Jürgen ROTH, Würzburg

Konkrete Kunst analysieren und gestalten – Mathematik fächerverbindend unterrichten

Schülerinnen und Schüler sollen die Erfahrung machen, dass Mathematik im Alltag vorkommt. Dies kann z. B. dadurch ermöglichet werden, dass man sie immer wieder in unerwarteten Zusammenhängen mathematische Aspekte entdecken und mathematisch argumentieren lässt. Visualisierungen sind einerseits *das* Thema der bildenden Kunst und andererseits, aus didaktischer Perspektive betrachtet, wichtig für Lernprozesse. Sie sind oft ansprechend und damit potentiell motivierend, erleichtern die Fokussierung auf (geometrische) Strukturen und haben das Potential als Verständnisgrundlagen für mathematische Zusammenhänge zu fungieren. Visualisierungen und deren Analyse sind also ein guter Ansatzpunkt für eine fächerverbindende Zusammenarbeit zwischen Kunst- und Mathematikunterricht.

1 Konkrete Kunst analysieren

In der Konkreten Kunst spielen insbesondere Visualisierungen von *mathematischen* Ideen eine große Rolle. Deshalb findet man hier sehr leicht Kunstwerke, die sich zur mathematischen Analyse eignen. Im Folgenden erläutere ich an konkreten Beispielen, wie dadurch Inhalte zu den Leitideen „Messen“ sowie „Raum und Form“ der KMK-Bildungsstandards[1] erarbeiten und Verständnis gefördert werden kann.

Mit Hilfe von offenen Aufgaben können sich Schülerinnen und Schüler wesentliche Aspekte des Messens von Flächeninhalten z. B. anhand des Kunstwerks „Konstruktion um das Thema 3:4:5“ von Max Bill (vgl. Abb. 1) selbstständig erarbeiten.[2] Die Aufgabe „Finde soviel Quadrattypen wie möglich.“ führt (wenn man von der Farbgebung absieht) zu einem ersten Vergleich der vorkommenden Quadrate, z. B. anhand ihrer Kantenlängen. „Mit welchen Quadrattypen lässt sich das Kunstwerk auslegen?“ Hier werden erste Erfahrungen mit dem für das Messen zentralen Aspekt des Auslegens mit einer Einheit gesammelt (vgl. Abb. 2). Dabei wird deutlich, dass das Bild nicht mit jedem kleineren Quadrat ausgelegt werden kann. Diese Erkenntnis lenkt den Blick auf die Frage der Teilbarkeit. Durch den Auftrag, das mittlere weiße Quadrat bzgl. des Flächeninhalts mit einem der grauen rechtwinkligen Dreiecke zu vergleichen, setzen sich die Schülerin-

---

[1] Vgl. Kultusministerkonferenz (2004)
[2] EUKLID DynaGeo-Applets zu allen beschriebenen Kunstwerken findet man im Internet unter der Adresse http://www.juergen-roth.de/dynageo/kunst/.

nen und Schüler implizit mit dem direkten und dem indirekten Vergleich auseinander. Mögliche Zugänge zu diesem Problem sind in Abb. 3 angedeutet. Eine Auseinandersetzung mit dem Titel des Bildes kann den Satz des Pythagoras als Flächensatz in den Blick rücken (vgl. Abb. 4). Dadurch kann auch die Bildkomposition (z. B. die schwarzen Balken und die weißen Quadrate) besser verstanden werden. Insbesondere wenn ein dynamisches Geometriesystem eingesetzt wird, führt die Frage, ob das „schräge“ Quadrat in der Mitte auch anderes eingebaut werden könnte (vgl. Abb. 5), zur Erkenntnis, dass es nur wenige ganzzahlige Zahlentripel gibt, die die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ erfüllen. Hier kann sich eine Auseinandersetzung mit den pythagoräischen Zahlentripeln anschließen.

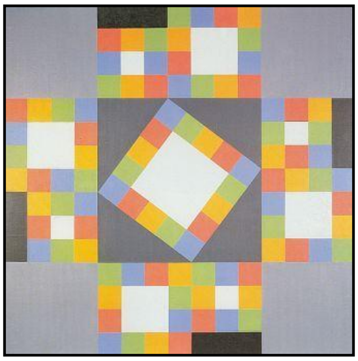
Abb. 1: Max Bill: Konstruktion um das Thema 3:4:5, 1980

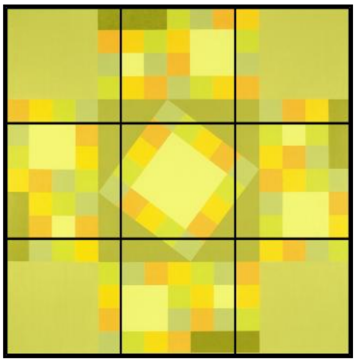
Abb. 2: Das Bild kann mit einigen seiner Teilquadrate parkettiert werden.

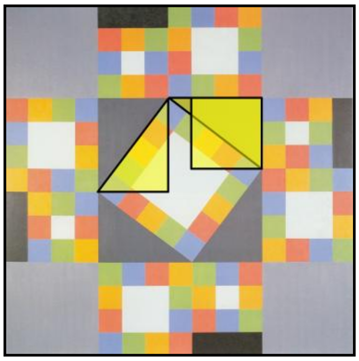
Abb. 3: Flächeninhaltsvergleich zwischen Quadrat & rechtwinkligem Dreieck

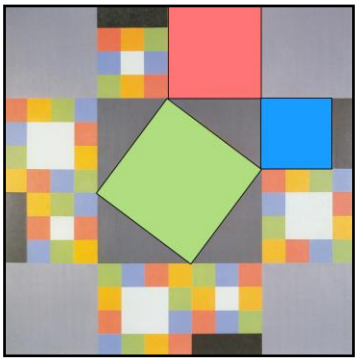
Abb. 4: Der Bildtitel und der Satz des Pythagoras

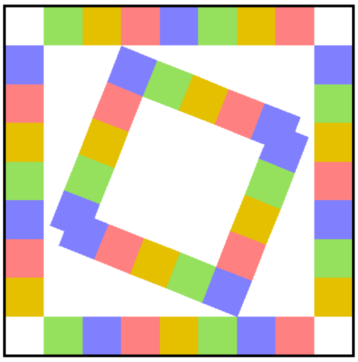
Abb. 5: Das schräge Quadrat lässt sich *nicht* beliebig einfügen.

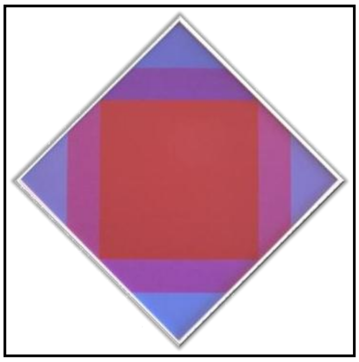
Abb. 6: Max Bill: Strahlung aus Rot, 1972/74

Das Bild „Strahlung aus Rot“ von Max Bill in Abb. 6 eignet sich gut zur Erarbeitung der Erkenntnis, dass sich nicht alle Flächeninhalte exakt durch Auslegen mit Einheitsquadraten bestimmen lassen. Dies kann zur Einführung der Inkommensurabilität genutzt werden. Daneben kann auch die Einsicht gelingen, dass selbst „komplizierte“ Flächeninhalte durch „einfachen“ Flächenvergleich bestimmbar sind. Der Arbeitsauftrag kann hier ganz offen ausfallen: „Wie groß sind die Flächeninhalte aller Teilflächen der Figur, wenn das innere Quadrat den Flächeninhalt 1 FE besitzt?“ Fasst man das Kunstwerk als Überlagerung eines großen Quadrats, eines regulären Achtecks und des kleinen inneren Quadrats auf, so lassen sich der Flächeninhalt und die Kantenlänge des großen Quadrats erarbeiten. Mit Hilfe der Konstruktionshilfslinien für die Achteckkonstruktion (vgl. Abb. 7) können die Flächeninhalte der äußeren kleinen Dreiecke und damit der Flächeninhalt des Achtecks bestimmt werden.

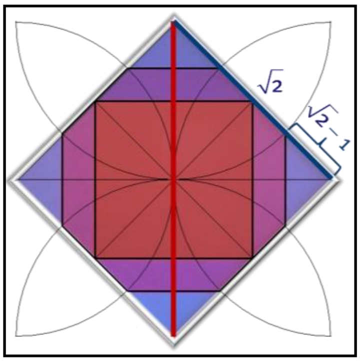

Abb. 7: Bill: Strahlung aus Rot – Konstruktionslinien

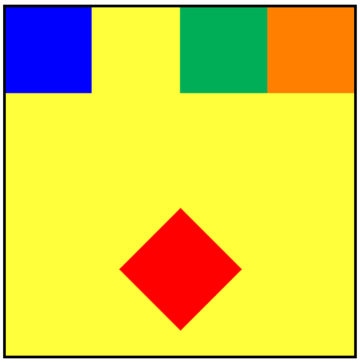
Abb. 8: Graeser: Translokation B, 1969

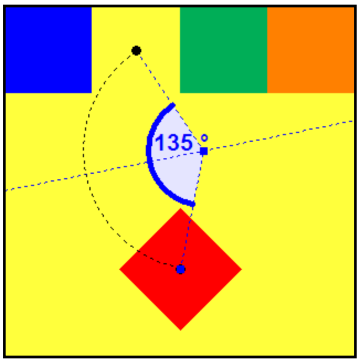

Abb. 9: Mögliche Drehung des Quadrats

Geometrische Grundformen wie z. B. das Quadrat und ihre (Symmetrie-) Eigenschaften, aber auch Beziehungen zwischen (Teil-)Figuren lassen sich anhand von konkreten Kunstwerken besonders gut untersuchen. Betrachtet man etwa Camille Graesers Werk „Translokation B“ (vgl. Abb. 8), so suggeriert die Farbgebung, dass das auf der Ecke stehende rote Quadrat aus der Lücke in der oberen Quadratreihe heraus bewegt wurde. Eine einfache Verschiebung entlang der gedachten Verbindungslinie zwischen den Mittelpunkten der quadratischen Lücke und des roten Quadrats, bringt die beiden Quadrate nicht miteinander zur Deckung. Dazu ist anschließend noch eine Drehung des verschobenen Quadrats um seinen Mittelpunkt notwendig. Ohne Drehung geht es offensichtlich nicht, ja es ist sogar möglich, das rote Quadrat nur mit Hilfe einer Drehung aus seiner Ausgangslage in die aktuelle Position zu bewegen (vgl. Abb. 9). Hier gibt es viel zu erforschen, zu entdecken und zu begründen. Folgende Fragen können dabei handlungsleitend sein:

- Wo liegt das Zentrum der gesuchten Drehung?
- Gibt es evtl. mehrere geeignete Lagen für das Drehzentrum?
- Um welchen Drehwinkel muss man jeweils drehen?

Die Geometrie hilft komplexe Strukturen zu analysieren. Richard Paul Lohses Bild in Abb. 10 lässt sich etwa durch zentrische Streckungen des zentralen Quadrats bzgl. der Bildmitte als Streckungszentrum verstehen. So können die in Abb. 11 gekennzeichneten Quadrate erzeugt werden. Verlängert man deren Seiten bis zum Bildrand, so entsteht die gesamte Bildstruktur. Wie erhält man aber die nötigen Streckungsfaktoren und warum besteht der Zusammenhang aus Abb. 12 zwischen den Kantenlängen der acht konzentrischen Quadrate? Es bieten sich vielfältige Anlässe zur Erforschung von Strukturen und mathematischen Fragestellungen.

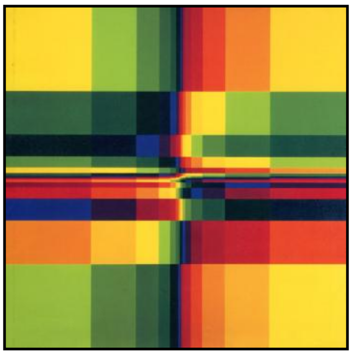

Abb. 10: Lohse: Fünfzehn systematische Farbreihen mit vertikaler und horizontaler Verdichtung, 1950-67

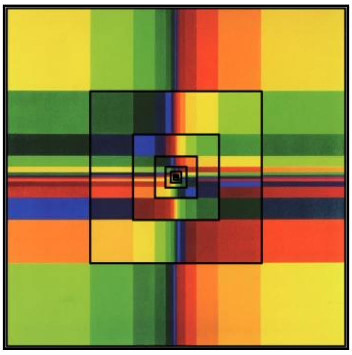

Abb. 11: Zentrische Streckung des zentralen Quadrats am Bildmittelpunkt erzeugt das ganze Bild.

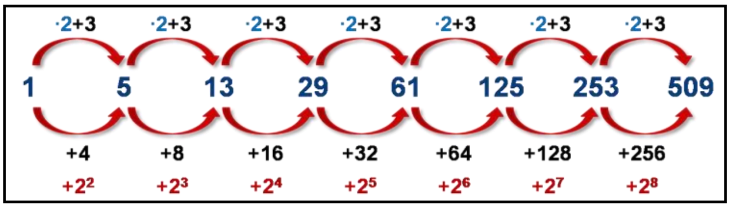

Abb. 12: Zusammenhang zwischen den Kantenlängen der in Abb. 11 schwarz eingezeichneten Quadrate

2 Konkrete Kunst kreativ gestalten

Hat man ein Kunstwerk mathematisch analysiert, so bietet es sich zur Vertiefung und Vernetzung der so erworbenen Kenntnisse an, diese selbst zur kreativen (Um-)Gestaltung von Kunstwerken zu nutzen (vgl. Roth 2007). Für das eben betrachtete Kunstwerk von Lohse (vgl. Abb. 10) könnte ein Arbeitsauftrag zur Vertiefung lauten: „Entwickle das Kunstwerk durch Abbildungen so weiter, dass seine Symmetrieeigenschaften erhalten bleiben.“ Vernachlässigt man die Farben, so erkennt man, dass das Bild alle Symmetrieeigenschaften des Quadrats besitzt. Zur Lösung der Aufgabe müssen diese Eigenschaften und Gestaltungsfragen reflektiert werden. Ein mögliches Ergebnis zeigt Abb. 13.

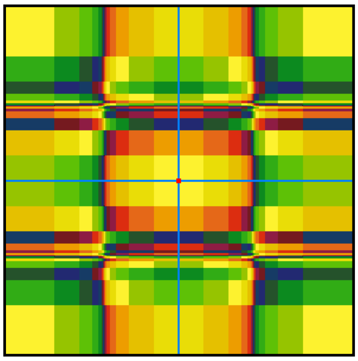

Abb. 13: Mit Abbildungen kann das Kunstwerk weiterentwickelt und kreativ gestaltet werden.

Literatur

Kultusministerkonferenz (Hrsg.): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss.Wolters Kluwer Deutschland GmbH, München, 2004

Roth, Jürgen: Konkrete Kunst und Bewegung – Mathematik als Kreativitäts- und Interpretationswerkzeug. In: Lauter, M. & Weigand, H.-G. (Hrsg.): Ausgerechnet ... Mathematik und Konkrete Kunst. Spurbuchverlag, Baunach, 2007, S. 22-28