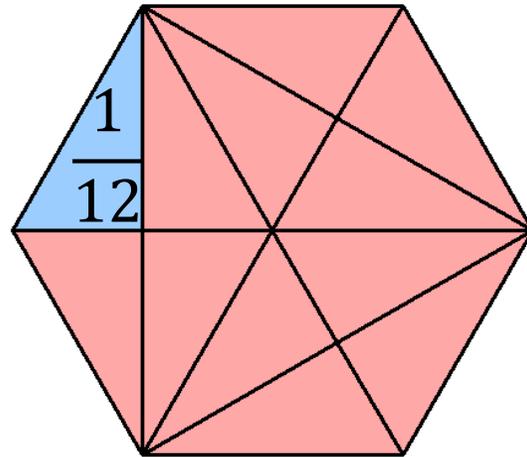
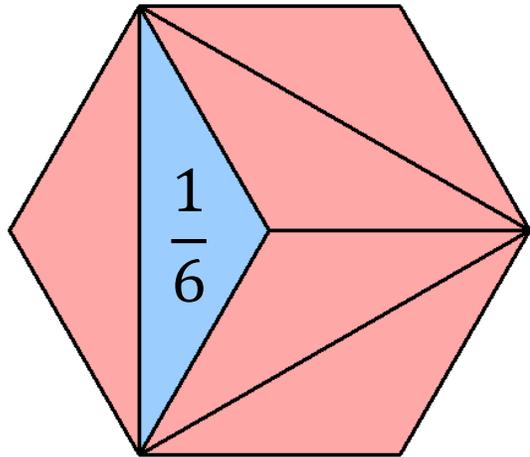
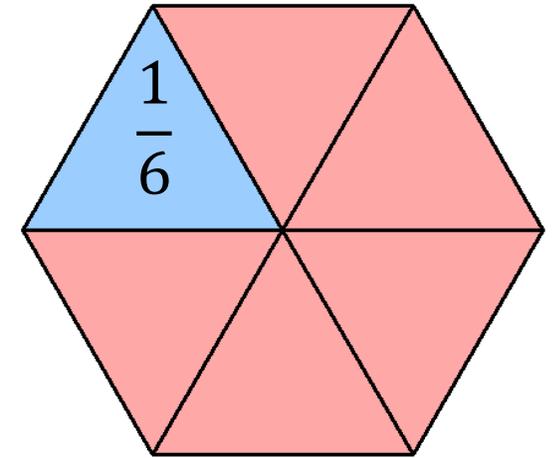
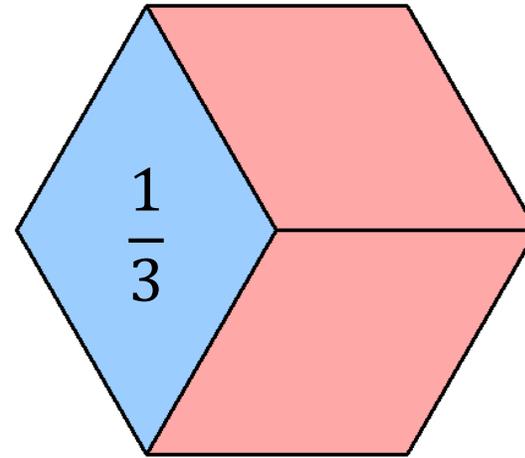
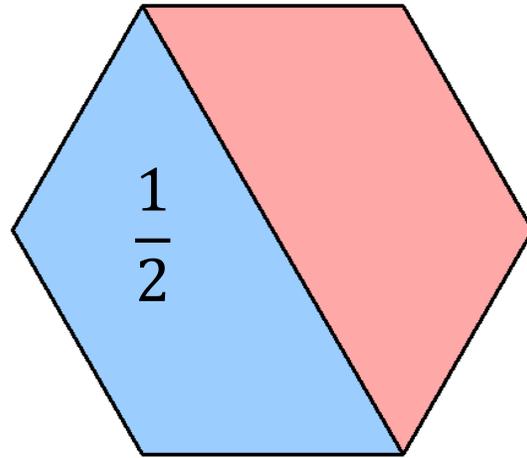
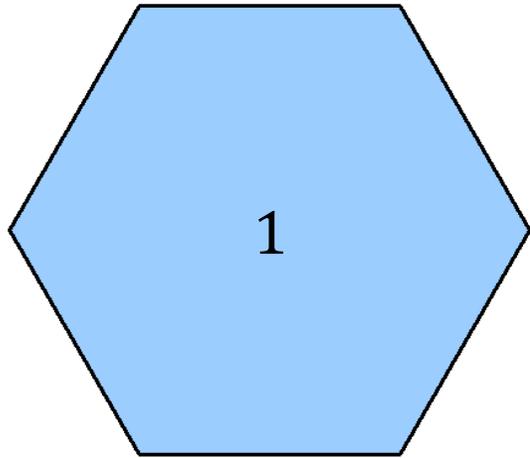


WABI-Typ	A	B	C	D	E	F	G	H
Anzahl der Teile								
Bruchteil von A								



# Aktivierung: Materialarbeit

## WABIs: Teil eines Ganzen



# Aktivierung: Materialarbeit

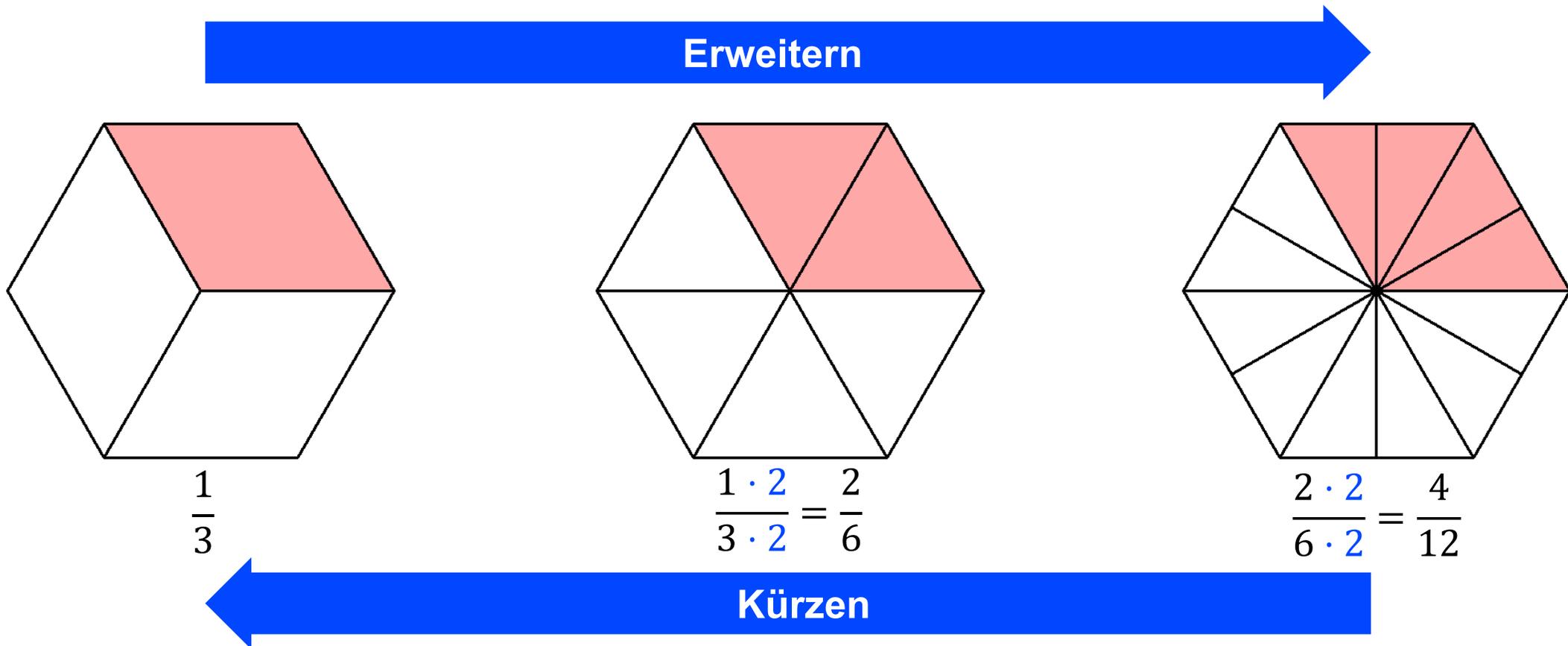
## WABIs: Erweitern und Kürzen

### Erweitern

- Bruchstück *und* das Ganze *feiner unterteilen* (**Verfeinern**)

### Kürzen

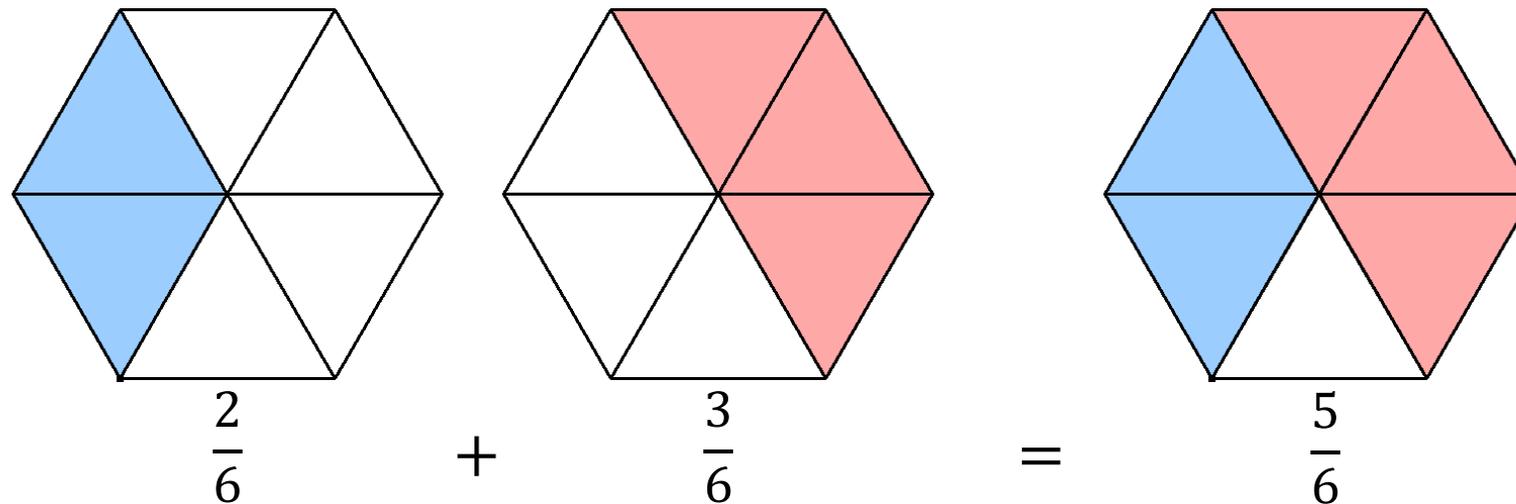
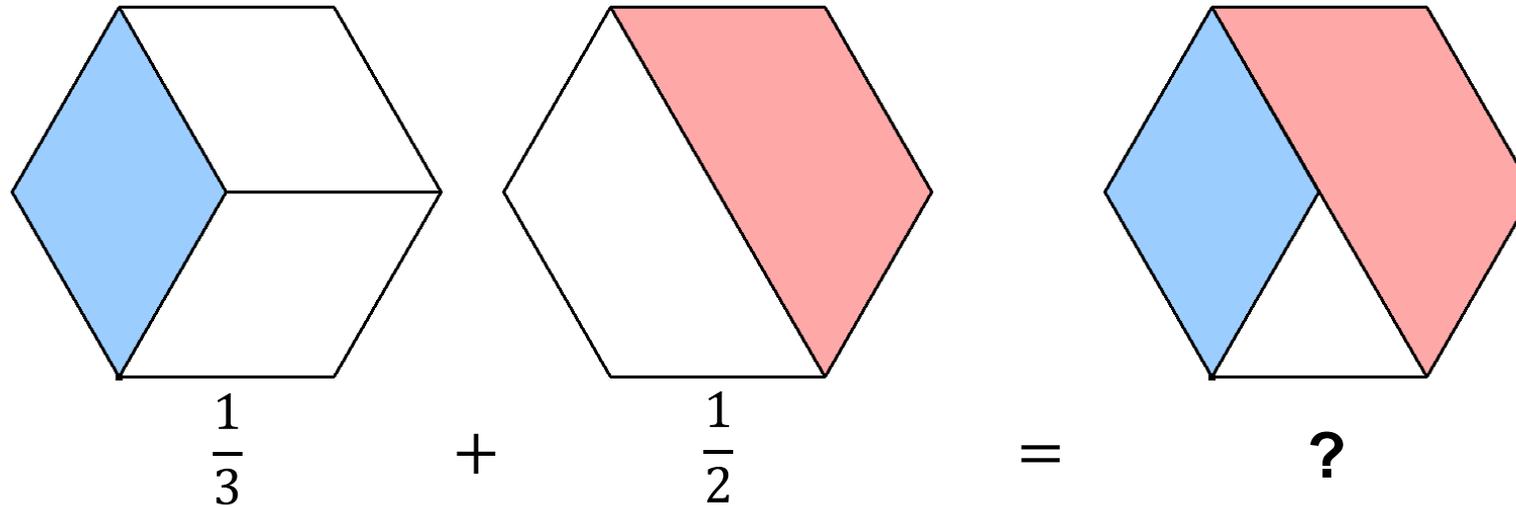
- Bruchstück *und* das Ganze *gröber unterteilen* (**Vergroßern**)



# Aktivierung: Materialarbeit

## WABIs: Addieren von Brüchen

<https://de.mathigon.org/polypad/8Tj3qaQPTjkhzQ>



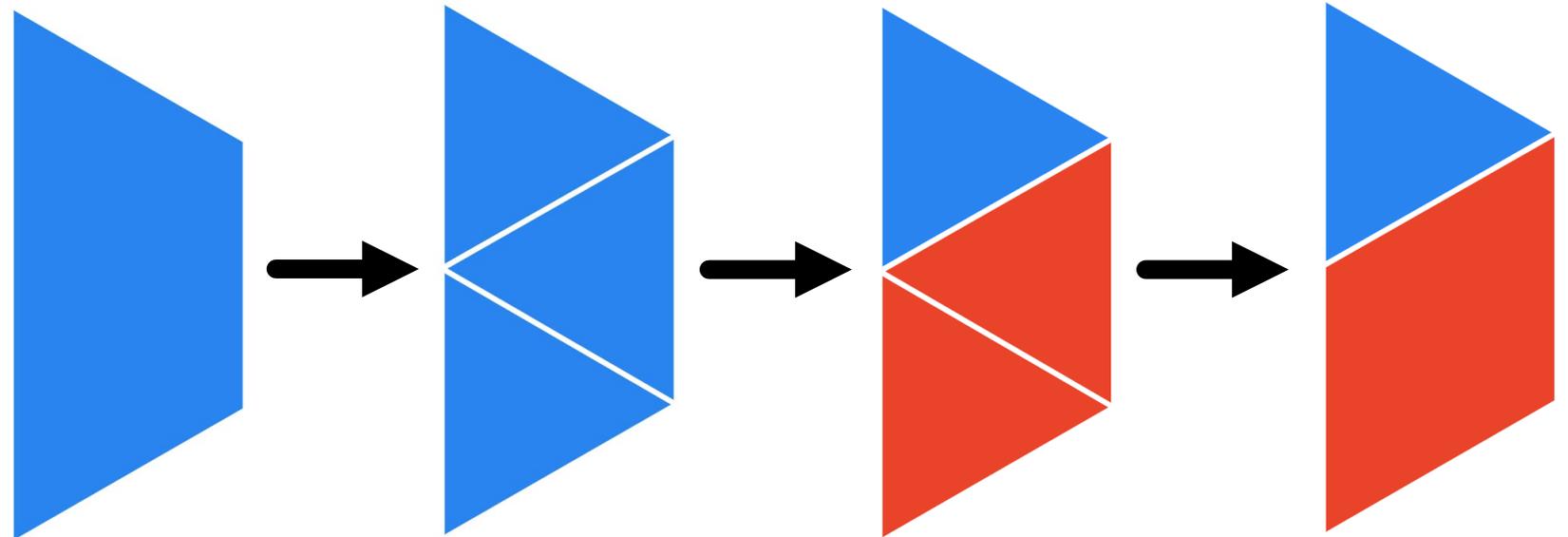
# Aktivierung: Materialarbeit

## WABIs: Multiplizieren von Brüchen

In einem Produkt wie  $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$  wird der erste Faktor als Operator (zwei Drittel von ...) und der zweite Faktor als WABI interpretiert.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \text{ von } \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- ▷ Zeichnen Sie den zweiten Faktor als WABI und nehmen Sie die Operation durch Einzeichnen von Trennlinien vor.
- ▷ Schraffieren Sie das Ergebnis und geben Sie dessen Wert an.

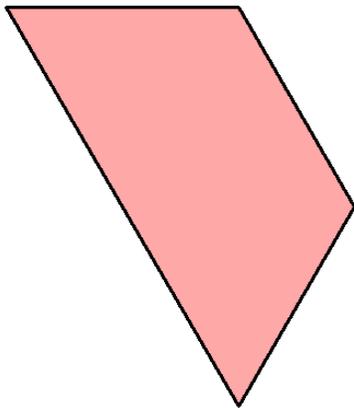


# Aktivierung: Materialarbeit

## WABIs: Dividieren von Brüchen

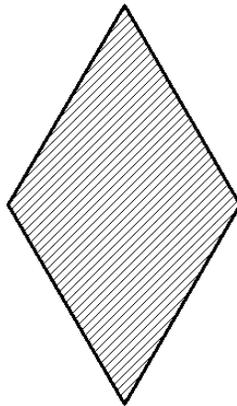
$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = ?$$

Maß kleiner als die zu messende Größe.  $\Rightarrow$  „Wie oft passt  $\frac{1}{3}$  in  $\frac{1}{2}$ ?“



$$\frac{1}{2}$$

:



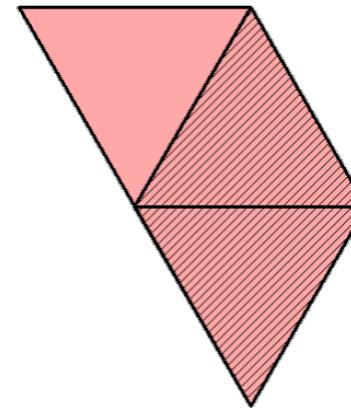
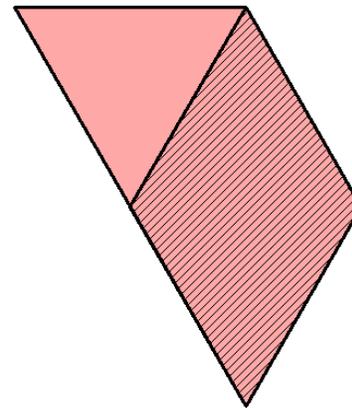
$$\frac{1}{3}$$

=

$$1\frac{1}{2}$$

=

$$\frac{3}{2}$$

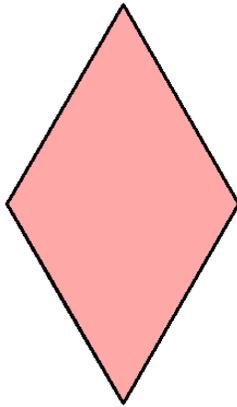


# Aktivierung: Materialarbeit

## WABIs: Dividieren von Brüchen

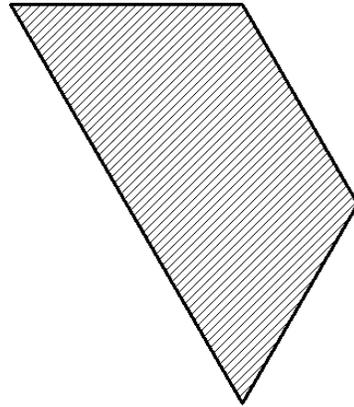
$$\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = ?$$

Maß größer als die zu messende Größe.  $\Rightarrow$  „Welcher Bruchteil von  $\frac{1}{2}$  passt in  $\frac{1}{3}$  ?“



$\frac{1}{3}$

:



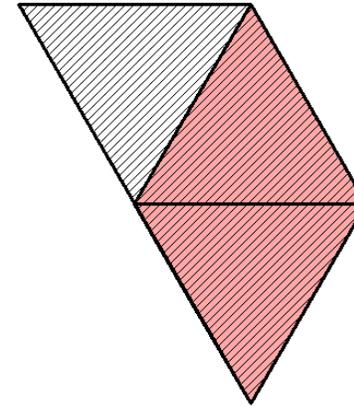
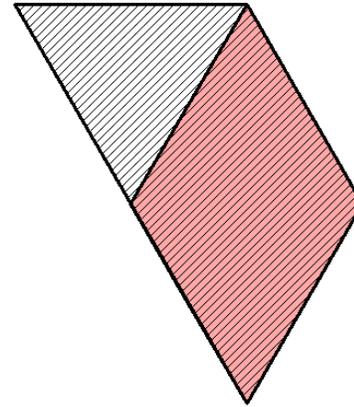
$\frac{1}{2}$

=

?

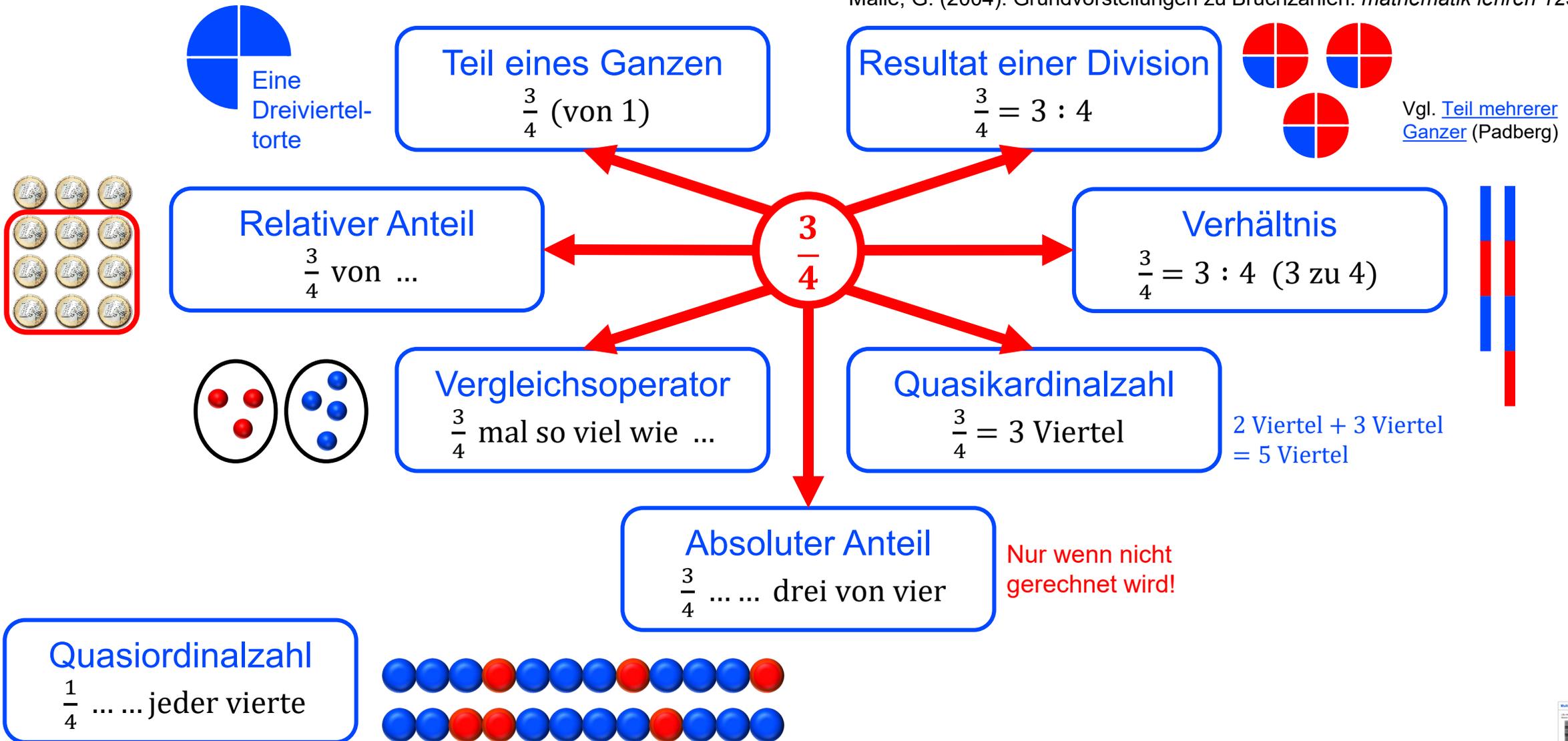
=

$\frac{2}{3}$



# Grundvorstellungen zu Bruchzahlen

Malle, G. (2004). Grundvorstellungen zu Bruchzahlen. *mathematik lehren* 123, S. 4-8



# Multiplikative Anteilsbildung

Wartha, S., vom Hofe, R. (2005). Probleme bei Anwendungsaufgaben in der Bruchrechnung. *Mathematik lehren* 128, S. 10-16

Lilly nimmt sich die Hälfte der dargestellten Tafel Schokolade.  
Davon isst sie  $\frac{3}{5}$  auf. Wie viele Stücke hat sie gegessen?



Welche Grundvorstellungen  
braucht man für die Lösung?



Wartha, S., vom Hofe, R. (2005). Probleme bei Anwendungsaufgaben in der Bruchrechnung. *mathematik lehren* 128, S. 10-16

## Moritz:

Also da muss man erst ausrechnen, wie viel die Hälfte ist. Das sind dann zehn solche viereckigen Dinger. Und dann muss man noch drei Fünftel von zehn irgendwie ausrechnen. Also wie viel drei Fünftel von zehn solchen Dingen ist.

## Interviewer:

Du kannst dir das jetzt gern alles aufschreiben, was du so im Einzelnen rechnest.  
(Moritz schreibt und überlegt)  
Welchen Teil willst du ..., oder überlegst du gerade?

## Moritz:

Wie ich das jetzt, ... drei Fünftel von zehn solchen Dingen wissen soll. Weil es ist ja die Hälfte, ah, da kann man ja ein Halb schreiben. Nein. (Moritz überlegt)

## Interviewer:

Was heißt denn für dich das drei Fünftel von zehn Stück?

## Moritz:

Ich weiß nicht. Ich kann mir da nix drunter vorstellen.

## Interviewer:

Du versuchst das jetzt rechnerisch zu lösen ...

## Moritz:

Ja.

## Interviewer:

Kannst du das vielleicht mit dieser dargestellten Tafel Schokolade irgendwie graphisch lösen, zum Beispiel durch Wegstreichen ...

## Moritz:

Ich müsste halt dann wissen, wie viel ungefähr drei Fünftel ist ...



## Sophia:

... ein Fünftel ist ja jetzt 0,2. Dann sind zwei Fünftel 0,4 und drei Fünftel, ehm, 0,6. Und die Hälfte, also ein Halb, sind dann ...

(überlegt)

Also weil das ja das Ganze ist, ist es dann zwei Zweitel. Also ist es gleich eins. Und, ehm, ... das ist 0,5, also die Hälfte. Und dann noch 3,5 ...

(meint offensichtlich den Bruch drei Fünftel)

... das ist also 0,6 glaub ich. Und da muss man dann also, zehn ...

(überlegt)

... mmm.

$$10 : 0,6$$

## Interviewer:

Wieso jetzt geteilt durch null Komma sechs? Und nicht mal oder plus oder minus?

## Sophia:

Ja weil, dann wär's ja mehr und das muss ja immer weniger werden, weil sie isst ja nicht mehr, als Tafel da ist.

$$\begin{array}{r} 10 : 0,6 \\ \hline 100 : 6 = 16,666 \\ - 6 \\ \hline 40 \\ - 36 \\ \hline 40 \\ - 36 \\ \hline 40 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1,6666 \\ 2 \\ 20 : 2 = 10 \end{array}$$





Vgl. für weitere Regelableitungen Padberg & Wartha (2017).  
Didaktik der Bruchrechnung. Wiesbaden: Springer Spektrum

## Erarbeitung von Rechenregeln

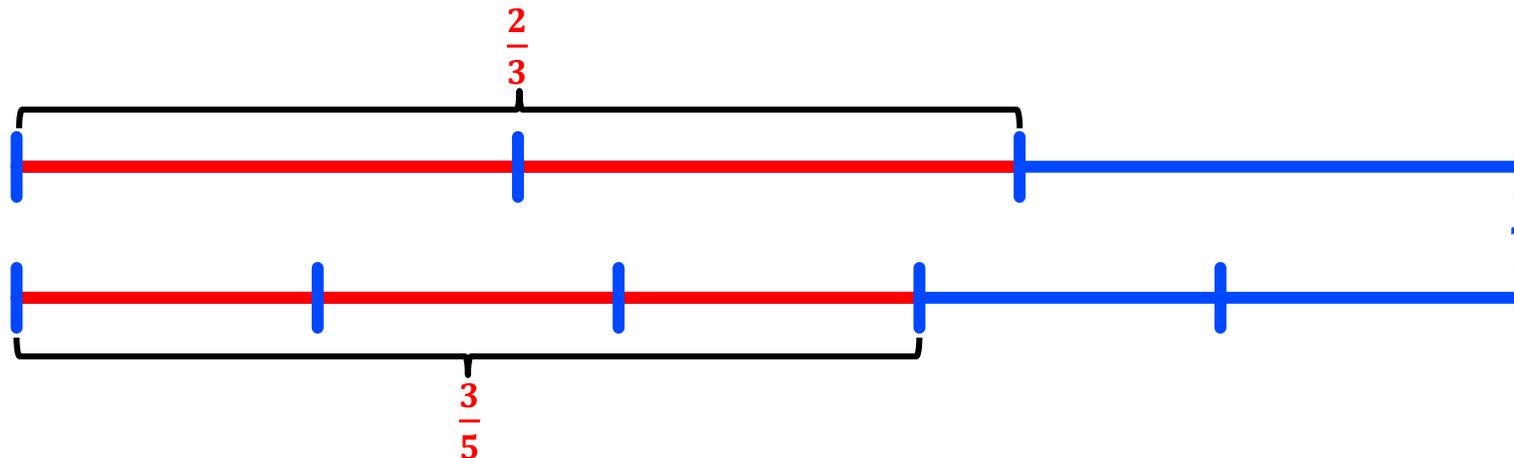
**Beispiel:** „Durch einen Bruch wird dividiert,  
indem man mit dem Kehrbuch multipliziert.“



# Regelableitung „Bruch durch Bruch“ Messen

- Wie oft ist  $\frac{3}{5}$  in  $\frac{2}{3}$  einhalten?

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{5}$$

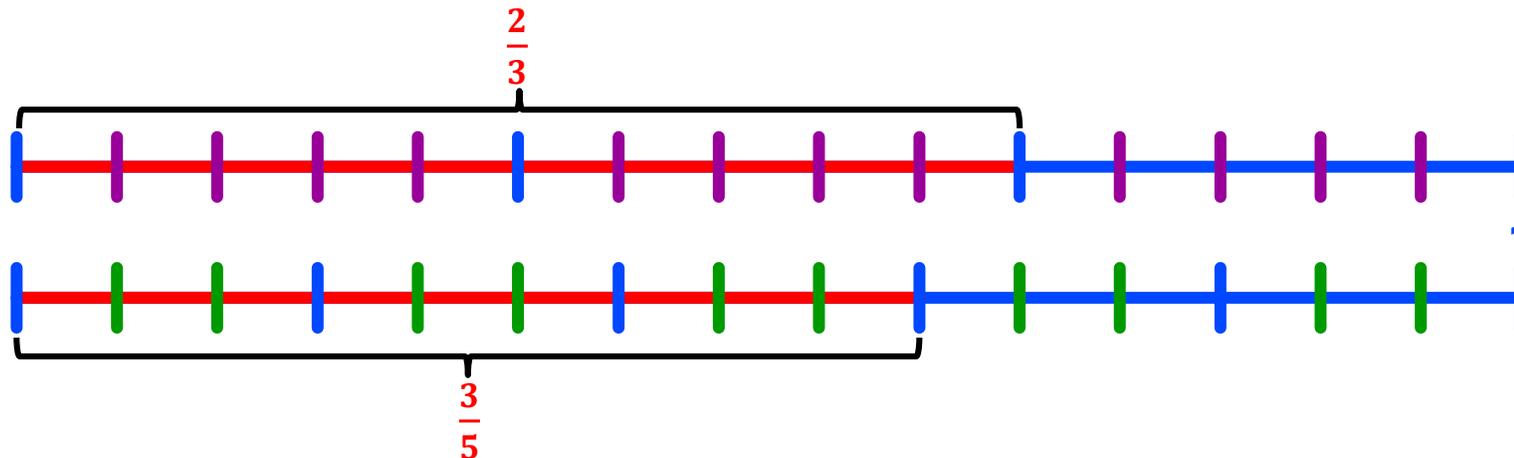


# Regelableitung „Bruch durch Bruch“

## Messen

- Wie oft ist  $\frac{3}{5}$  in  $\frac{2}{3}$  einhalten?

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} : \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 5}$$



# Regelableitung „Bruch durch Bruch“

## Messen

- Wie oft ist  $\frac{3}{5}$  in  $\frac{2}{3}$  einhalten?

**Rechenregel:**  
Bruch mal Bruch

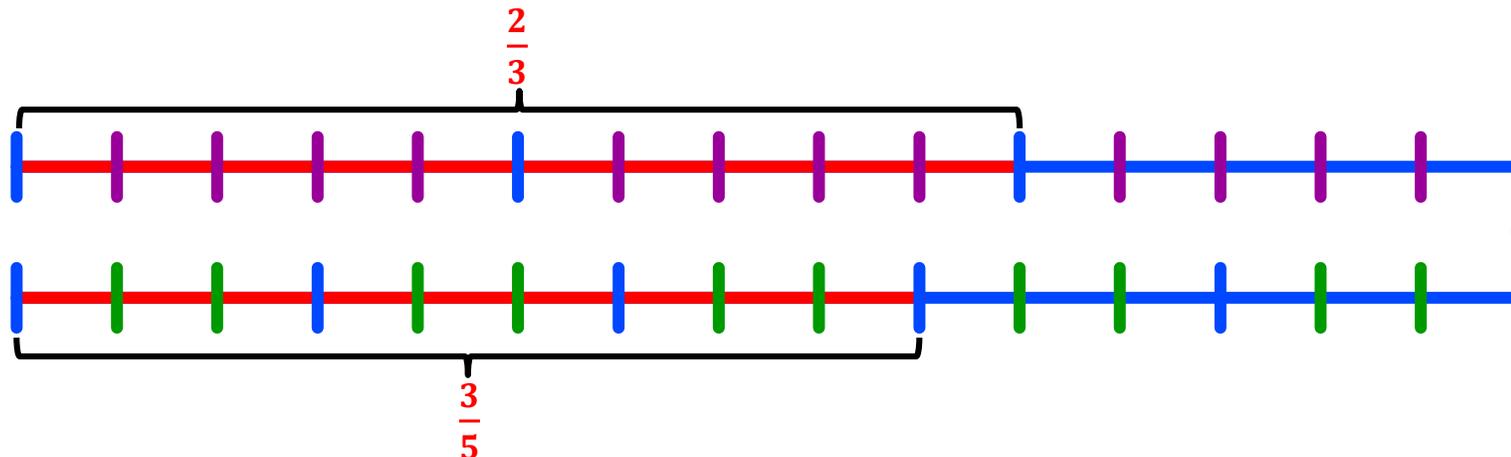
$$\frac{2}{3} : \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 3} : \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 5} = (2 \cdot 5) : (3 \cdot 3) = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3}$$

Genutzte  
(Grund-)  
Vorstellungen

Messen &  
Verfeinern

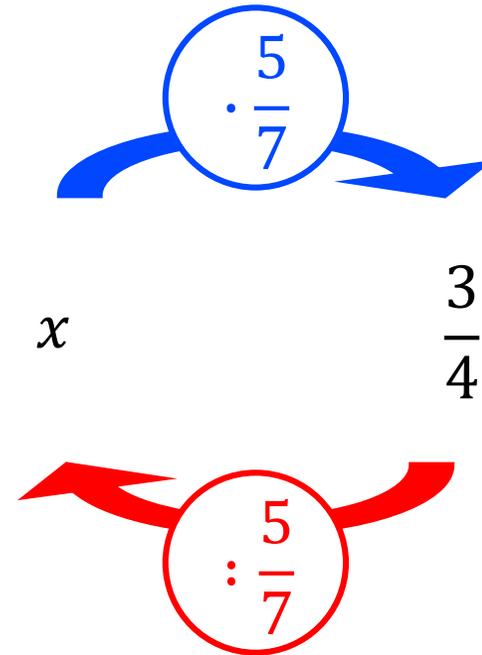
Quasikar-  
dinalzahl

Ergebnis einer  
Division

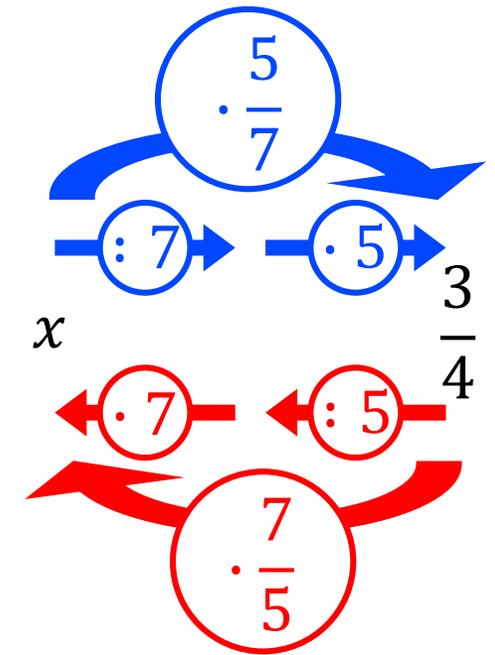


# Regelableitung „Bruch durch Bruch“ (Umkehr-)Operator

- Lea denkt sich eine Zahl.
- Sie multipliziert diese Zahl mit  $\frac{5}{7}$ .
- Als Ergebnis erhält sie  $\frac{3}{4}$ .
- Welche Zahl hat Lea sich gedacht?



$$\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5}$$



# Regelableitung „Bruch durch Bruch“ Gleichungskette (Permanenzreihe)

$$\frac{3}{2} : 100 = \frac{3}{2 \cdot 100}$$

↓ (:5)      ↙ (·5)

$$\frac{3}{2} : 20 = \frac{3}{2 \cdot 20}$$

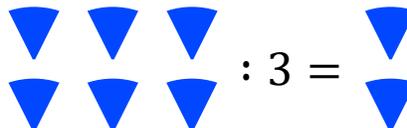
↓ (:5)      ↙ (·5)

$$\frac{3}{2} : 4 = \frac{3}{2 \cdot 4}$$

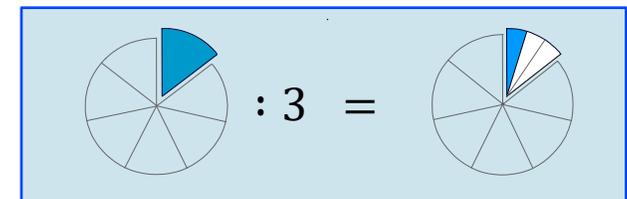
↓ (:5)      ↙ (·5)

Permanenzprinzip

$$\frac{3}{2} : \frac{4}{5} \stackrel{?}{=} \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4}$$

$$\frac{6}{7} : 3 = \frac{2}{7}$$


6 Siebtel : 3 = 2 Siebtel



# Regelableitung „Bruch durch Bruch“

## Analogisieren

Hartmann, M. & Loska, R. (2008). Mathematik ohne Regeln und Formeln? Beiträge zum Mathematikunterricht 2008, S. 443-446

$$\frac{4}{15} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{15 \cdot 3} \quad \xrightarrow{\text{Analogisieren}} \quad \frac{4}{15} : \frac{2}{3} = \frac{4 : 2}{15 : 3} = \frac{2}{5}$$

- ▷ Es muss geprüft werden, ob dieser Analogieschluss sinnvoll ist.

$$\frac{5}{7} = \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3} : \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 2}{7 \cdot 3} : \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 2 : 2}{7 \cdot 3 : 3} = \frac{5}{7}$$

Division als  
Umkehrung der  
Multiplikation.

- ▷ Wie kann man vorgehen, wenn die Division nicht aufgeht?

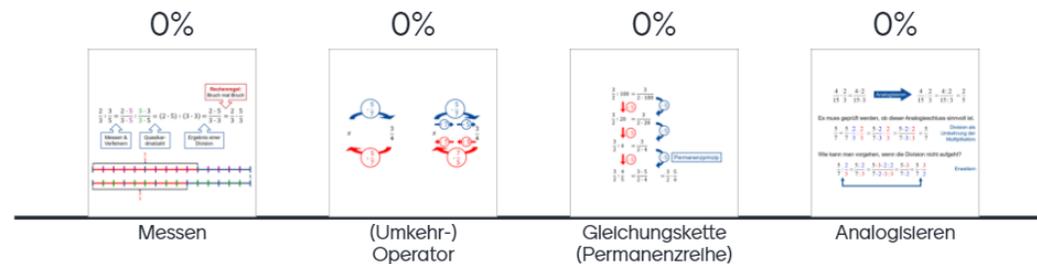
$$\frac{5}{7} : \frac{2}{3} = \frac{5 : 2}{7 : 3} = \frac{5 \cdot (3 \cdot 2) : 2}{7 \cdot (3 \cdot 2) : 3} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 2 : 2}{7 \cdot 2 \cdot 3 : 3} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 2} = \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{2}$$

Erweitern



Welche Herleitung würden Sie wählen?

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$





## Wie halte ich eine fachdidaktische Vorlesung?

- 1 Planung
- 2 Aktivierung
- 3 Praxiseinbindung**
- 4 Weiteres



[fragen.roth.tel](http://fragen.roth.tel)

# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen

Material ↶

Lernumgebung =

Thema und Ziele

Schülerebene =

Arbeitsauftrag

Material

Schülerdokumente

Metaebene =

Schülerprofile

S2 S3

S1  S4

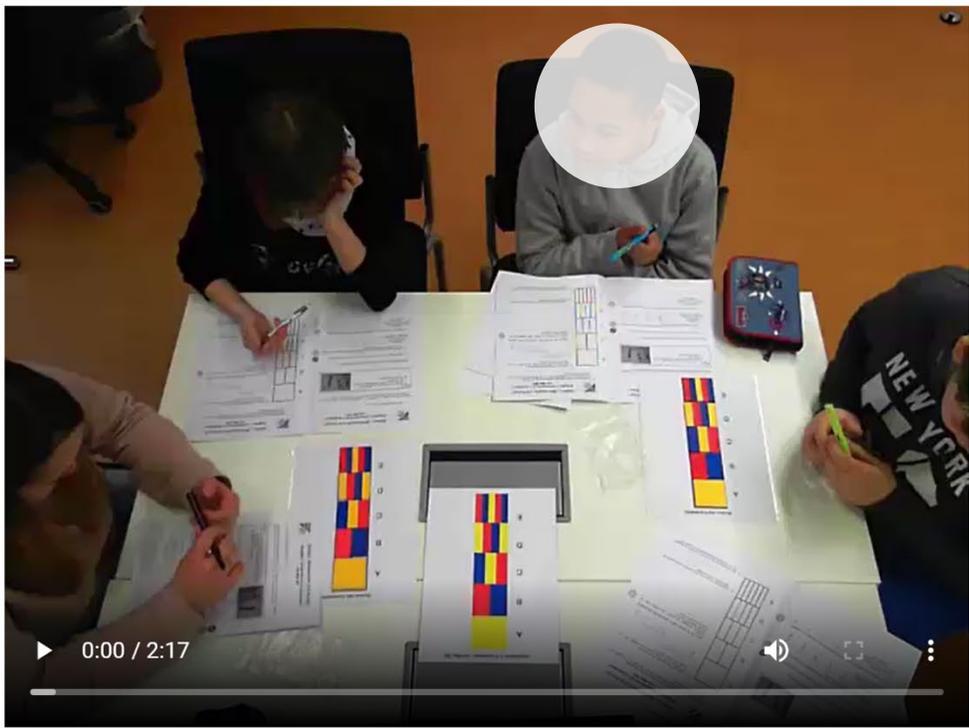
Zeitliche Einordnung

ViviAn

Vignette beenden

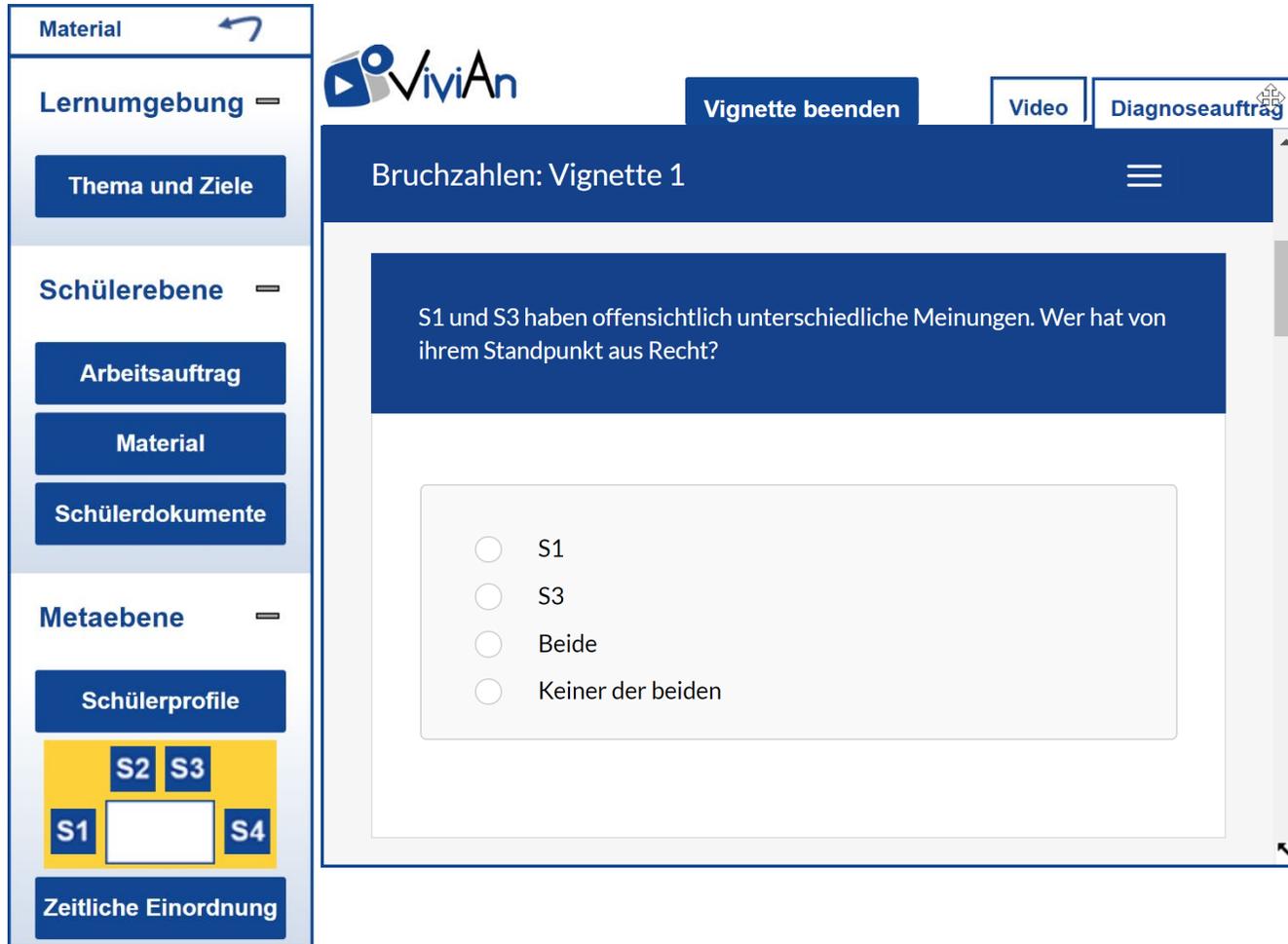
Video

Diagnoseauftrag



0:00 / 2:17

# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen



The screenshot displays the ViviAn web application interface. On the left is a sidebar with navigation options: 'Material', 'Lernumgebung' (with a sub-menu 'Thema und Ziele'), 'Schülerebene' (with sub-menus 'Arbeitsauftrag', 'Material', and 'Schülerdokumente'), and 'Metaebene' (with sub-menus 'Schülerprofile' and 'Zeitliche Einordnung'). The 'Schülerprofile' sub-menu is active, showing a grid of student profiles labeled S1, S2, S3, and S4. The main content area features the ViviAn logo, a 'Vignette beenden' button, and tabs for 'Video' and 'Diagnoseauftrag'. The current view is titled 'Bruchzahlen: Vignette 1' and contains a text box with the question: 'S1 und S3 haben offensichtlich unterschiedliche Meinungen. Wer hat von ihrem Standpunkt aus Recht?'. Below the text box is a list of four radio button options: 'S1', 'S3', 'Beide', and 'Keiner der beiden'.

# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen

Material ↶

Lernumgebung =

Thema und Ziele

Schülerebene =

Arbeitsauftrag

Material

Schülerdokumente

Metaebene =

Schülerprofile

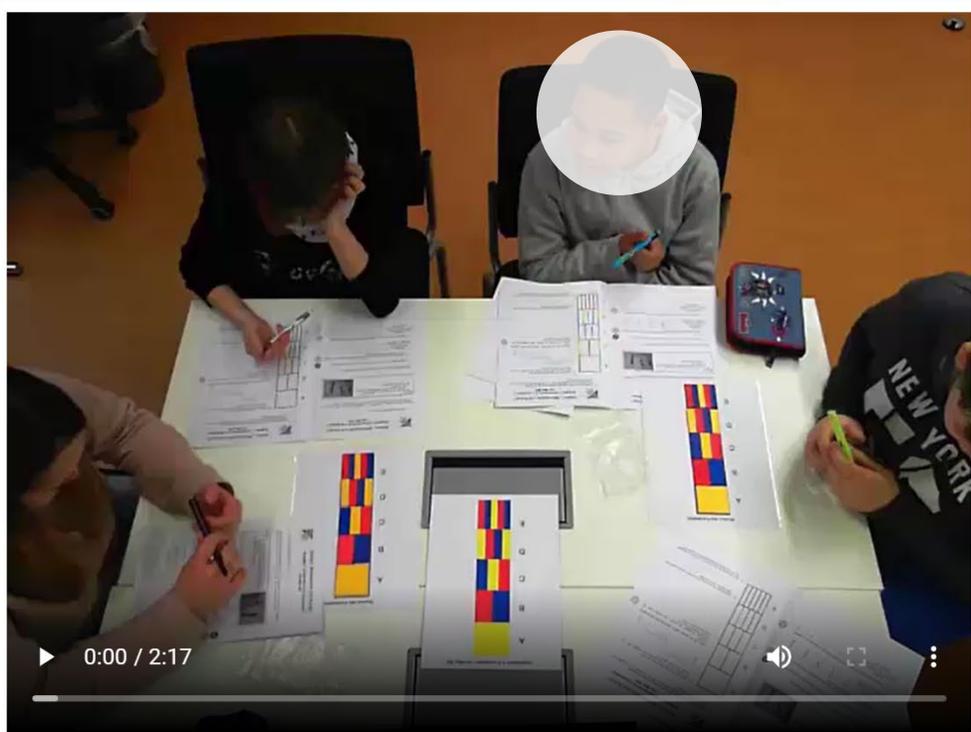
S2 S3

S1 S4

Zeitliche Einordnung



Video



Vignette beenden

Diagnoseauftrag

Bruchzahlen: Vignette 1

S1 und S3 haben offensichtlich unterschiedliche Meinungen. Wer hat von ihrem Standpunkt aus Recht?

- S1
- S3
- Beide
- Keiner der beiden



# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen

Material 

Lernumgebung 

Thema und Ziele

Schülerebene 

Arbeitsauftrag

Material

Schülerdokumente

Metaebene 

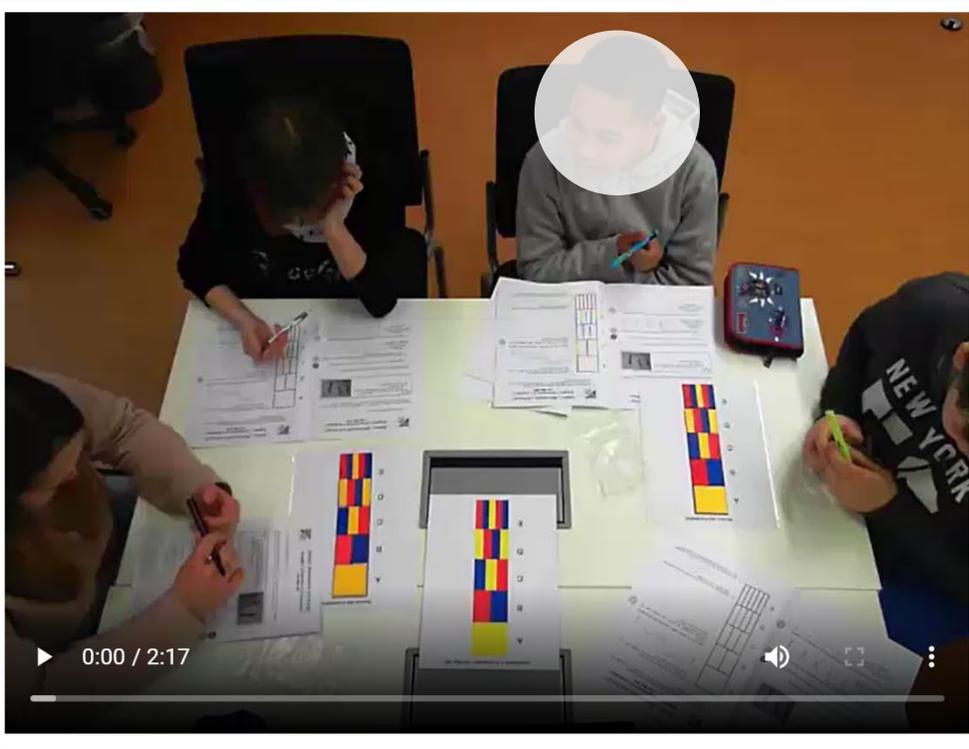
Schülerprofile

S2 S3

S1  S4

Zeitliche Einordnung

 Video



0:00 / 2:17

Vignette beenden  Diagnoseauftrag 

Bruchzahlen: Vignette 1 

S1 und S3 haben offensichtlich unterschiedliche Meinungen. Wer hat von ihrem Standpunkt aus Recht?

S1

S3

Beide

Keiner der beiden

Begründen Sie Ihre Antwort.

# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen

Material ↶

Lernumgebung =

Thema und Ziele

Schülerebene =

Arbeitsauftrag

Material

Schülerdokumente

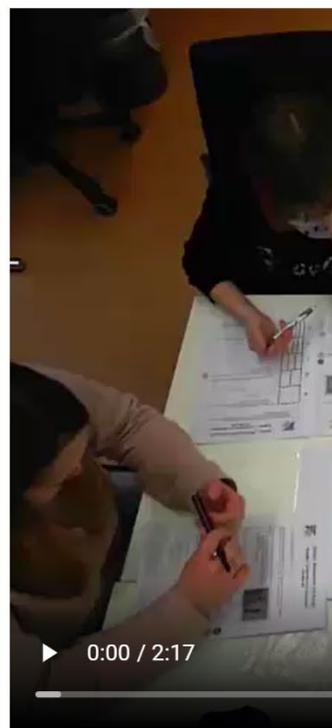
Metaebene =

Schülerprofile

S2 S3

S1 S4

Zeitliche Einordnung



## Thema und Ziele

Die Station „**Mathematik und Kunst**“ des Mathematik-Labors führt den Bruchzahlbegriff und die Addition von Bruchzahlen inhaltlich-anschaulich ein. Brüche werden hier mit Hilfe eines Flächenmodells untersucht.

**Ziel:** Die Schülerinnen und Schüler sollen sich folgende am Lehrplan orientierte Inhalte selbstständig erarbeiten:

- Grundvorstellung zu Bruchzahlen („Teil eines Ganzen“ und „Quasikardinalzahlaspekt“)
- Größenvergleich von Brüchen (anschaulich)
- Verfeinern von Brüchen
- Inhaltliche-anschauliche Addition von Brüchen

Da die Station als Einführung in diesen Themenbereich konzipiert ist, wird kein Vorwissen benötigt. Es ist sogar notwendig, dass eine Einführung in die formalen Regeln der Bruchrechnung (etwa der Addition) erst im Anschluss an den Stationsbesuch erfolgt. Hierbei kann auf die inhaltlich-anschaulichen Grundvorstellungen aufgebaut werden, die die Schülerinnen und Schüler beim Arbeiten an der Station entwickeln.

Schließen

Vignette beenden

Diagnoseauftrag

unterschiedliche Meinungen. Wer hat von ihrem

# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen

Material ↩

Lernumgebung =

Thema und Ziele

Schülerebene =

Arbeitsauftrag

Material

Schülerdokumente

Metaebene =

Schülerprofile

S2 S3

S1 S4

Zeitliche Einordnung



0:00 / 2:17

Arbeitsauftrag ?

Dreht jetzt die laminierte Vorlage um und seht euch die Rückseite an.

1.1a Legt die Quadrate A, B, C, D und E mit den passenden Puzzleteilen aus. 

1.1b Haltet in dieser Tabelle fest, wie viele deckungsgleiche Puzzleteile ihr benötigt, um die Quadrate komplett auszulegen. 

Quadrat	A	B	C	D	E
Anzahl der zum Auslegen des Quadrats benötigten Puzzleteile					

1.1c Welchen Bruchteil des Quadrats bedeckt eines der Puzzleteile im Quadrat? 

Quadrat	A	B	C	D	E
Bruchteil des Quadrats, das von einem Puzzleteil bedeckt wird					

Schließen

Vignette beenden

Diagnoseauftrag

unterschiedliche Meinungen. Wer hat von ihrem

Schließen

# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen

Material 

Lernumgebung 

Thema und Ziele

Schülerebene 

Arbeitsauftrag

Material

Schülerdokumente

Metaebene 

Schülerprofile

S2 S3

S1  S4

Zeitliche Einordnung



**Materialien** 

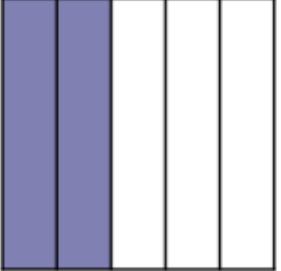
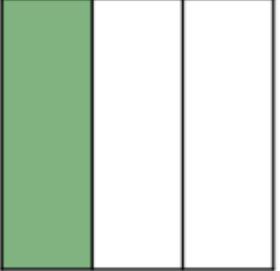
1. Schritt: Bruchzahlen in der oberen Zeile eingeben;  
zuerst den Nenner, dann den Zähler ( Nenner  $\leq$  8, Zähler  $\leq$  Nenner)

2. Schritt: zuerst Hilfe 1 und danach Hilfe 2 benutzen

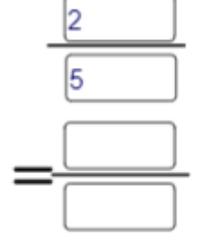
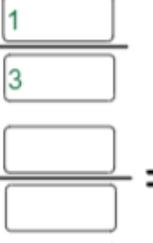
3. Schritt: verfeinerte Bruchzahlen in der unteren Zeile eingeben

4. Schritt: Addition lösen und Ergebnis prüfen

  Hilfe 1 

 + 

$\frac{2}{5}$  +  $\frac{1}{3}$

 + 

$\frac{\quad}{\quad}$  +  $\frac{\quad}{\quad}$

Schließen

Vignette beenden Diagnoseauftrag

1 

chtlich unterschiedliche Meinungen. Wer hat von ihrem

eiden

wort.

# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen

Material 

Lernumgebung =

Thema und Ziele

Schülerebene =

Arbeitsauftrag

Material

Schülerdokumente

Metaebene =

Schülerprofile

S2 S3

S1 S4

Zeitliche Einordnung



**Schülerdokumente** 

Schüler 1 **Schüler 2** Schüler 3 Schüler 4

1.1c Welchen Bruchteil des Quadrats bedeckt eines der Puzzleteile im Quadrat?

Quadrat	A	B	C	D	E
Bruchteil des Quadrats, das von einem Puzzleteil bedeckt wird	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

Schüler 1 Schüler 2 **Schüler 3** Schüler 4

1.1c Welchen Bruchteil des Quadrats bedeckt eines der Puzzleteile im Quadrat?

Quadrat	A	B	C	D	E
Bruchteil des Quadrats, das von einem Puzzleteil bedeckt wird	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

Schließen

Vignette beenden Diagnoseauftrag

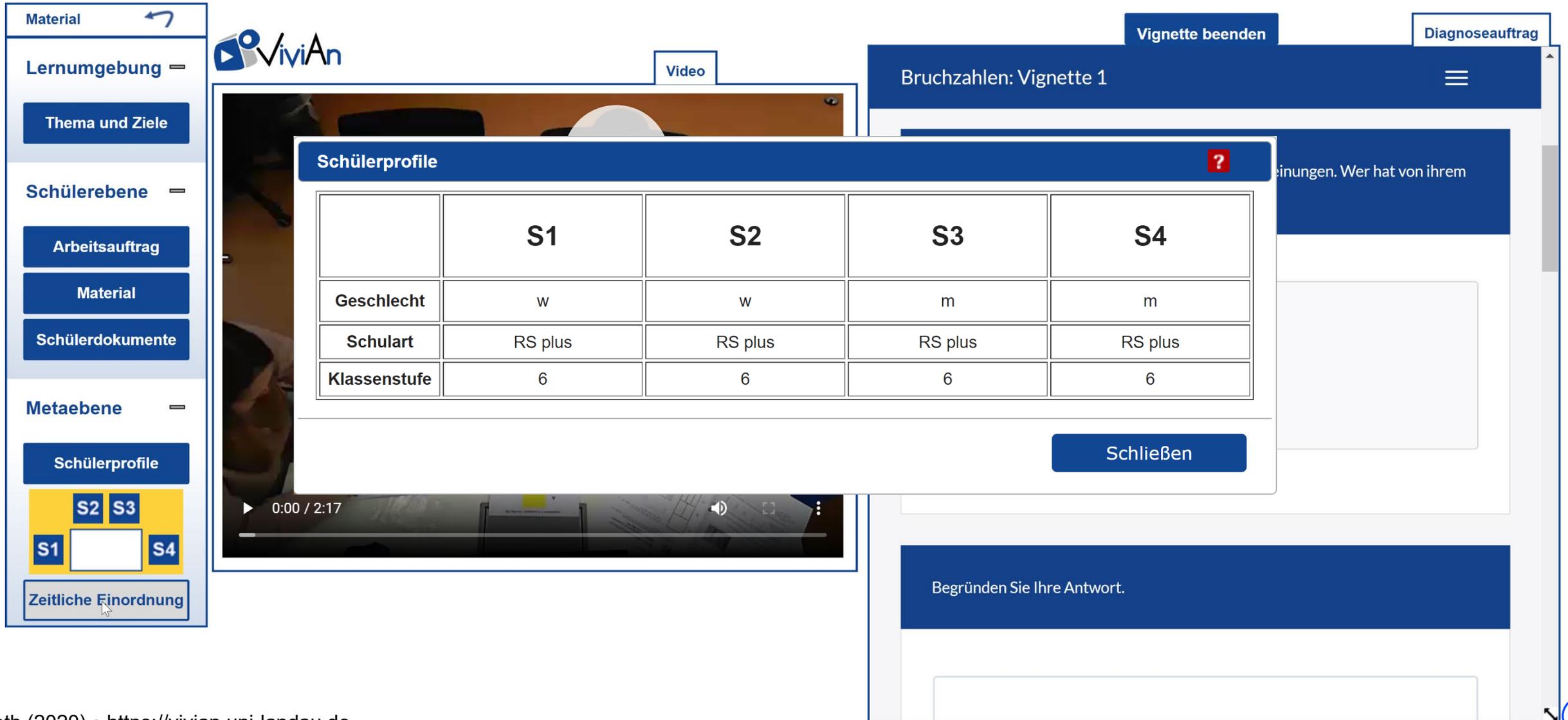
1 

chtlich unterschiedliche Meinungen. Wer hat von ihrem

beiden

wort.

# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen



The screenshot displays the ViviAn software interface for video vignette analysis. On the left, a sidebar contains navigation options: 'Material', 'Lernumgebung', 'Thema und Ziele', 'Schülerebene', 'Arbeitsauftrag', 'Material', 'Schülerdokumente', 'Metaebene', 'Schülerprofile', and 'Zeitliche Einordnung'. The main area shows a video player with a 'Video' label and a 'Vignette beenden' button. A 'Diagnoseauftrag' window is open, titled 'Bruchzahlen: Vignette 1'. A 'Schülerprofile' table is overlaid on the video, showing student data for four students (S1, S2, S3, S4).

	S1	S2	S3	S4
Geschlecht	w	w	m	m
Schulart	RS plus	RS plus	RS plus	RS plus
Klassenstufe	6	6	6	6

Below the table is a 'Schließen' button. The 'Diagnoseauftrag' window also contains a text prompt: 'Begründen Sie Ihre Antwort.' and a 'Vignette beenden' button.

# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen

Material 

Lernumgebung =

Thema und Ziele

Schülerebene =

Arbeitsauftrag

Material

Schülerdokumente

Metaebene =

Schülerprofile

S2 S3

S1  S4

Zeitliche Einordnung

Zeitliche Einordnung 

**Teil 1 der Station**

- Bruchzahlen: Grundvorstellung „Teil eines Ganzen“ und „Quasikardinalzahlaspekt“
- Inhaltlich-anschaulicher Vergleich von Bruchzahlen

**Teil 2 der Station**

- Wiederholung: „Teil eines Ganzen“
- Gleichwertigkeit von Bruchzahlen mit Hilfe anschaulicher Darstellungen
- Anschauliche Problematisierung der Addition von Bruchzahlen

**Teil 3 der Station**

- Inhaltlich-anschauliche Addition von Bruchzahlen
- Veranschaulichung von Bruchzahlen größer Eins mit Hilfe der Grundvorstellung „Teil eines Ganzen“
- Anwendung der erarbeiteten Erkenntnisse in einer Problemsituation

Schließen

Vignette beenden Diagnoseauftrag

Stationen: Vignette 1 ☰

und S3 haben offensichtlich unterschiedliche Meinungen. Wer hat von ihrem Standpunkt aus Recht?

S1

S3

Beide

Keiner der beiden

Begründen Sie Ihre Antwort.

# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen

Material ↶

Lernumgebung =

Thema und Ziele

Schülerebene =

Arbeitsauftrag

Material

Schülerdokumente

Metaebene =

Schülerprofile

S2 S3

S1 S4

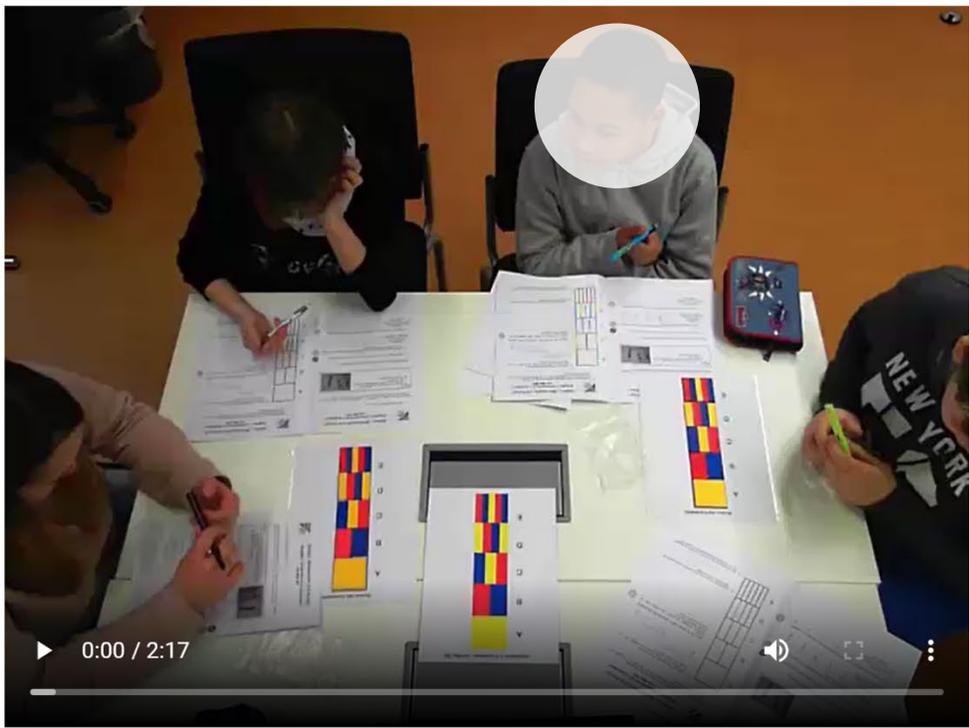
Zeitliche Einordnung

ViviAn

Vignette beenden

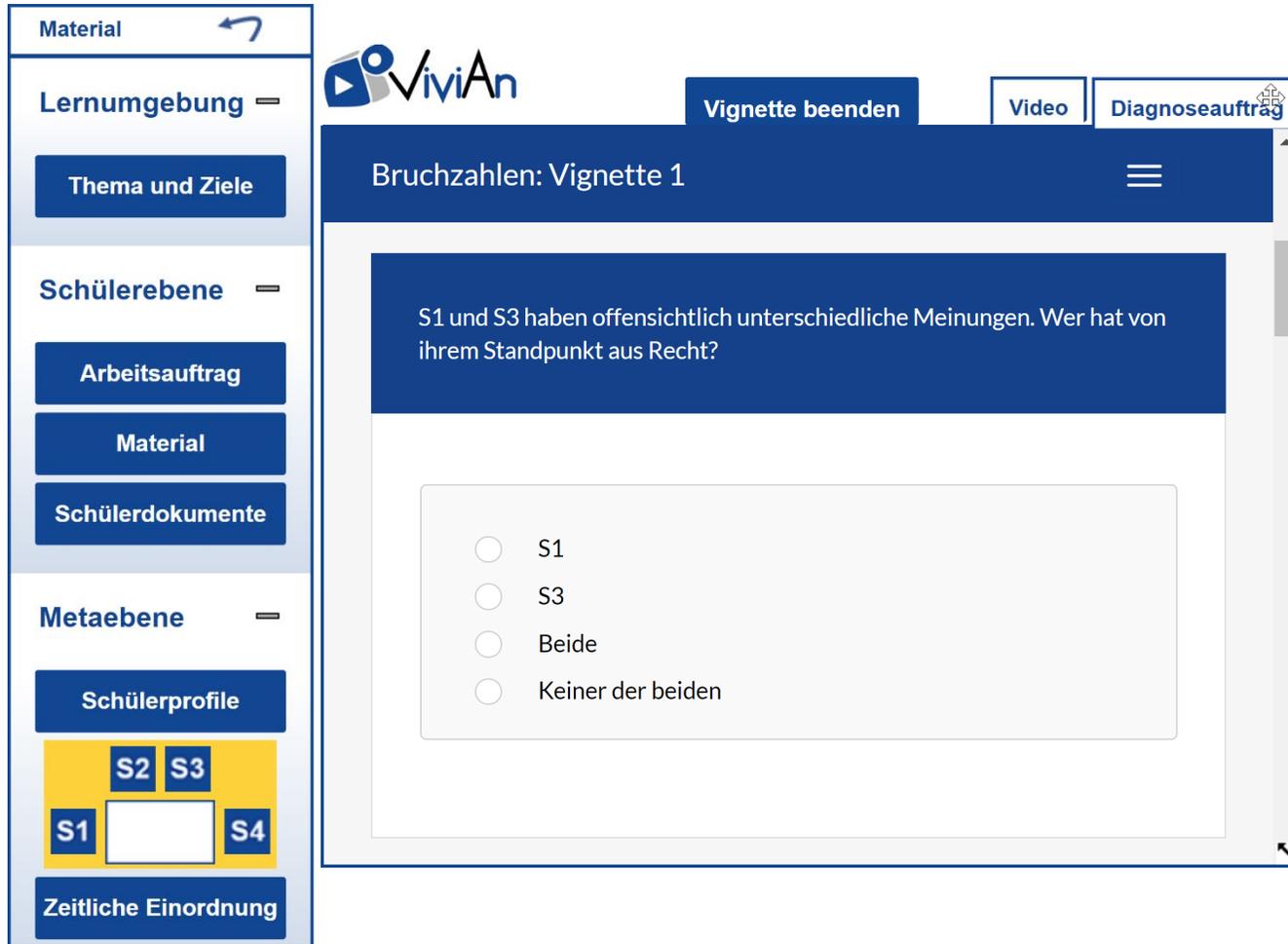
Video

Diagnoseauftrag



0:00 / 2:17

# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen



The screenshot displays the ViviAn web application interface. On the left is a sidebar with navigation options: 'Material', 'Lernumgebung' (with sub-options 'Thema und Ziele', 'Arbeitsauftrag', 'Material', 'Schülerdokumente'), and 'Metaebene' (with sub-options 'Schülerprofile' and 'Zeitliche Einordnung'). The 'Schülerprofile' section shows a grid of student icons labeled S1, S2, S3, and S4. The main content area features the ViviAn logo, a 'Vignette beenden' button, and tabs for 'Video' and 'Diagnoseauftrag'. The title 'Bruchzahlen: Vignette 1' is displayed above a question box containing the text: 'S1 und S3 haben offensichtlich unterschiedliche Meinungen. Wer hat von ihrem Standpunkt aus Recht?'. Below the question is a list of four radio button options: 'S1', 'S3', 'Beide', and 'Keiner der beiden'.

# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen

Material ↶

Lernumgebung =

Thema und Ziele

Schülerebene =

Arbeitsauftrag

Material

Schülerdokumente

Metaebene =

Schülerprofile

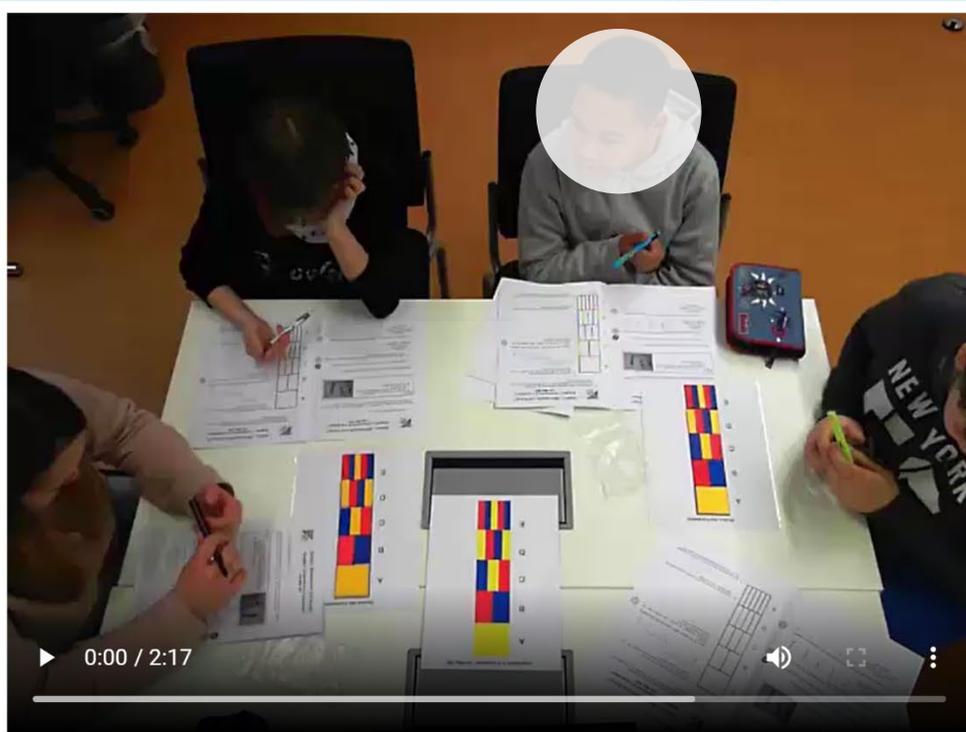
S2 S3

S1 S4

Zeitliche Einordnung



Video



Vignette beenden

Diagnoseauftrag

Bruchzahlen: Vignette 1



S1 und S3 haben offensichtlich unterschiedliche Meinungen. Wer hat von ihrem Standpunkt aus Recht?

- S1
- S3
- Beide
- Keiner der beiden

Begründen Sie Ihre Antwort.

Schülerin 1 hat erfasst, dass ein Ganzes auch als Bruch geschrieben werden kann.



# Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen

Material ↶

Lernumgebung =

Thema und Ziele

Schülerebene =

Arbeitsauftrag

Material

Schülerdokumente

Metaebene =

Schülerprofile

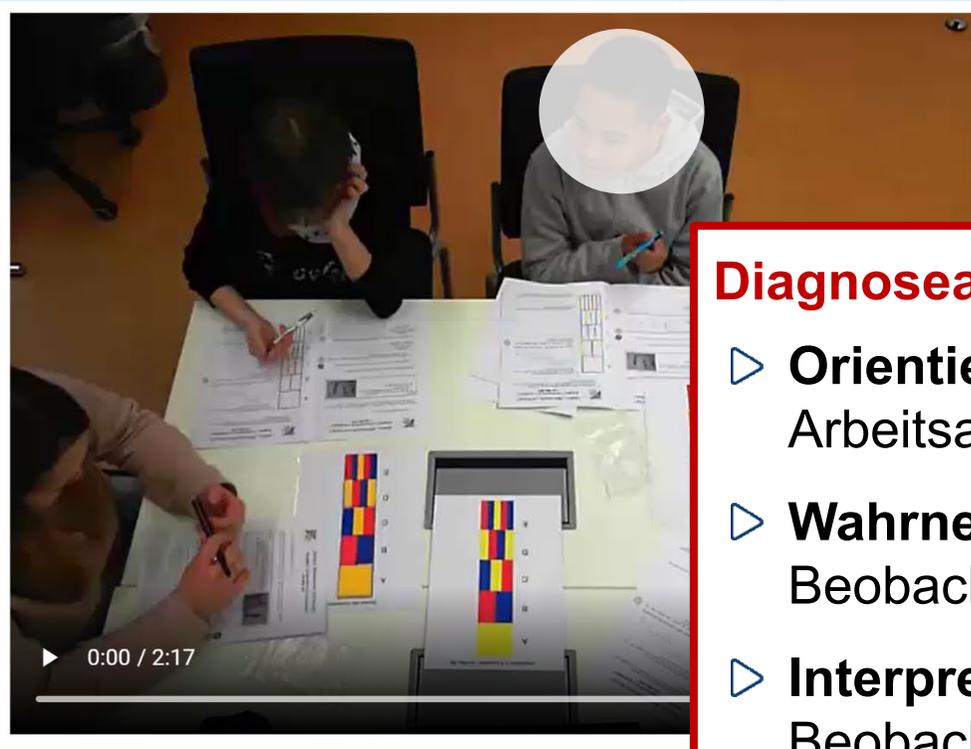
S2 S3

S1 S4

Zeitliche Einordnung



Video



0:00 / 2:17

Vignette beenden

Diagnoseauftrag

Bruchzahlen: Vignette 1 Intern

S1 und S3 haben offensichtlich unterschiedliche Standpunkte aus rechtlicher Sicht?

- S1
- S3

Abgleich mit Expert\*innen-Antworten

## Diagnoseaufträge

- ▷ **Orientieren**  
Arbeitsaufträge der Schüler/innen bearbeiten
- ▷ **Wahrnehmen**  
Beobachtungen beschreiben
- ▷ **Interpretieren**  
Beobachtungen deuten und Deutungen begründen (Grundvorstellungen, Schüler(fehl)vorstellungen, ...)
- ▷ **Entscheiden**  
Unterrichtshandeln vorschlagen und begründen





## Wie halte ich eine fachdidaktische Vorlesung?

- 1 Planung
- 2 Aktivierung
- 3 Praxiseinbindung
- 4 Weiteres**



[fragen.roth.tel](https://fragen.roth.tel)

## Methodisches

Wie kann man Drop-out zu verhindern? <sub>1</sub>

Skript zur Verfügung stellen, auch wenn das die Anwesenheit mindert? <sub>1</sub>

Wie kann ich Apps sinnvoll integrieren? <sub>1</sub>

Methoden für interaktive Phasen? <sub>1</sub>

Wie Studierende zur Mitarbeit motivieren? <sub>1</sub>

## Unterrichtspraxis

Welche Bedeutung hat die Unterrichtspraxis für eine Einführung in Didaktik? <sub>1</sub>

Wie kommt man an Anschauungsmaterialien (Praxisbeisp., Videos, ...)? <sub>1</sub>

Wie stelle ich einen Zusammenhang zwischen Theorie und Praxis her? <sub>3</sub>

Woran erkenne ich geeignete Beispiele? <sub>2</sub>

## Prüfung

Wie kann ein sinnvoller Leistungsnachweis zur Vorlesung aussehen? <sub>2</sub>

## Input <-> Eigentätigkeit

Optimales Verhältnis von Eigentätigkeit der Studierenden und Input der Dozierenden? <sub>1</sub>

Viele Inhalte -> Zeit für Anwendung, Praxisbezug, Übung der Studierenden fehlt. Guter Mittelweg? <sub>1</sub>

"Fachdidaktische Vorlesung" ein Oxymoron? <sub>1</sub>

Möglichkeiten zur Wiederholung geben? Zeit lieber anders nutzen? <sub>1</sub>

Darf eine Vorlesung auch Seminarcharakter haben? (Austauschphasen etc.) <sub>2</sub>

Wie kann ich aktivierende Methoden in meine Veranstaltung einbauen? <sub>2</sub>

## Aufmerksamkeit halten

Wie kann ich die Aufmerksamkeit der Studierenden halten? <sub>1</sub>

Wie gestalte ich einen Spannungsbogen über die Themen der Vorlesung? <sub>1</sub>

Wie entwickle ich einen roten Faden? <sub>1</sub>

Wie finde ich geeignete Veranstaltungsstruktur? <sub>2</sub>

## Eigenarbeit der Studierenden

Wie viel Vorbereitungszeit der Studierenden kann ich voraussetzen? (Bspw. Lesen von Texten) <sub>1</sub>

Wie Studierende zu eigenverantwortlichem Lernen motivieren? <sub>1</sub>

Wie viel Inhalte kann man selbst erarbeiten lassen (z.B. Paper lesen,...)? <sub>1</sub>

Wie wähle ich geeignete Literatur aus? <sub>1</sub>

## Inhaltsauswahl

Welche Themen sind für eine Anfänger-Vorlesung relevant? <sub>1</sub>

Wie wählt man die relevanten Inhalte? <sub>2</sub>

Wie viele Fachinhalte gehören in fachdidaktische Vorlesungen? <sub>2</sub>

Umgang mit fehlenden (Mathe-)Kenntnissen in der Fachdidaktik? <sub>2</sub>

Wie geht man mit normativen Themen um? <sub>1</sub>

Wie entscheide ich über den passenden Fokus der Veranstaltung? <sub>1</sub>

- Methodisches
- Unterrichtspraxis
- Input  $\Leftrightarrow$  Eigentätigkeit
- Eigenarbeit der Studierenden
- Aufmerksamkeit halten
- Inhaltsauswahl
- Prüfungsform

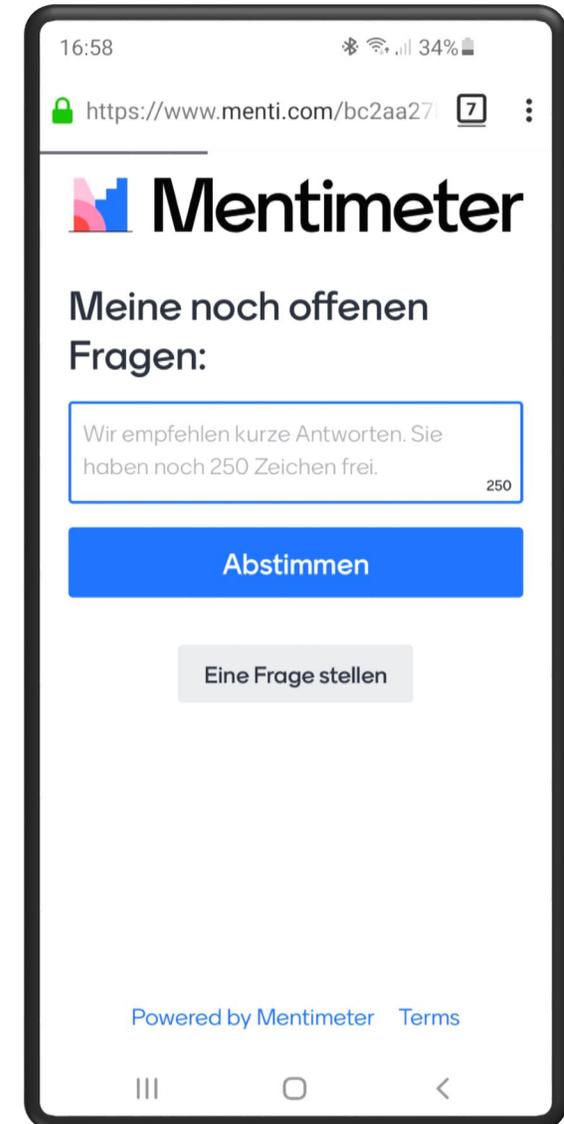
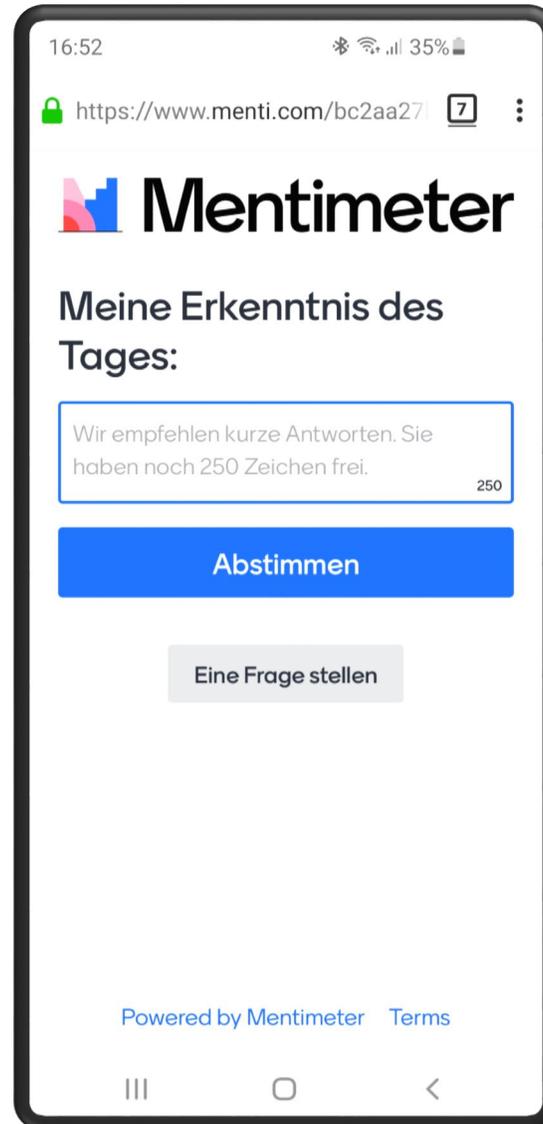
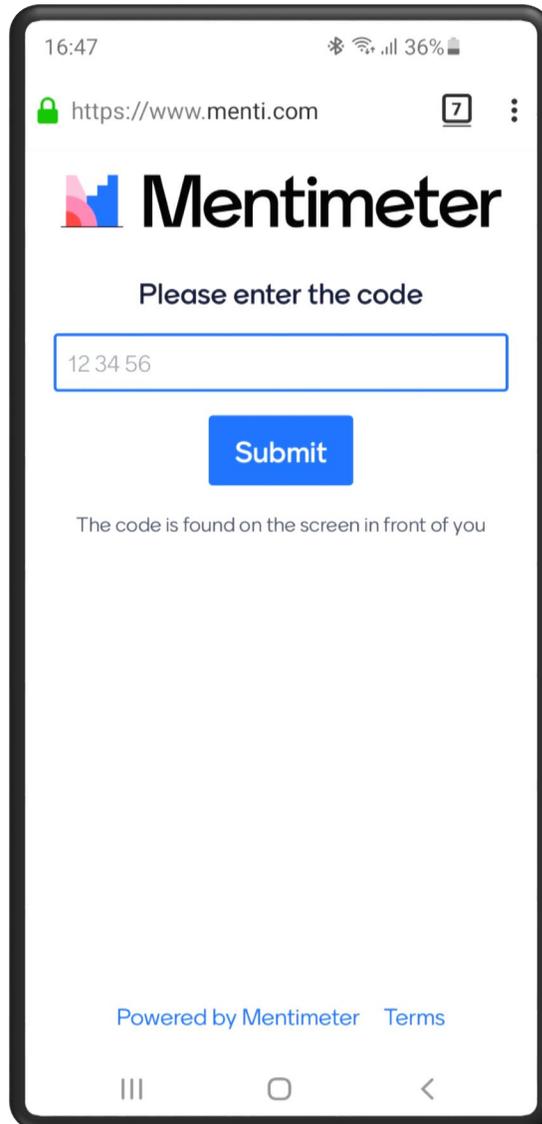
# Wie halte ich eine fachdidaktische Vorlesung?

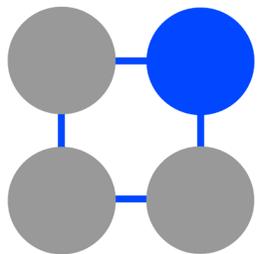
- Welche Ziele verfolge ich?  
Und die Studierenden?
- Was brauchen Studierende in einer  
fachdidaktischen Vorlesung?
- Wie wähle ich die Inhalte aus?
- Was ist der rote Faden meiner  
Veranstaltung?
- Wie viel und welche grundlegende  
Literatur sollte angegeben/empfohlen  
werden?
- Welche Unterstützungsangebote  
stelle ich in welcher Form bereit?
- Wie offen oder geschlossen soll  
die Veranstaltung gestaltet sein?
- Wie aktiviere ich meine Studierenden?
- Wie kann es gelingen einen  
Praxis-Bezug herzustellen?
- Haben die Studierenden  
Wesentliches mitgenommen?  
Falls ja, was? Falls nein, was nun?



**One-minute-paper**







**Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!**  
**Viel Erfolg bei den eigenen interaktiven Vorlesungen**  
[dms.uni-landau.de](https://dms.uni-landau.de) • [juergen-roth.de](https://juergen-roth.de) • [roth.tel](https://roth.tel)