Fachdidaktische Grundlagen

Modul 1.3

Jürgen Roth

20.06.2025 juergen-roth.de

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

RPTU Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern Landau

Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern Landau

Fachdidaktische Grundlagen

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

1. Was ist / soll Mathematikdidaktik?
2. Rahmenbedingungen des MU
3. Differenzieren
4. Warum / wozu Mathematikunterricht?
5. Lernziele im Mathematikunterricht
6. Wie funktioniert Lernen?
7. Didaktische Prinzipien
8. **Begriffe erarbeiten**
9. Sachverhalte erarbeiten
10. Algorithmen erarbeiten
11. Anwenden und Modellieren
12. Problemlösen
13. Unterrichtsplanung
14. Computereinsatz am Beispiel DMS

juergen-roth.de/lehre/fachdidaktische-grundlagen

RPTU

8

Fachdidaktische Grundlagen

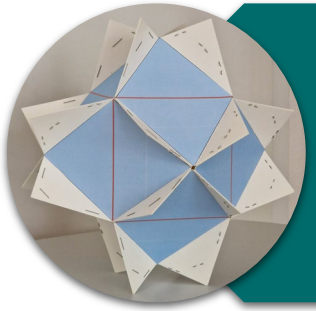
Begriffe erarbeiten

RPTU

Begriffe …

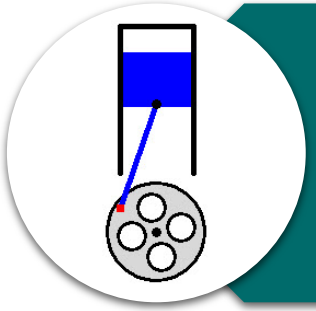
sind Bausteine des Wissens

sind Grundlage sprachlicher Kommunikation



charakterisieren Objekt*klassen*

beeinflussen die Gedächtnisleistung

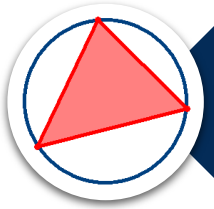


verdichten Informationen

beeinflussen das Problemlösen

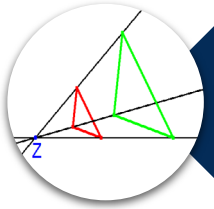
Begriffe und Problemlösen

Begriffe als ...



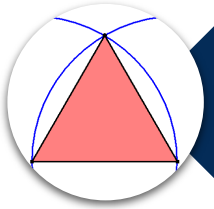
Quelle von Problemstellungen

Begriff: Umkreis
Welche Vielecke besitzen einen Umkreis?



Mittel zum Präzisieren von Problemstellungen

Wann sind Figuren ähnlich?
Begriff: Ähnlichkeitsabbildung

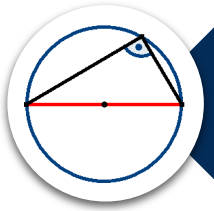


Lösungshilfen für Probleme

Dreieckskonstruktion
Begriff: Ortslinie

Lösungen von Problemen

Schnittfläche beim Schneiden einer Wurst
Begriff: Ellipse



Mittel zur Sicherung von Problemlösungen

Wo liegen die Orte, von denen aus man eine Strecke unter einem rechten Winkel sieht?
Begriff: Thaleskreis

Rolle von Begriffen

Leitbegriff eines Themenstrangs
z. B. Symmetrie, Funktion, Wahrscheinlichkeit, Figur, ...

Schlüsselbegriff einer Unterrichtssequenz
z. B. Bruch, Proportionalität, Symmetrische Vierecke, ...

Zentraler Begriff einer Unterrichtseinheit
Begriff, der in der Unterrichtseinheit erarbeitet wird.

Arbeitsbegriff

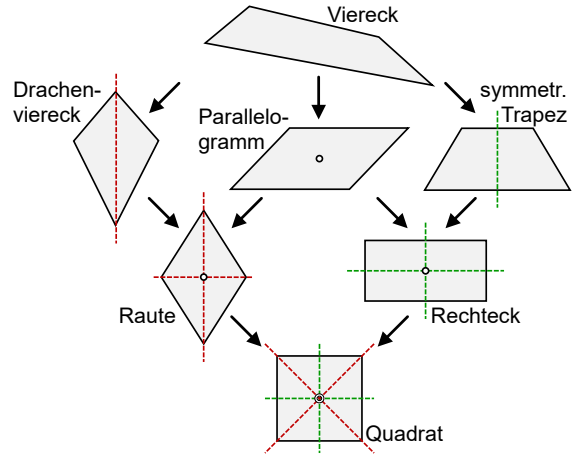
- Benennung, um über Sachverhalte überhaupt ohne Umschreibung sprechen zu können.
- Arbeitsbegriffe werden durch den Gebrauch gelernt.

Stufen des Begriffsverständnisses

Stufe 4: Formales Begriffsverständnis

- Einbettung des Begriffs in einen axiomatischen Aufbau der Mathematik

Beispiele: (1) Gesetzmäßigkeiten beweisen.
(2) Gleichwertigkeit von Definitionen erkennen.



Stufe 3: Integriertes Begriffsverständnis

- Der Begriff als Teil eines Begriffsnetzes
- Beziehungen von Eigenschaften untereinander und Beziehungen zu anderen Begriffen kennen.

Stufe 2: Inhaltliches Begriffsverständnis

- Der Begriff als Träger von Eigenschaften.
- Eigenschaften kennen.

Stufe 1: Intuitives Begriffsverständnis

- Der Begriff als Phänomen.
- Beispiele (er)kennen.

 Weigand et al. (2018). Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I. Berlin: Springer Spektrum, 104ff

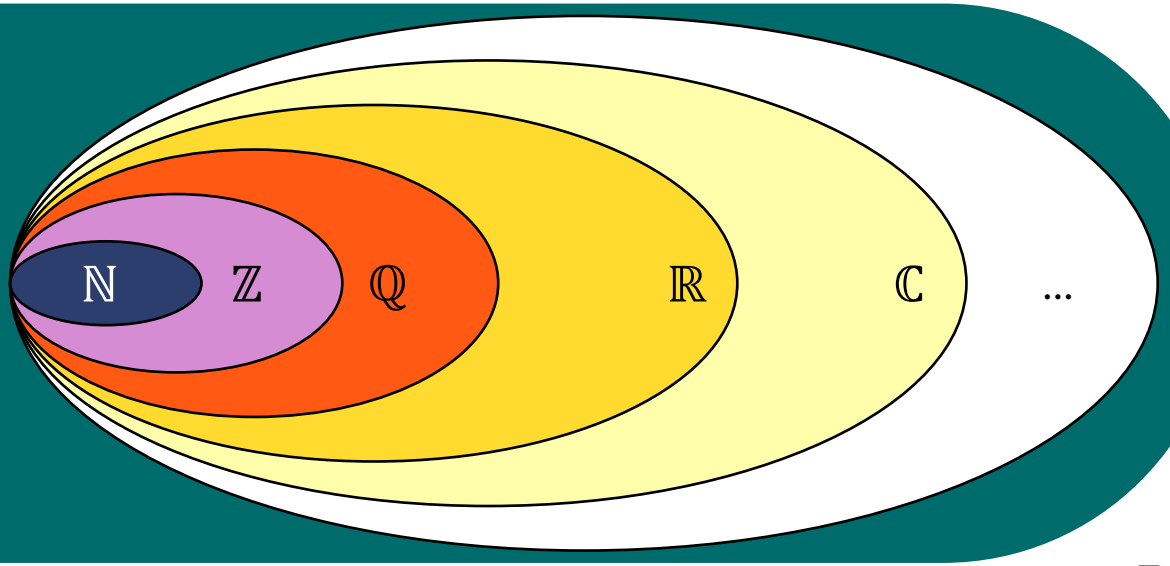
Modelle langfristigen Begriffslernens

Lernen als Ersteigen von Stufen

- Reflexion und Analyse bereits erworbenen Wissens führt zu Wissen höherer Qualität. → Höhere Stufe
- Vgl. Stufen des Begriffsverständnisses

Lernen durch Erweiterung

- Neue Objekte beseitigen Grenzen, auf die man beim Operieren mit den bisherigen Objekten stößt.
  → Vertrautes wird nun in neuem Licht gesehen.
- Vgl. Zahlbereichserweiterungen

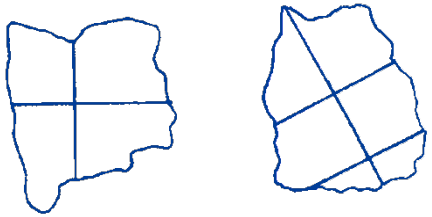


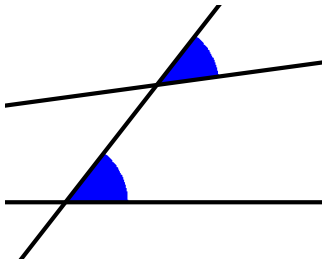
Verstehen eines Begriffs

Lernende haben einen Begriff verstanden, wenn sie …

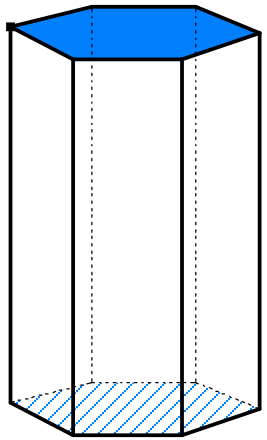
- die Bezeichnung des Begriffs kennen,
- Beispiele angeben und jeweils begründen können, warum es sich um ein Beispiel handelt,
- Gegenbeispiele angeben und begründen können, weshalb etwas nicht unter einen Begriff fällt,
- charakteristische Eigenschaften des Begriffs kennen,
- Ober-, Unter- und Nachbarbegriffe kennen,
- und mit dem Begriff arbeiten können (z. B. im Rahmen von Problemlösungen).

Erarbeiten eines Begriffs





https://www.geogebra.org/m/gtxk9jdk



https://www.geogebra.org/m/dewvjspg
https://www.geogebra.org/m/ZeSY9Qy3
https://www.geogebra.org/m/tr3tgana

Erfahrungen zum Begriff sammeln

Handlungen (enaktive Repräsentation)

Objekte darbieten

Beispiele für Begriffe (ikonische Repräsentation)

Merkmale entdecken

- Prinzip der Variation
- Prinzip des Kontrasts
- Sprache (benennen, beschreiben)

Charakterisierende Definition
Ein Körper, der von zwei zueinander kongruenten und parallelen n-Ecken und n Rechtecken begrenzt ist, heißt **gerades Prisma**.

Definition erarbeiten

- Genetische Definition
- Charakterisierende Definition
  - Oberbegriff angeben
  - Charakterisierende Eigenschaft ⇔ notwendige & hinreichende Bedingung

Kritisch reflektieren

- Definition durch möglichst „schwache“ Forderung
- Bezeichnung: Herkunft / evtl. Abgrenzung gegen Umgangssprache

Unterrichtsphasen beim Erarbeiten zentraler Begriffe

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Einstieg

An einem geeigneten Problemkontext werden ersten Vorstellungen vom Begriff entwickelt.

Erarbeitung

- Inhalt des Begriffs herausarbeiten.
- Umfang des Begriffs klären.

Sicherung

- Ergebnisse und Vorgehensweisen festhalten.
- Mit Hilfe geeigneter Aufgaben überprüfen, ob der Begriff erfasst ist & gegen andere Begriffe abgegrenzt werden kann (z. B. Frage nach Beispielen & Gegenbeispielen).

Vertiefung

- Querverbindungen zu anderen Begriffen herstellen.
- Spezialfälle (insbesondere Grenzfälle) betrachten (z. B. Variation definierender Eigenschaften).
- Anwendungen, ...

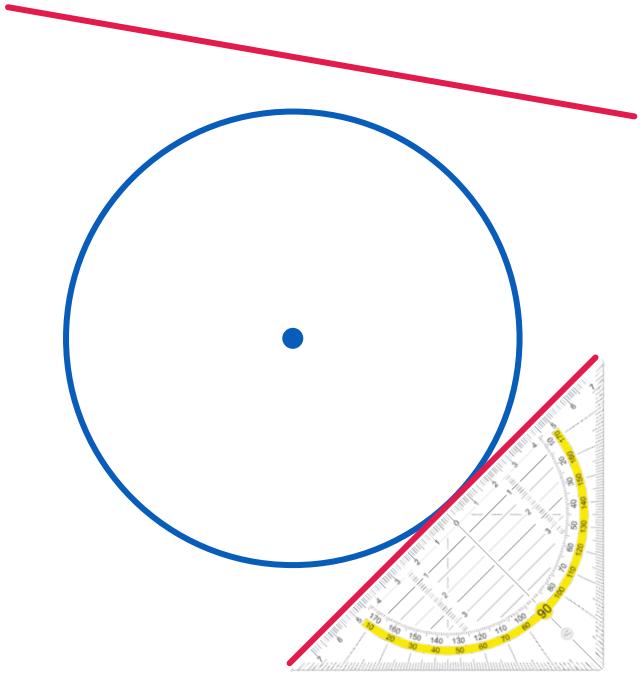
Verankerung in der kognitiven Struktur

 Weigand et al. (2018). Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I. Berlin: Springer Spektrum, 104ff

Beispiel: Tangente an einen Kreis

Einstieg

Wie viele Punkte können ein Kreis & eine Gerade gemeinsam haben?



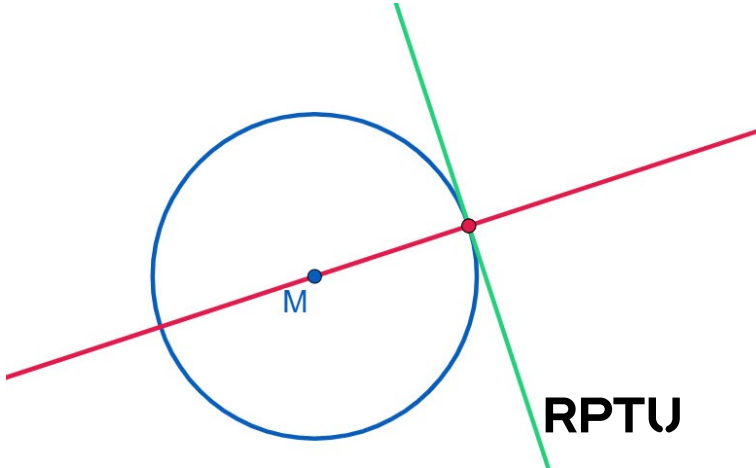
Erarbeitung (Vgl. Abb. & GeoGebra-Datei)

Sicherung

1. **Ergebnisse festhalten**
   Tangente → 1 Berührpunkt
   Sekante → 2 Schnittpunkte
   Passante → keine gem. Punkte
2. **Verständnis mit Aufgaben prüfen** → Tangente zeichnen!

Vertiefung

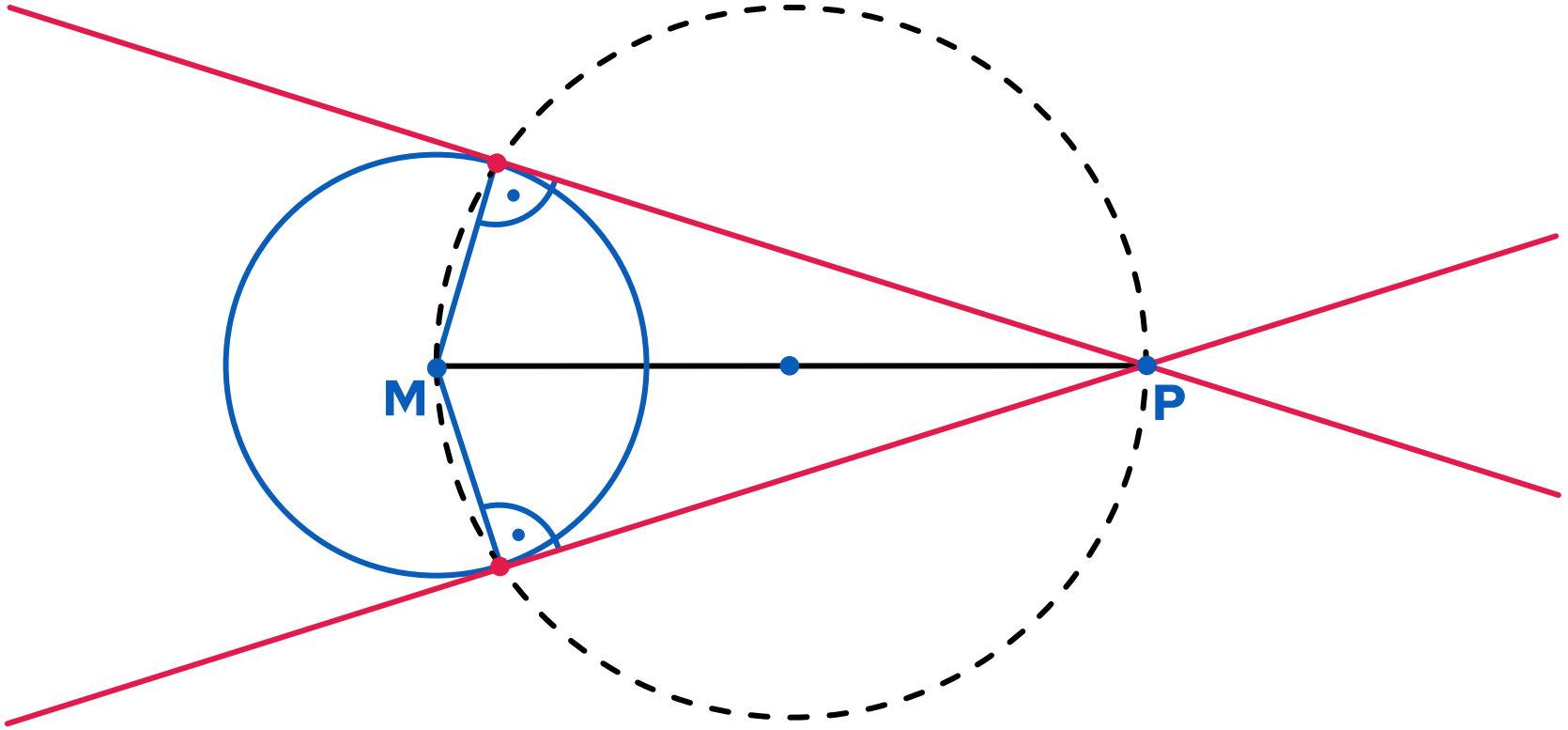
- Besitzt die Figur aus Kreis und Tangente eine Symmetrieachse?
- Ja! ⇒ Tangente senkrecht zum Berührpunktradius.
- Wie kann man die Tangente konstruieren?



Beispiel: Tangente an einen Kreis

Vertiefung

- Wie viele Tangenten an den Kreisverlaufen durch den Punkt P?
- Skizziere Sie!
- Wie kann man die Tangenten konstruieren?



Kontakt

Prof. Dr. Jürgen Roth

RPTU
Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Kaiserslautern-Landau
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7, 76829 Landau

j.roth@rptu.de

juergen-roth.de
dms.nuw.rptu.de

RPTU