UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Jürgen Roth

Fachdidaktische Grundlagen

Modul 1.3

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Fachdidaktische Grundlagen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

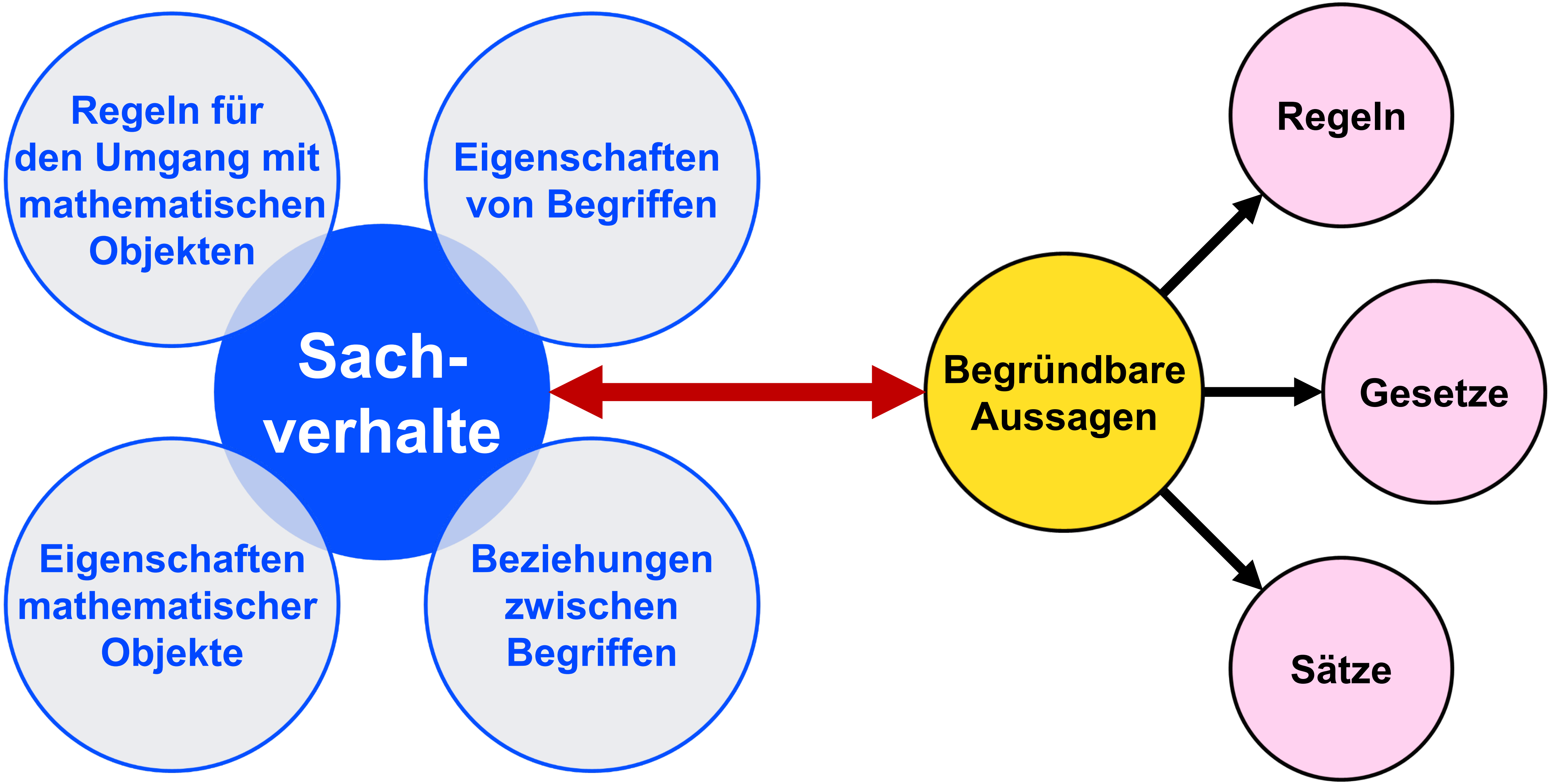
Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Jürgen Roth

Kapitel 9: Sachverhalte erarbeiten

Fachdidaktische Grundlagen

Sachverhalte?!

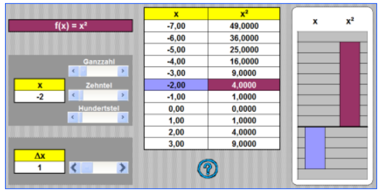


Didaktische Aufgaben

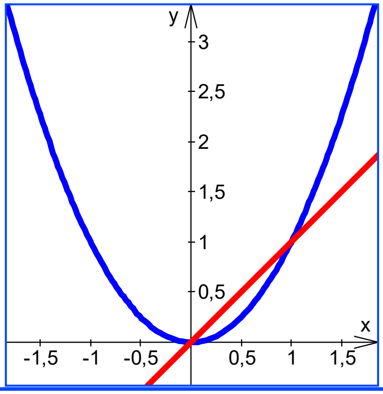
$$2^2 = 4 > 2$$
$$3^2 = 9 > 3$$
$$4^2 = 16 > 4$$

Immer?

$$a^2 > a$$
$$\Leftrightarrow a \in \mathbb{R}\backslash[0;1]$$



Fallunter-
scheidung



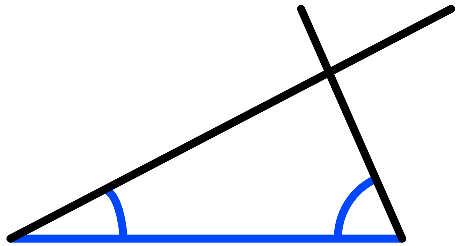
- **Entdecken von Sachverhalten**
  - Induktiv, deduktiv o. Hypothesen widerlegen
  - Beispiel: „Quadrieren vergrößert."
- **Formulieren der Sachverhalte als mathematische Aussagen**
- **Begründen der Aussagen**
  - Logische Struktur (Voraussetzung, Behauptung) herausarbeiten
  - Ziele des Begründens
    - Wahrheit einer Aussage sichern
    - Einsicht in den Sachverhalt vermitteln
- **Verstehen der Sachverhalte**
- **Ziel:** Anregen von geistigen Prozessen, die zu (neuen) mathematischen Erkenntnissen führen

Verschiedene Begründungstypen
Innenwinkelsumme im Dreieck

- **Erfahren von Handlungsspielräumen und Sachzwängen**

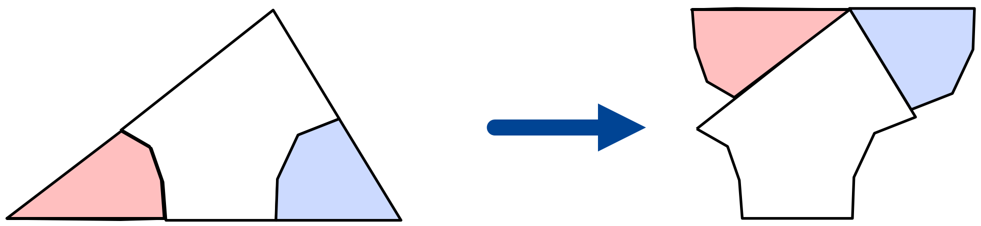
  Konstruiere ein Dreieck mit folgenden Innenwinkelgrößen:

  $$\alpha = 40°, \beta = 55°, \gamma = 100°$$



- **Probieren**

Begründung über Falten einer analogen Konfiguration.

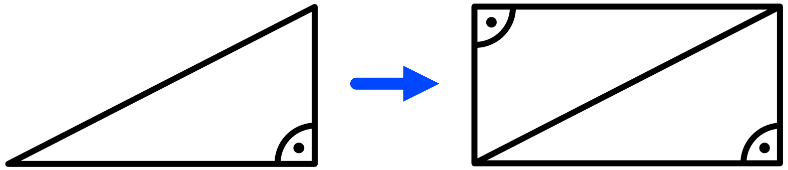


- **Messen**

α	β	γ	$\alpha + \beta + \gamma$
31°	44,5°	105°	180,5°
51°	92°	36°	179°

Verschiedene Begründungstypen
Innenwinkelsumme im Dreieck

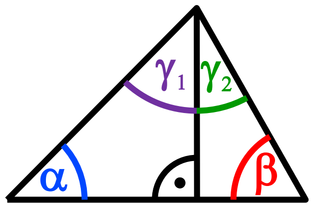
- **Sonderfälle**



Innenwinkelsumme im

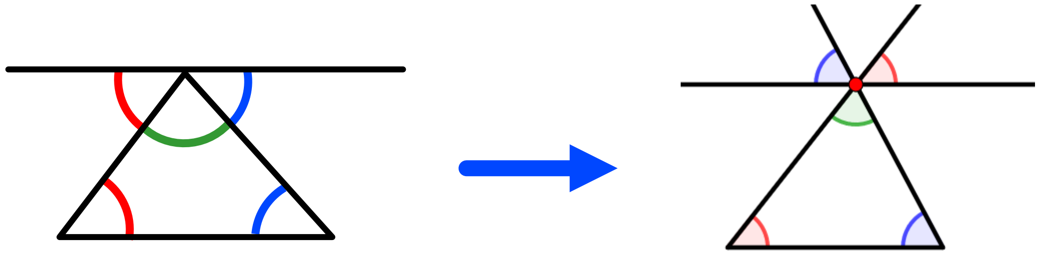
- Rechteck: $4 \cdot 90° = 360°$
- rechtwinkligen Dreieck: $\frac{360°}{2} = 180°$

Anwendung auf allg. Dreiecke



$$180° + 180°$$
$$= (\alpha + 90° + \gamma_1) + (90° + \beta + \gamma_2)$$
$$= \alpha + 90° + \gamma_1 + 90° + \beta + \gamma_2$$
$$= \alpha + \beta + \underbrace{(\gamma_1 + \gamma_2)}_{=\gamma} + 180°$$
$$\Rightarrow 180° = \alpha + \beta + \gamma$$

- **Klassischer Beweis**



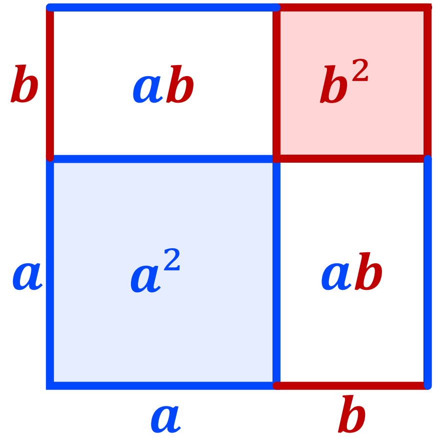
Winkelverschiebung

https://www.geogebra.org/m/nUnkzGpE

Formelsprache: Erkunden und Aneignen

- **Einstieg**

  Die Seitenlänge a eines Quadrats wird um b vergrößert.
  Wie ändert sich der Flächeninhalt des Quadrates?
  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



- **Erarbeitung**

  $$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b)$$
  $$= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- **Sicherung**

  $\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ heißt 1. binomische Formel (Plusformel).}}$

  $(x+y)^2, (x+3)^2, (5+z)^2, (a+2b)^2,$
  $\left(x^2+y^3\right)^2, c^2+2cd+d^2, \ldots$

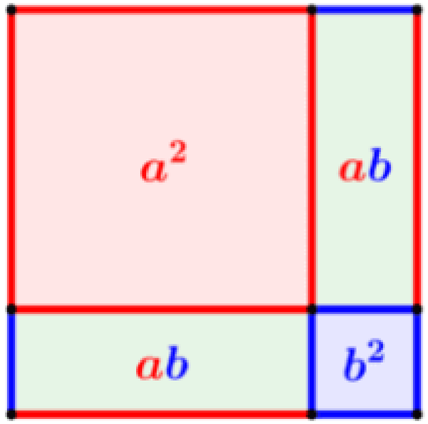
Probleme
$(a+b)^2$ ☠ a^2+b^2
$(2xy+3vw)^2$

- **Vertiefung**
  - Verwandle $(a-b)^2$ in eine Summe.
  - Lässt sich diese Aussage geometrisch deuten? …

https://www.geogebra.org/m/bxcspuc6

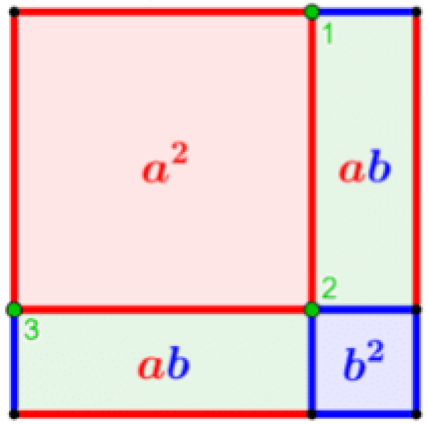
Formelsprache: Erkunden und Aneignen

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



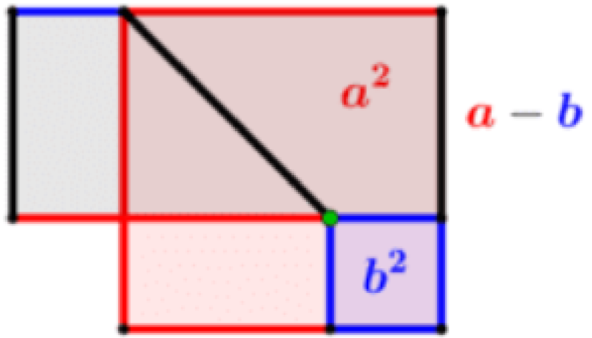
1. Binomische Formel (Plusformel)

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



2. Binomische Formel (Minusformel)

$$a^2 - b^2 = (a-b)\cdot(a+b)$$



3. Binomische Formel (Plusminusformel)

https://www.geogebra.org/m/bxcspuc6