

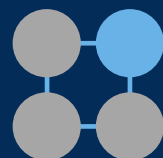


Didaktik der Geometrie (Sekundarstufen)

Modul 5a/c

Jürgen Roth

15.11.2023 juergen-roth.de



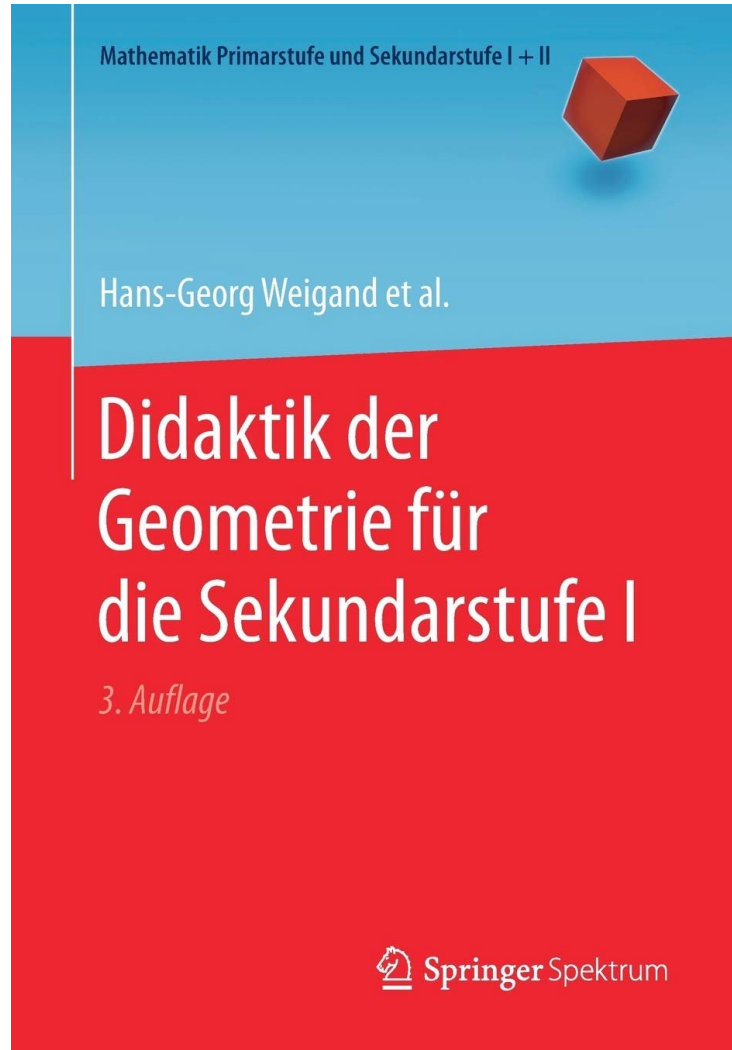
Didaktik der
Mathematik
Sekundarstufen

R

TU

P

Rheinland-Pfälzische
Technische Universität
Kaiserslautern
Landau



- **Internetseite zur Veranstaltung und Skript**
juergen-roth.de/lehre/didaktik-der-geometrie/ ⇒ Material
- **Textdatenbank**
juergen-roth.de/lehre ⇒ Texte
- **Zeitschriften**
juergen-roth.de/zeitschriften
- **Wichtigste Literatur**
Weigand, H.-G.; Filler, A.; Hölzl, R.;
Kuntze, S.; Ludwig, M.; Roth, J.;
Schmidt-Thieme, B.; Wittmann, G. (2018):
Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I. 3. Auflage,
Heidelberg: Springer Spektrum, ISBN: 978-3-662-56216-1



Arbeitsverteilung in der Schule

Unterricht

Eigenarbeit

3 : 1



Arbeitsverteilung an der Universität

Verantwortung

- Rahmenbedingungen: Lehrende
- Lernprozess: Studierende

Lehrveranstaltungen

Eigenarbeit

1 : 2

1:2 Prinzip

Studienerfolg stellt sich ein, wenn zu jeder Stunde in Lehrveranstaltungen zwei Stunden Eigenarbeit aufgewendet werden.

Beispiele für Eigenarbeit

- Inhalte selbst strukturieren (z.B. Zusammenfassung erstellen)
- Fachgespräche mit Kommilitonen (Arbeitsgruppen bilden)
- Fragen formulieren, stellen, diskutieren, beantworten
- Eigenständig Literatur rezipieren (Lehrbücher, Zeitschriftentexte, ...)
- Mathe-Treff, Tutorien, Sprechstunde, ... besuchen
- Diagnose von Schülerarbeitsprozessen mit dem Video-Tool ViviAn
- aktive Beteiligung an den Übungen
- Prüfungen vorbereiten

Didaktik der Geometrie (Sekundarstufe)

1. Ziele und Inhalte
2. Begriffsbildung
3. Konstruieren
4. Argumentieren und Beweisen
5. Problemlösen
6. Entdeckendes Lernen

1

Didaktik der Geometrie (Sekundarstufe)

Ziele und Inhalte

Kapitel 1: Ziele und Inhalte

- 1.1 Was ist Geometrie? ↪
- 1.2 Warum Geometrieunterricht? ↪
- 1.3 Raumvorstellung / räumliches Denken ↪
- 1.4 Bearbeitungsstrategien für
Raumvorstellungsaufgaben ↪
- 1.5 Kopfgeometrie ↪
- 1.6 Aspekte und Ziele des
Geometrieunterrichts ↪
- 1.7 Inhalte des Geometrieunterrichts ↪

Kapitel 1: Ziele und Inhalte

1.1 Was ist Geometrie?

1.2 Warum Geometrieunterricht?

1.3 Raumvorstellung / räumliches Denken

1.4 Bearbeitungsstrategien für
Raumvorstellungsaufgaben

1.5 Kopfgeometrie

1.6 Aspekte und Ziele des
Geometrieunterrichts

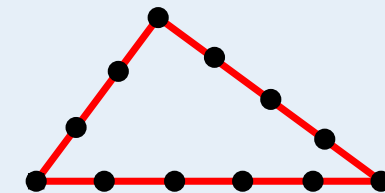
1.7 Inhalte des Geometrieunterrichts

Geometrie ist ...

- die Wissenschaft vom uns umgebenden Raum.
- das älteste mathematische Teilgebiet.
 - Über viele Jahrhunderte hinweg bestand die Mathematik im Wesentlichen aus Geometrie.

Ägypter & Babylonier (ab 3000 v. Chr.):

- Geometrie ist eine Naturwissenschaft.
- Man fragte nicht nach logischer Ableitbarkeit, sondern nach Übereinstimmung mit der Realität.
- Man „wusste“ zum Beispiel, wie man rechte Winkel konstruieren konnte, und das reichte.



Geometrie als erste (deduktive) Wissenschaft

Alte Griechen (ab 500 v. Chr.)

- Man kann durch reines Denken Erkenntnisse erzielen!
- Denken folgt gewissen Regeln, den Gesetzen der Logik.

Elemente des Euklid

- Streng deduktiv aufgebaut.
- Unterscheidung: Grundbegriffe ↔ definierte Begriffe
- Ausgehend von wenigen Grundsätzen (Axiomen) werden durch logisches Schließen alle Folgesätze bewiesen.

„More geometrico“

- Im Mittelalter in allen universitären Disziplinen Ausdruck für streng logisch aufgebaute („wissenschaftliche“) Argumentationsketten.

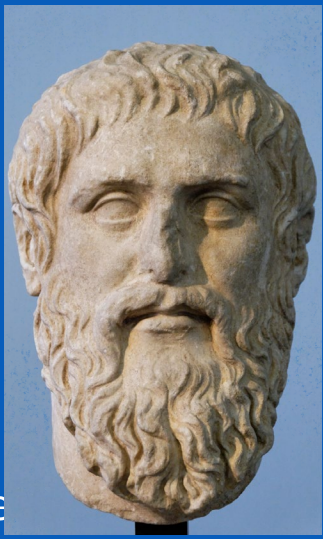


Platon

(427 - 347 v. Chr.)

Es gibt zwei Welten:

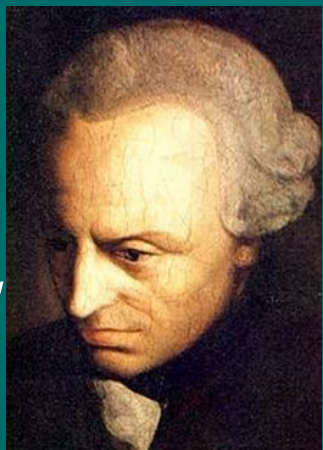
- die Welt der Ideen
(die eigentliche Welt)
und
- die Welt der Erscheinungen
(nur ein Schatten der idealen Welt)



Immanuel Kant

(1724 - 1804)

- Geometrie ist ein Produkt
unseres Verstandes:
„synthetische Urteile a priori“



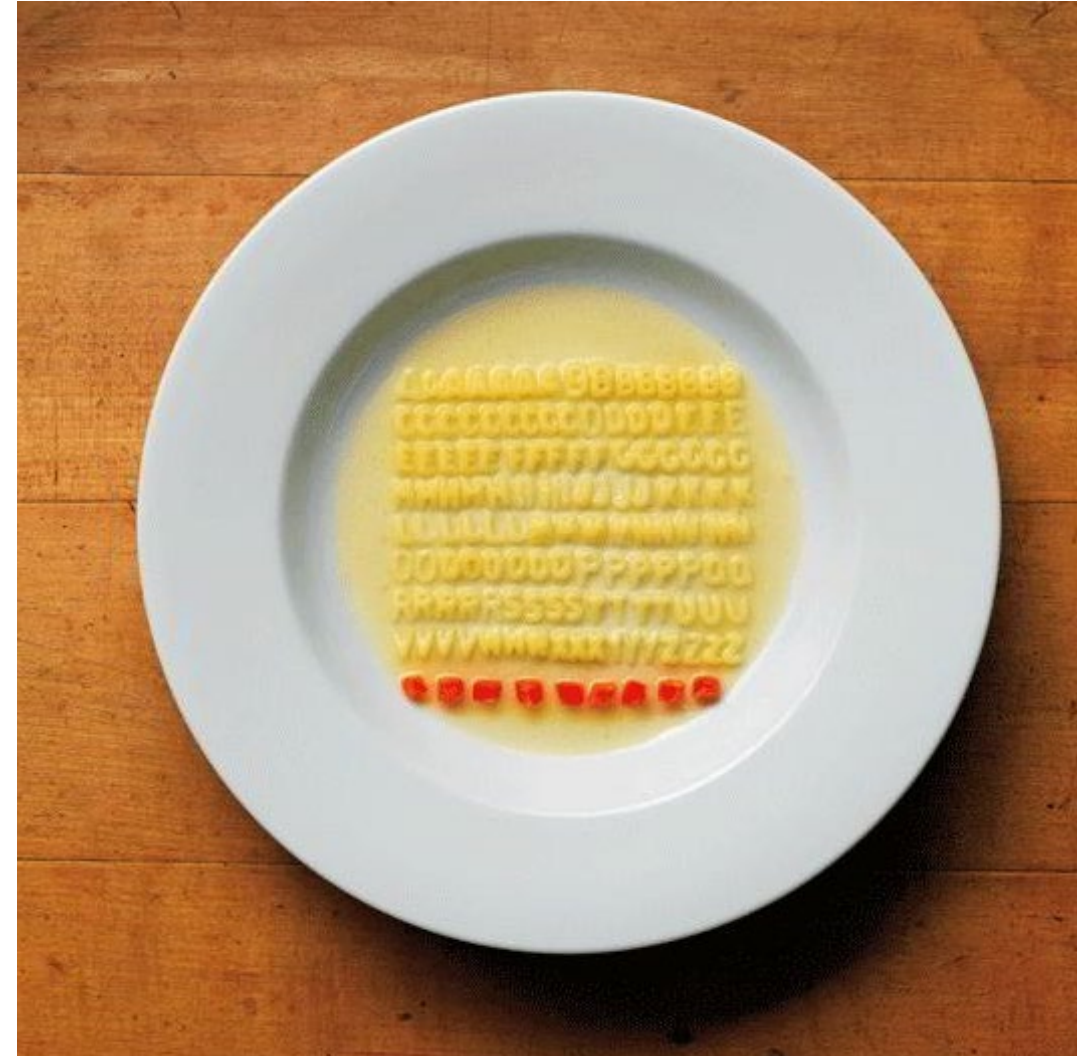
David Hilbert

(1862 - 1943)

- Es werden nicht
Objekte definiert
(z. B. wird nicht erklärt
was ein Punkt ist!),
sondern nur die
Spielregeln fest-
gelegt, also wie
mit den Objekten
umzugehen ist.
- „Man muss jederzeit
an Stelle von ‚Punkte,
Geraden, Ebenen‘
,Tische, Stühle, Bier-
seidel‘ sagen können.“



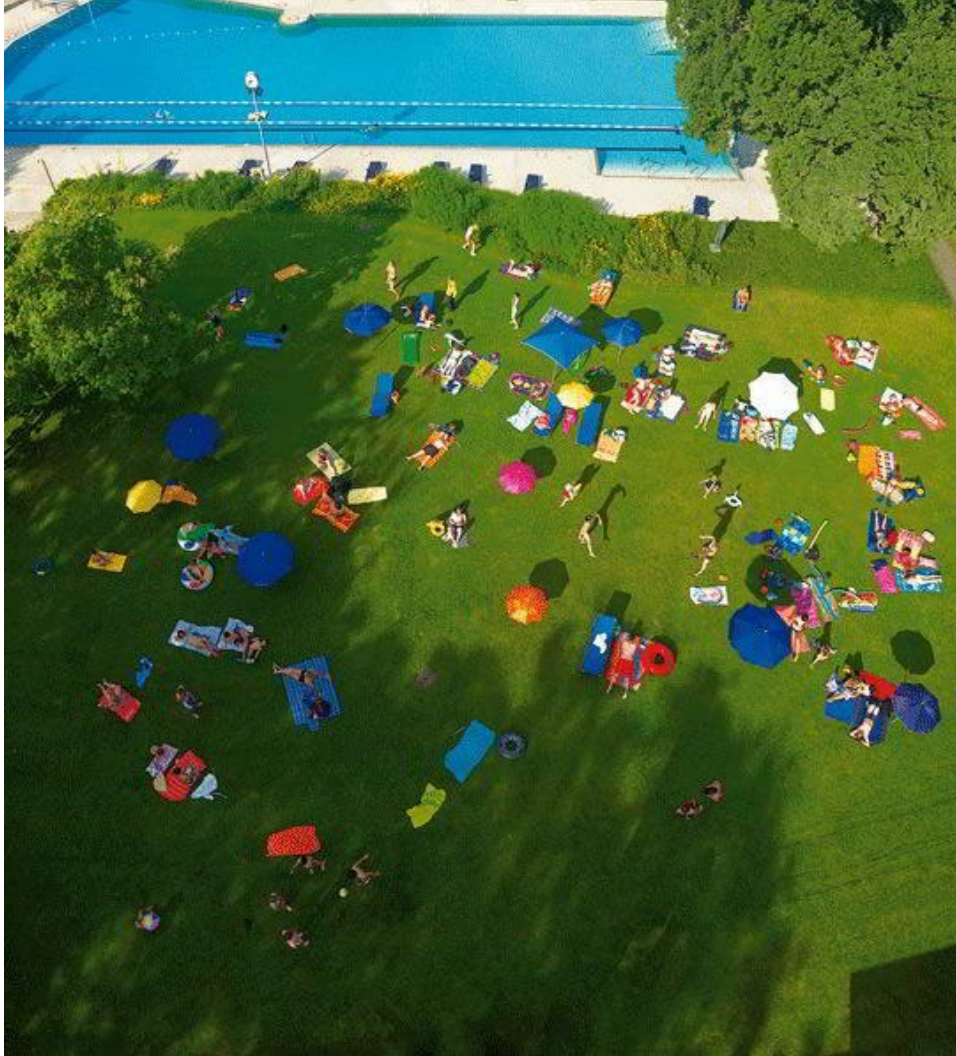
Mathematik: Strukturierung oder die Kunst aufzuräumen



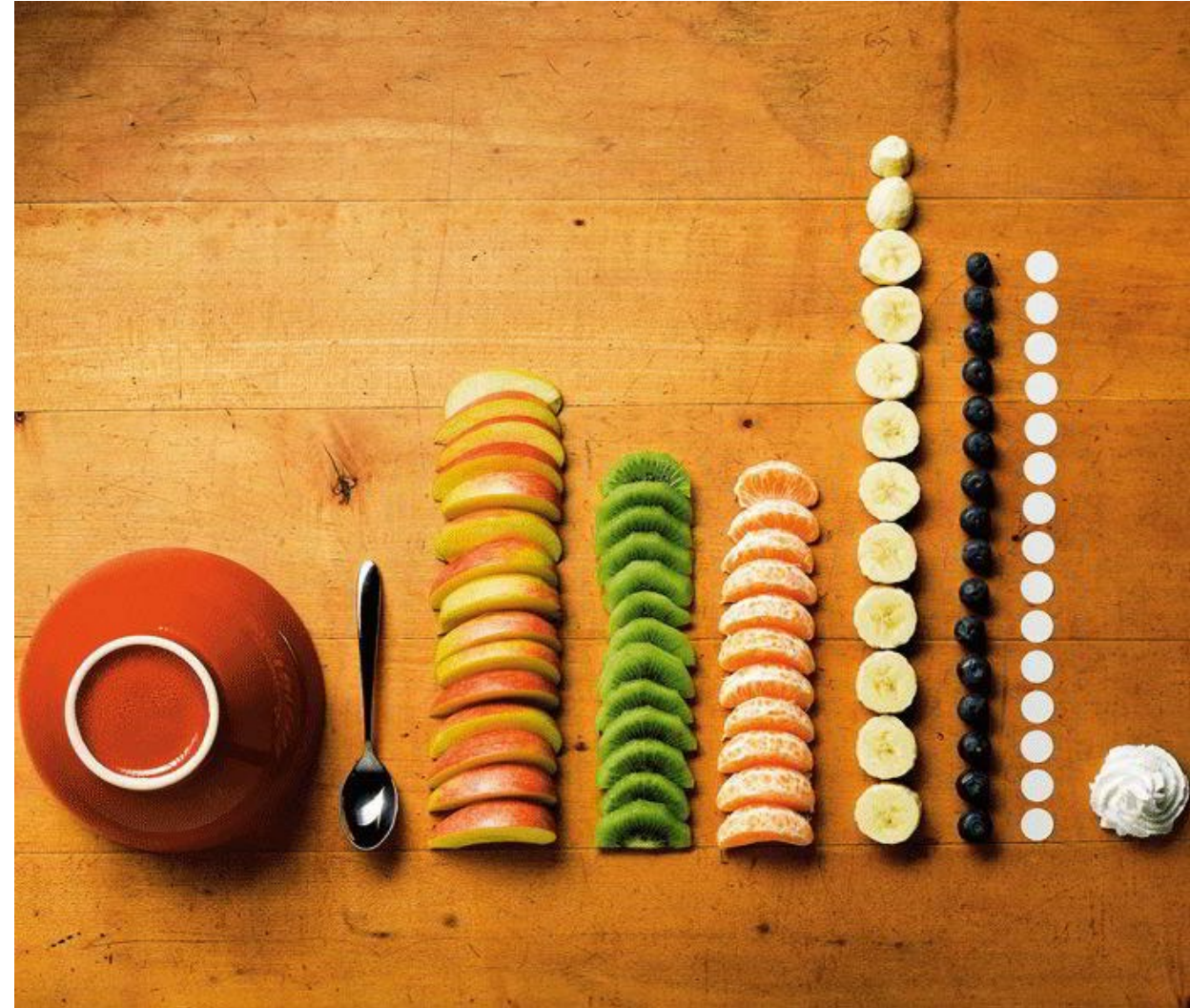
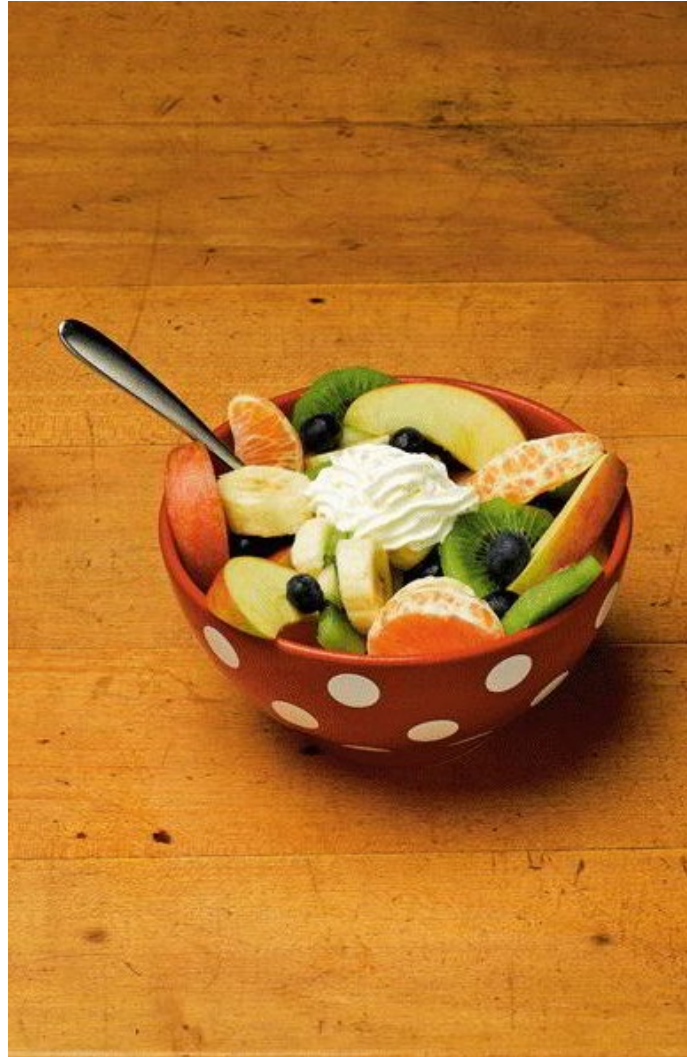
Mathematik: Strukturierung oder die Kunst aufzuräumen



Mathematik: Strukturierung oder die Kunst aufzuräumen



Mathematik: Strukturierung oder die Kunst aufzuräumen



Mathematik: Strukturierung oder die Kunst aufzuräumen



Mathematik: Strukturierung oder die Kunst aufzuräumen



Kapitel 1: Ziele und Inhalte

1.1 Was ist Geometrie?

1.2 Warum Geometrieunterricht?

1.3 Raumvorstellung / räumliches Denken

1.4 Bearbeitungsstrategien für
Raumvorstellungsaufgaben

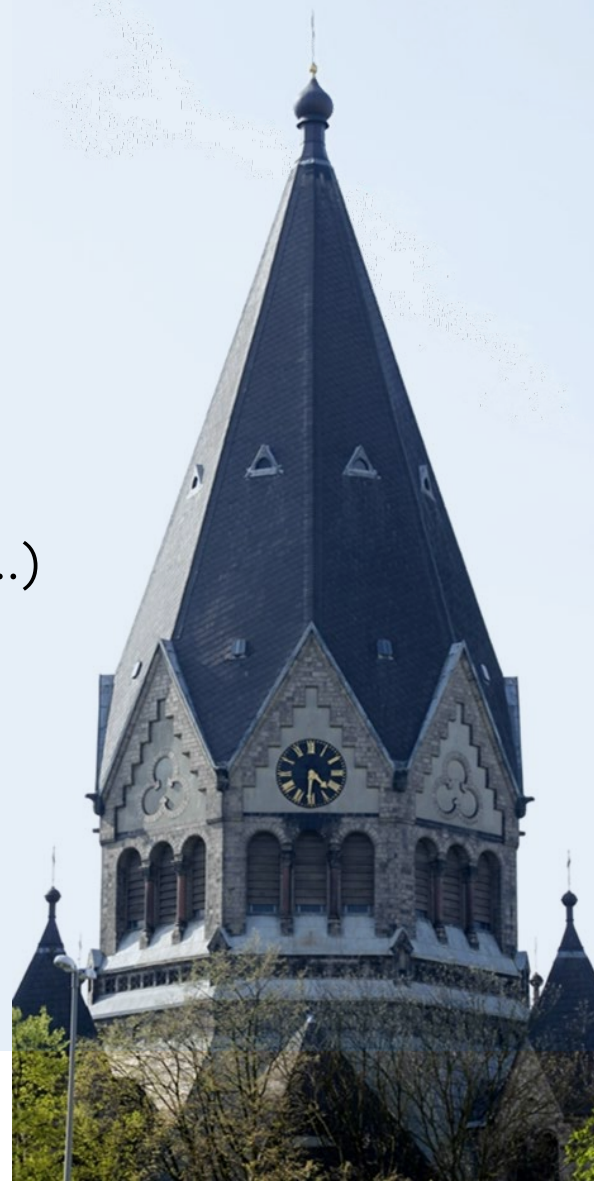
1.5 Kopfgeometrie

1.6 Aspekte und Ziele des
Geometrieunterrichts

1.7 Inhalte des Geometrieunterrichts

Lebensvorbereitung

- Alltag
 - Figuren und Körper benennen und charakterisieren
 - lesen von Landkarten
 - praktischen Tätigkeiten (Tapezieren, Fliesen, Holzbau, ...)
- weiterführende Schulen oder Studiengänge
- Berufsvorbereitung
 - hauptsächlich handwerkliche und technische Berufe

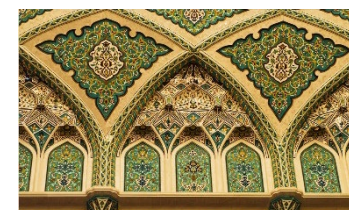
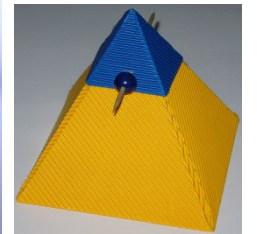
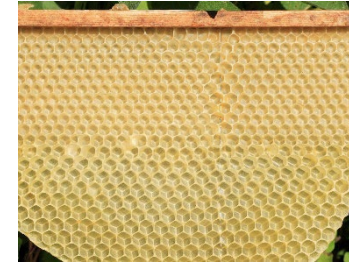


■ Umwelt besser verstehen bzw. mit anderen Augen sehen

- Form von Verpackungen
- Netz eines Fußballs
- Parkettierungen, Ornamente
- Brückenkonstruktion
- Bienenwaben, Kristalle, Schneckenhaus, ...

■ Grundlage anderer Wissenschaften

Geographie, Biologie, Physik, Kristallographie, Astronomie, Architektur, Wirtschaftswissenschaften, Kunst, ...



Aus wie vielen 5- und 6-Ecken besteht die Oberfläche eines Fußballs?



Warum lässt sich ein Fußball nicht nur aus Sechsecken herstellen?

Altes Kulturgut

- Entwickelt sich seit mehreren Jahrtausenden
- Seit der Antike in allen Kulturkreisen betrieben
- Ursprung: Praktische Probleme der Erdvermessung
- Vorreiter für die deduktiv aufgebaute, axiomatisch formulierte Mathematik
- Ästhetische Komponente

Erreichen allgemeiner Lernziele fördern

- Fähigkeit des Argumentierens und begrifflichen Denkens
- Entwickeln von Problemlösefähigkeiten
- Förderung der Raumschauung
- Erwerb psychomotorischer und zeichnerischer Fähigkeiten
- Entfaltung von Kreativität

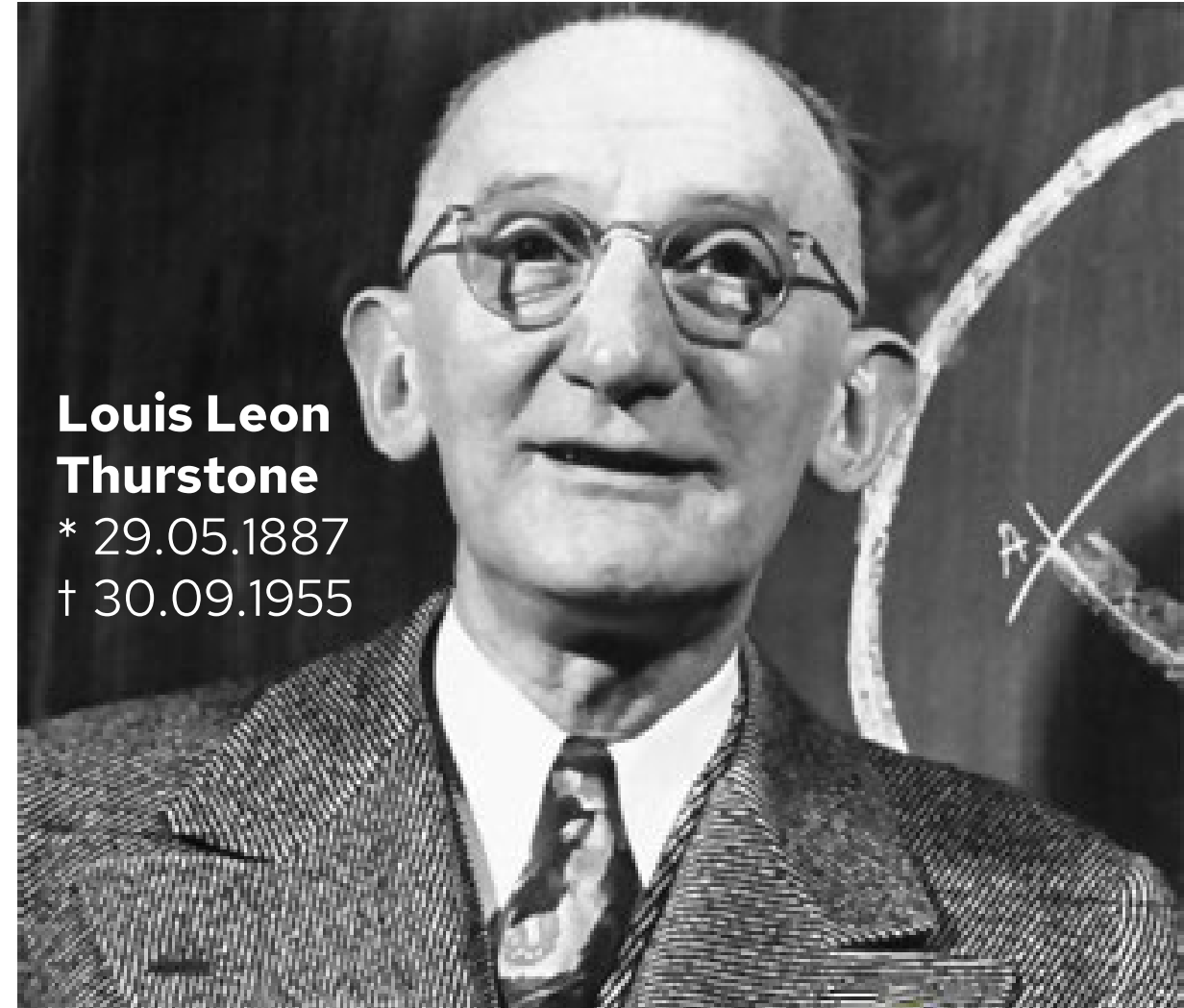


Kapitel 1: Ziele und Inhalte

- 1.1 Was ist Geometrie?
- 1.2 Warum Geometrieunterricht?
- 1.3 Raumvorstellung / räumliches Denken**
- 1.4 Bearbeitungsstrategien für Raumvorstellungsaufgaben
- 1.5 Kopfgeometrie
- 1.6 Aspekte und Ziele des Geometrieunterrichts
- 1.7 Inhalte des Geometrieunterrichts

Es gibt sieben Primärfaktoren der Intelligenz

- Sprachverständnis
(*verbal comprehension*)
- Wortflüssigkeit
(*word fluency*)
- Rechenfertigkeit
(*number facility*)
- Wahrnehmungstempo
(*perceptual speed*)
- *Räumliches Vorstellungsvermögen*
(*spatial visualization*)
- Merkfähigkeit (*associative memory*)
- Logisches Denken (*reasoning*)



Komponenten des Räumlichen Denkens

Art der Denk- vorgänge Standpunkt der Probanden	Dynamische Denkvorgänge Räumliche Relationen am Objekt veränderlich	Statische Denkvorgänge Räumliche Relationen am Objekt unveränderlich; Relation der Person zum Objekt veränderlich
Person befindet sich außerhalb	Veranschaulichung	Räumliche Beziehungen
Person befindet sich innerhalb	Vorstellungsfähigkeit von Rotationen	Räumliche Wahrnehmung
	Räumliche Orientierung	Rechts-Links-Unterscheidung



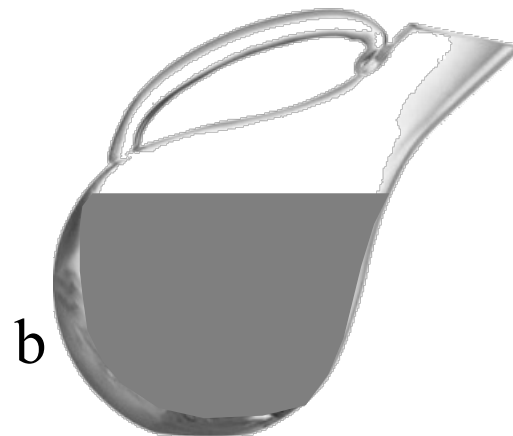
Komponenten des Räumlichen Denkens

Räumliche Wahrnehmung

Räumliche Wahrnehmung

Fähigkeit die Senkrechte und Waagrechte identifizieren, also räumliche Beziehungen in Bezug auf den eigenen Körper erfassen zu können.

■ Beispiel: Wasseroberfläche



Komponenten des Räumlichen Denkens

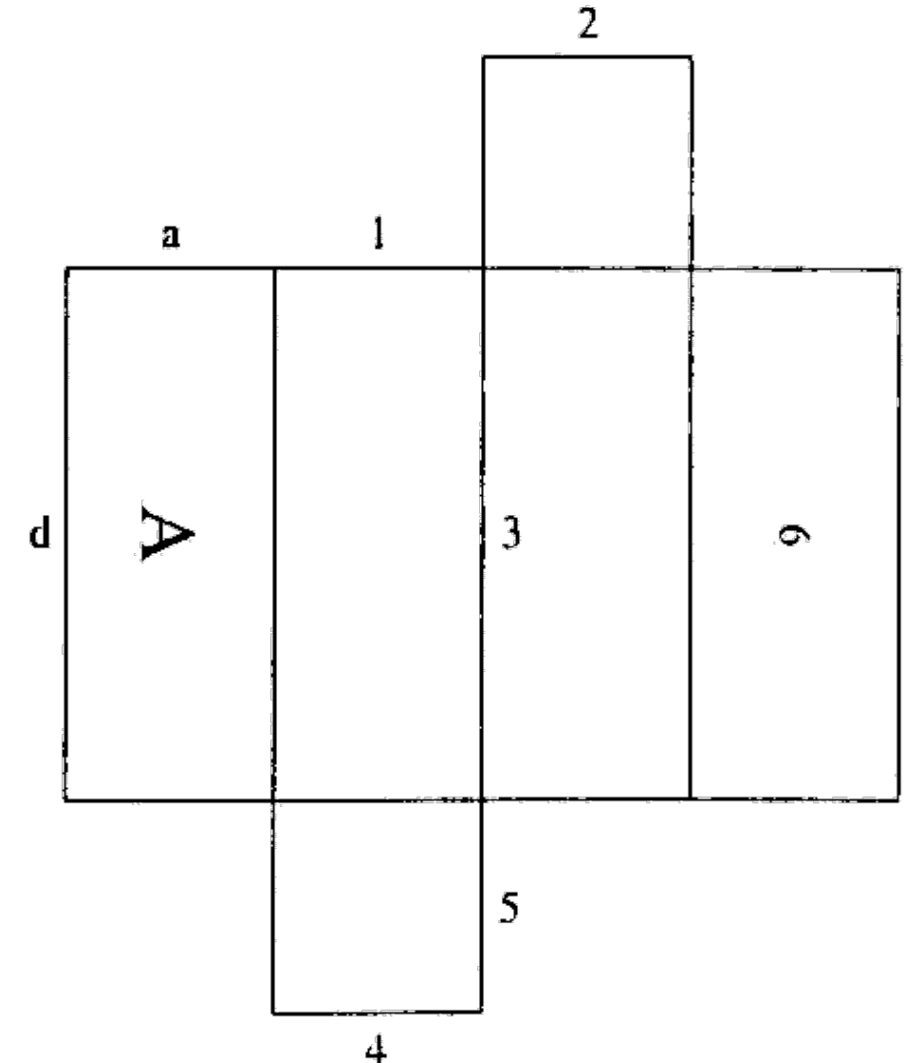
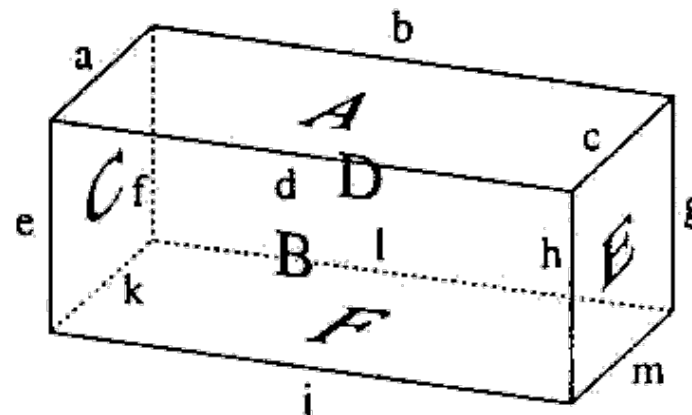
Veranschaulichung (räuml. Visualisierung)

Veranschaulichung (räumliche Visualisierung)

Fähigkeit, sich gedanklich Aktivitäten wie Verschieben, Falten und Schneiden von räumlichen Objekten oder Objektteilen vorstellen zu können.

■ Beispiel:

Welche Buchstaben des Schrägbilds entsprechen den Ziffern im Netz?



Komponenten des Räumlichen Denkens

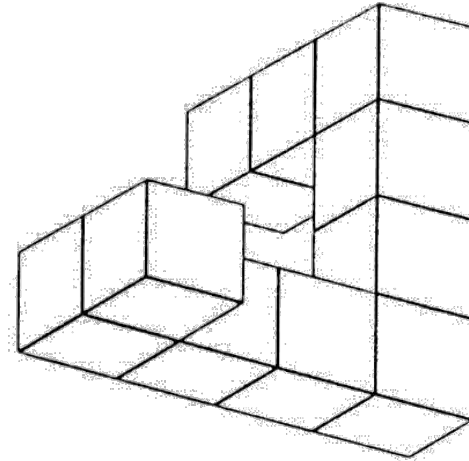
Mentale Rotation

Mentale Rotation

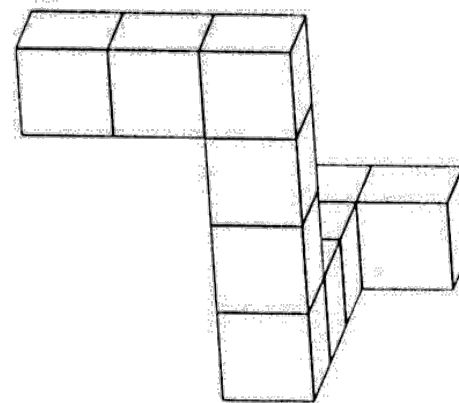
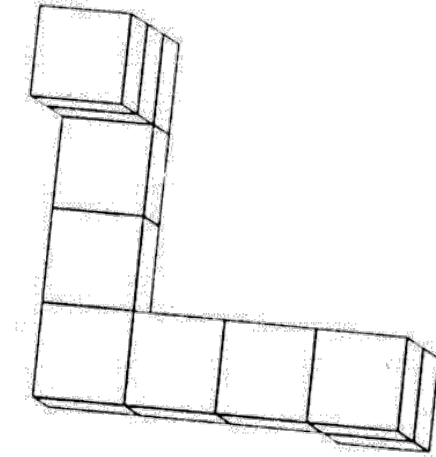
Fähigkeit, sich Rotationen von zwei- oder dreidimensionalen Objekten vorstellen zu können.

■ Beispiel:

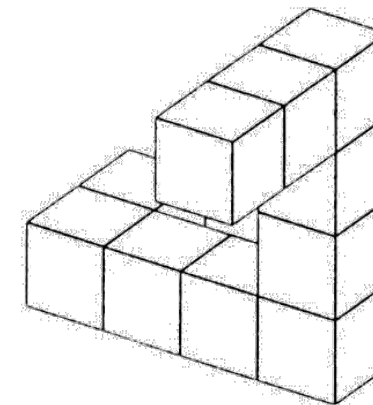
Welche der vier Figuren (a bis d) stimmen mit der oben links überein?



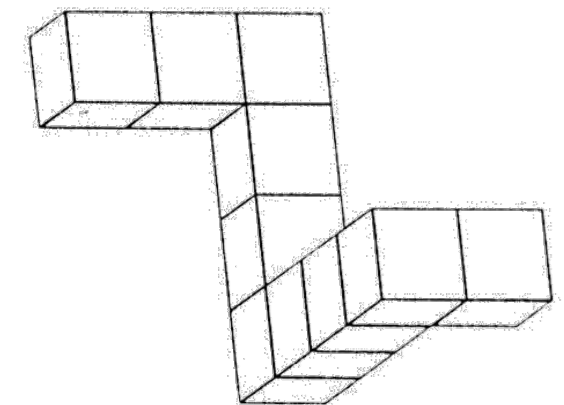
a



b



c



d

Komponenten des Räumlichen Denkens

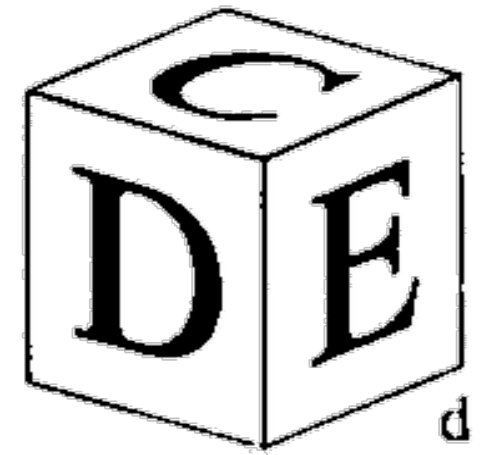
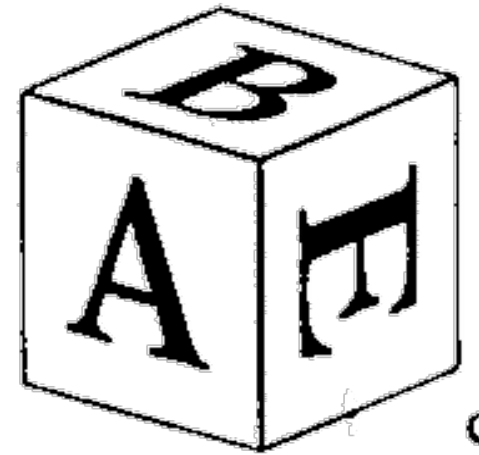
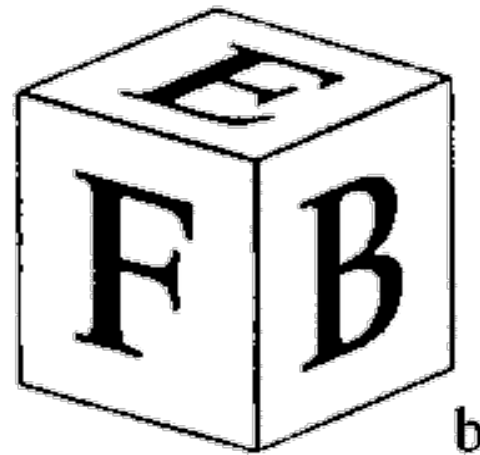
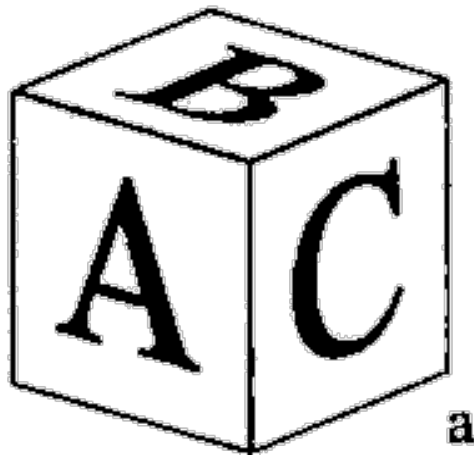
Räumliche Beziehungen

Räumliche Beziehungen

Fähigkeit räumliche Konfigurationen von mehreren Objekten oder Objektteilen zu erfassen.

■ Beispiel:

Drei der vier Schrägbilder zeigen denselben Würfel. Welches Bild zeigt einen anderen?



Komponenten des Räumlichen Denkens

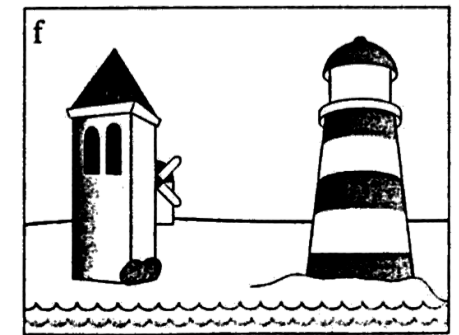
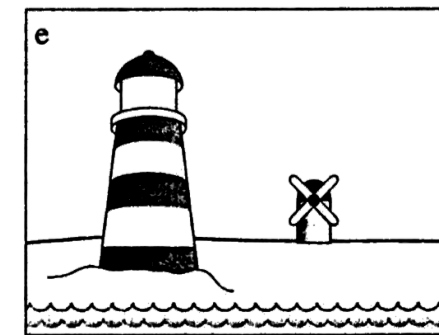
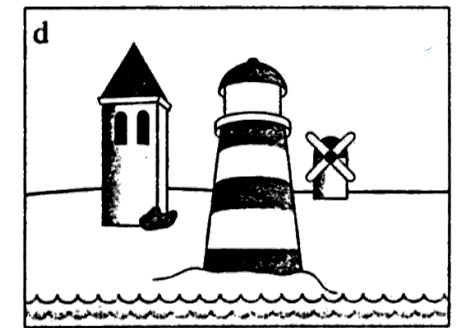
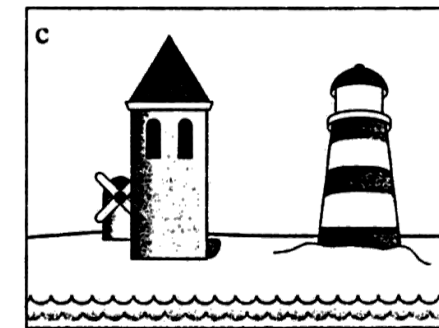
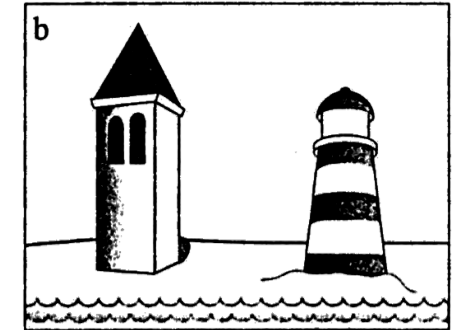
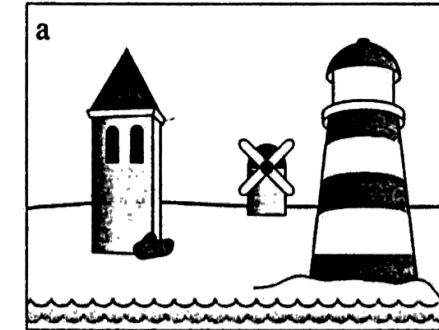
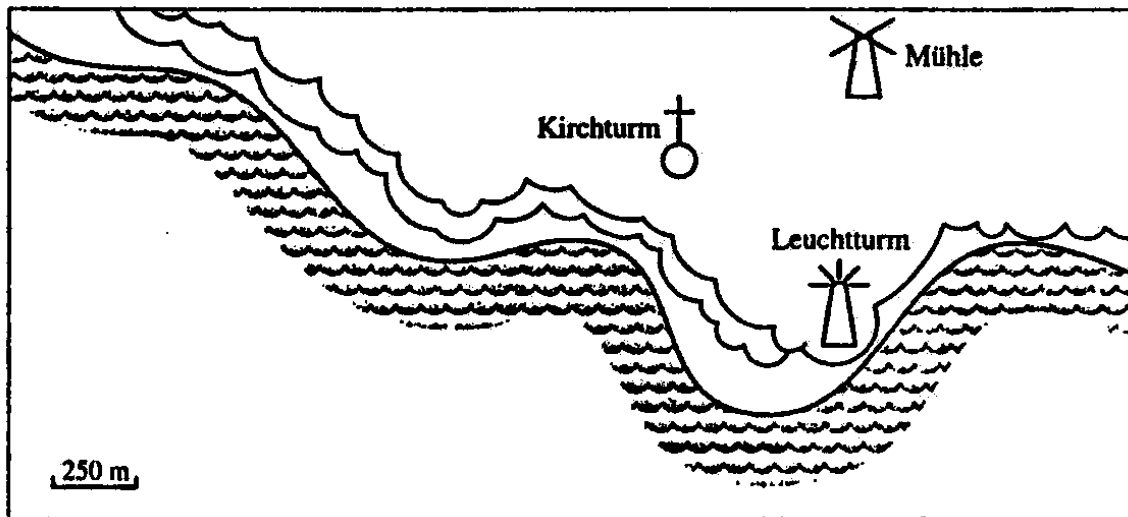
Räumliche Orientierung

Räumliche Orientierung

Fähigkeit, den Standort der eigenen Person, also die Perspektive, unter der etwas betrachtet wird, zu wechseln.

■ Beispiel:

Ein Urlauber ist mit dem Boot von Westen kommend die Küste entlanggefahren. In welcher Reihenfolge hat er die sechs Fotos aufgenommen?

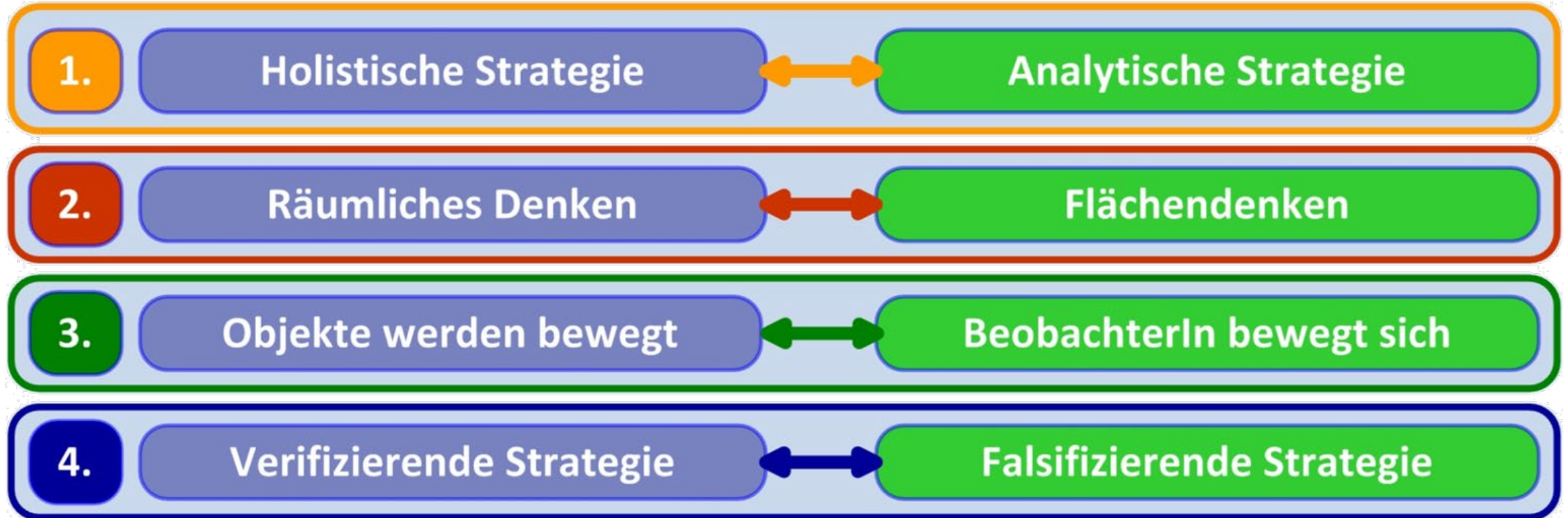


Kapitel 1: Ziele und Inhalte

- 1.1 Was ist Geometrie?
- 1.2 Warum Geometrieunterricht?
- 1.3 Raumvorstellung / räumliches Denken
- 1.4 Bearbeitungsstrategien für Raumvorstellungsaufgaben**
- 1.5 Kopfgeometrie
- 1.6 Aspekte und Ziele des Geometrieunterrichts
- 1.7 Inhalte des Geometrieunterrichts

Strategiepaare zur Lösung von Raumvorstellungsaufgaben

Maresch, G. (2014). Strategien für die Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben.



Holistische Strategie ↔ Analytische Strategie

Maresch, G. (2014). Strategien für die Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben.

1.

Holistische Strategie



Analytische Strategie

Das in der Literatur am häufigsten identifizierte Strategiepaar.

1.

Holistische (ganzheitliche) Strategie

Bei holistischer Strategieverwendung wird die gesamte Szene/die gesamte visuelle Information mental erzeugt und danach geometrisch manipuliert, wobei räumliche Beziehungen zwischen Objekten beachtet werden. Je besser das Raumvorstellungsvermögen von Personen ist und je einfacher die Aufgabe ist, desto eher wird die holistische Strategie angewendet. Holistische Strategieverwendung benötigt im Vergleich zu analytischer weniger Zeit, dafür aber größere mentale Anstrengung.

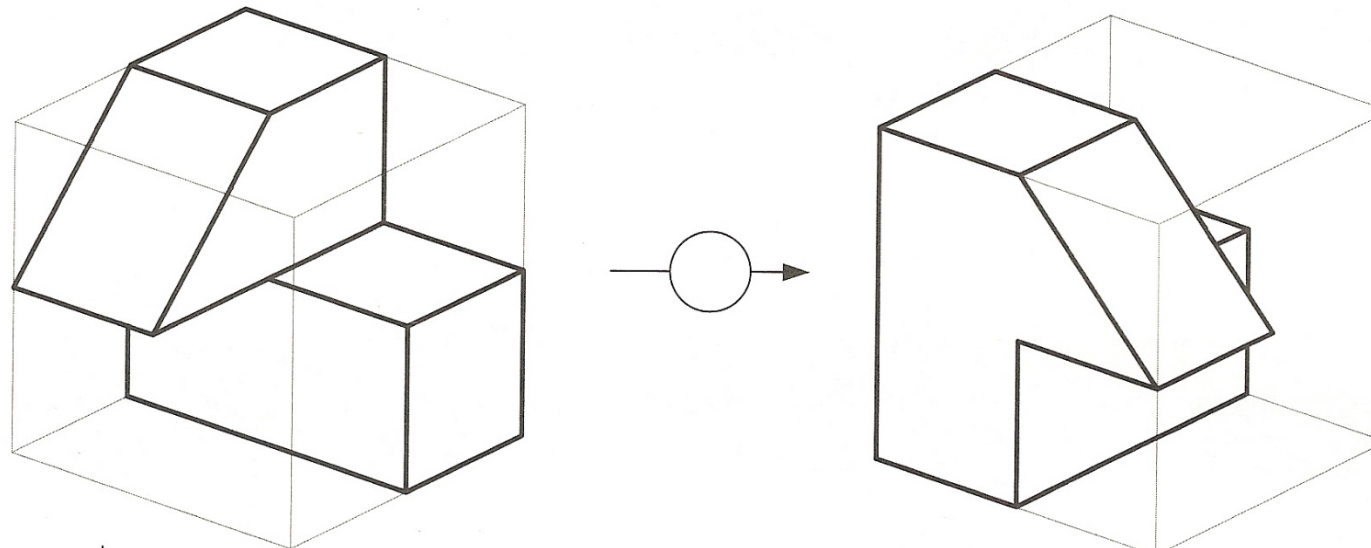
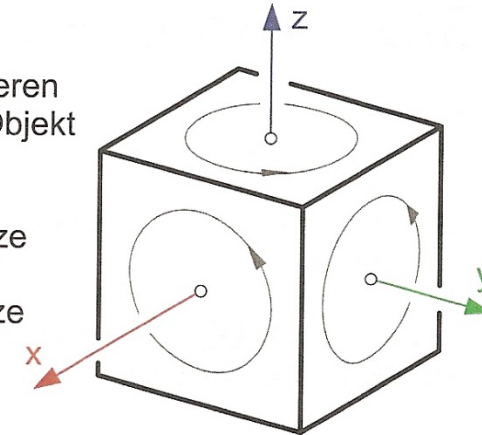
Analytische Strategie

Bei analytischem Vorgehen fokussieren sich Personen entweder auf Einzelteile der gesamten Szene bzw. von geometrischen Objekten und vergleichen diese mit den möglichen Lösungen oder setzen analytisch-verbales Beschreiben oder logisch-schlussfolgerndes Denken ein.

Wie muss gedreht werden?

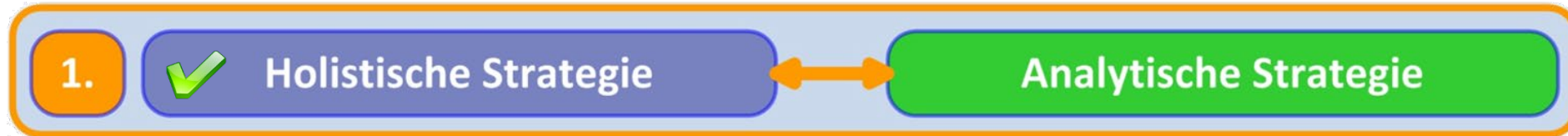
Von einem einfachen Objekt sind verschiedene Lagen vorgegeben. In die leeren Kreise ist einzusetzen, um welche Koordinatenachse (x oder y oder z) das Objekt um 90° zu drehen ist, damit es in die neue Position gelangt.

Erfolgt die Drehung gegen den Uhrzeigersinn (also „in Pfeilrichtung“), so setze ein „+“ vor die Bezeichnung der Koordinatenachse.
Erfolgt die Drehung im Uhrzeigersinn (also „gegen die Pfeilrichtung“), so setze ein „-“ vor die Bezeichnung der Koordinatenachse.

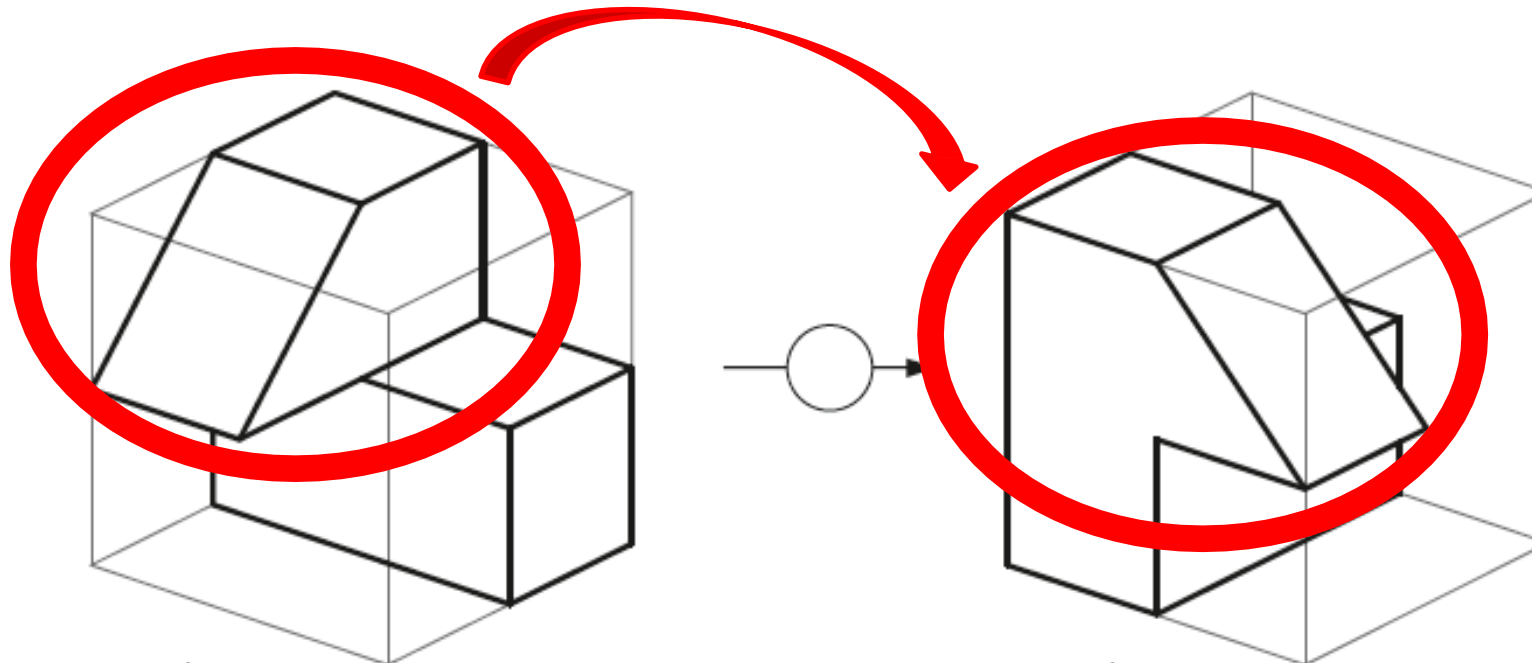


Holistische Strategie ↔ Analytische Strategie

Maresch, G. (2014). Strategien für die Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben.

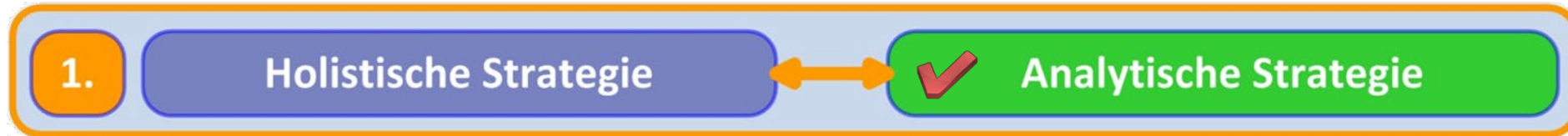


Wie muss gedreht werden?

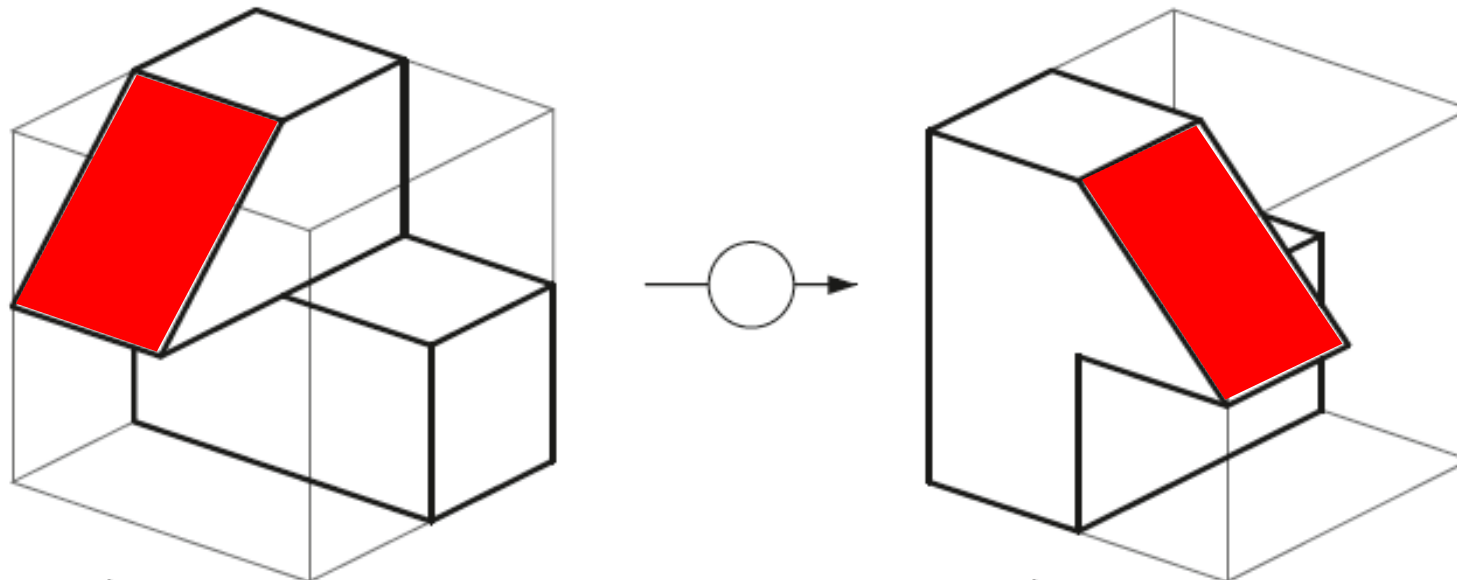


Holistische Strategie ↔ Analytische Strategie

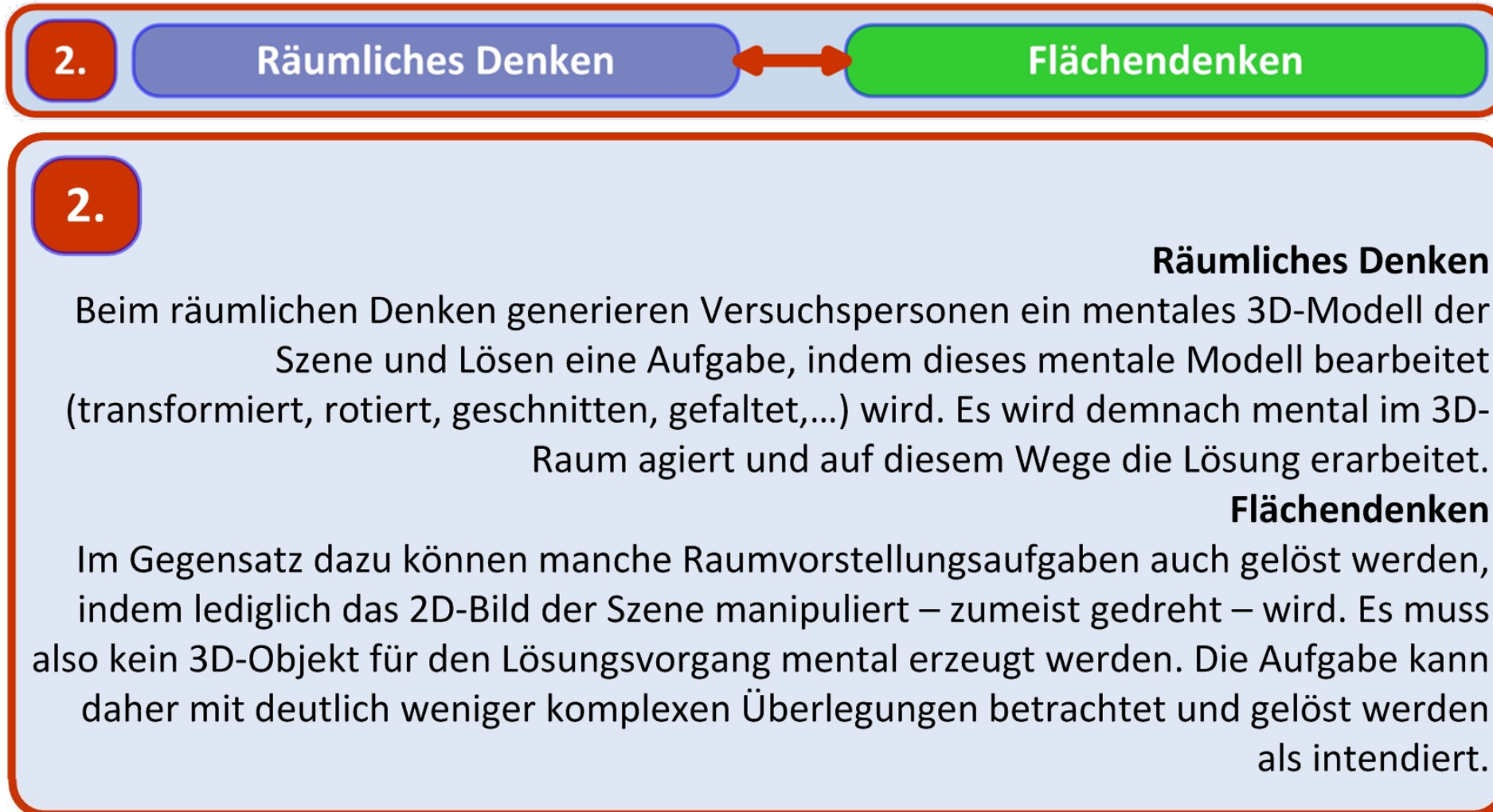
Maresch, G. (2014). Strategien für die Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben.



Wie muss gedreht werden?

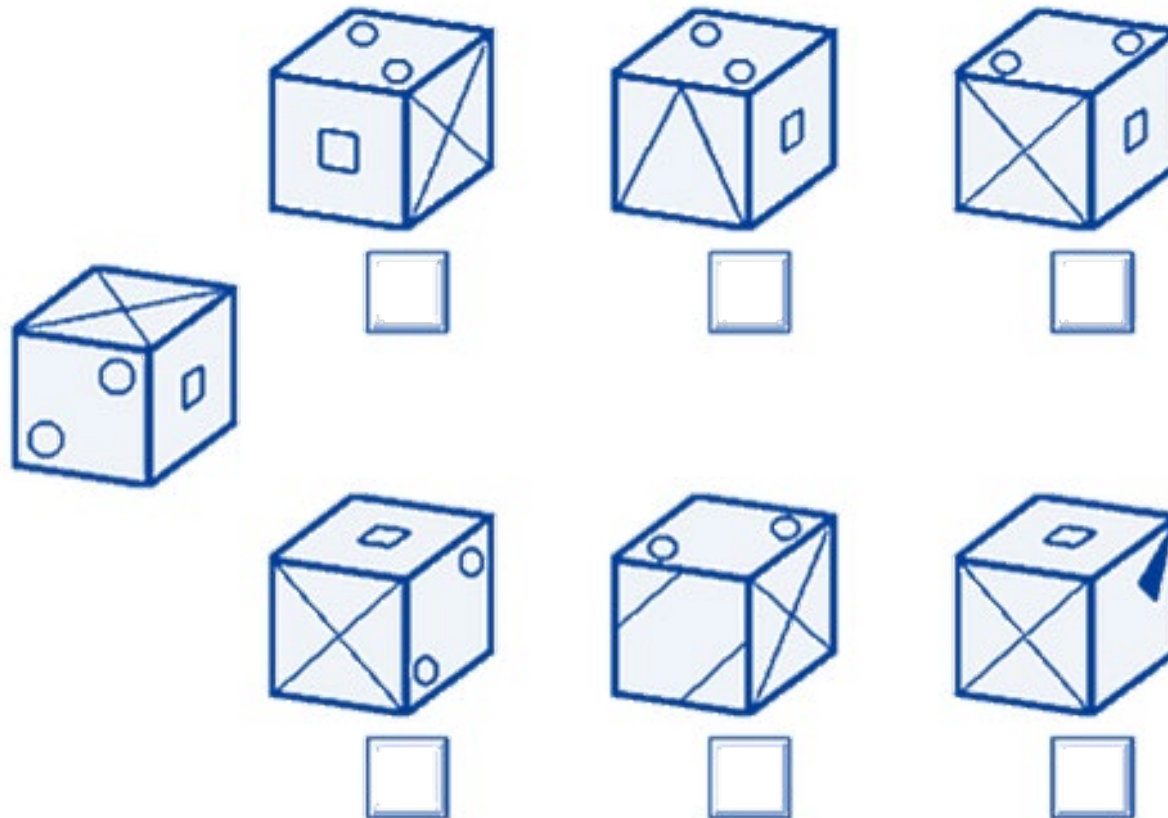
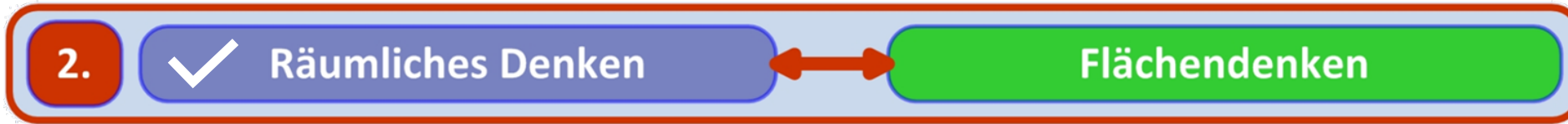


Maresch, G. (2014). Strategien für die Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben.

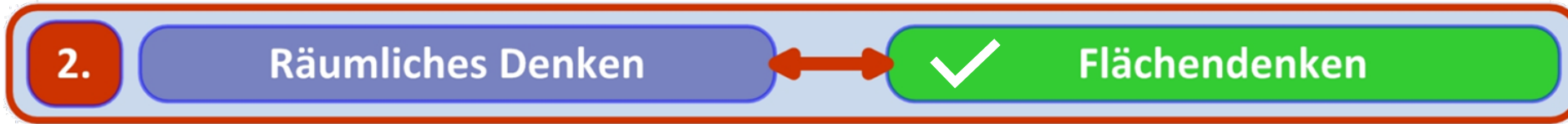



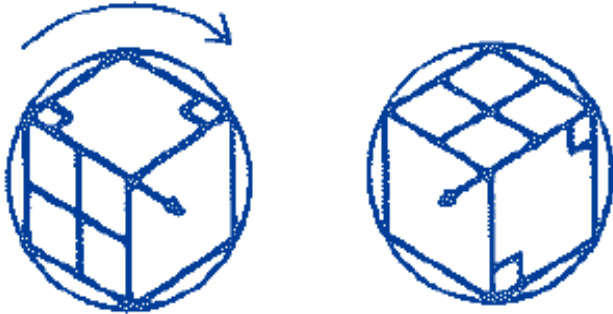

Räumliches Denken ↔ Flächendenken

Maresch, G. (2014). Strategien für die Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben.



Räumliches Denken ↔ Flächendenken



	Vorgabe- würfel	„flächige Repräsentation“ und Rotation	Lösungs- würfel
Item Nr. 3 LS2			

Objekte werden bewegt ↔ Beobachter/in bewegt sich

Maresch, G. (2014). Strategien für die Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben.

3.

Objekte werden bewegt



BeobachterIn bewegt sich

3.

Für das dritte Strategiepaar ist der Standpunkt des Probanden das relevante Entscheidungskriterium.

Objekte werden bewegt (move object) – BeobachterIn bewegt sich (move self)

Personen können sich bei der Lösung einer Raumvorstellungsaufgabe entweder als BetrachterIn außer der Szene mental positionieren und die einzelnen Objekte bewegen (move object) oder können sich in die Szene versetzen und sich mental darin selbst bewegen (move self). Untersuchungen zeigen, dass spezielle Aufgabentypen die beiden möglichen verschiedenen Standpunkte der Personen als unterschiedlich effizient ausweisen.

Objekte werden bewegt ↔ Beobachter/in bewegt sich

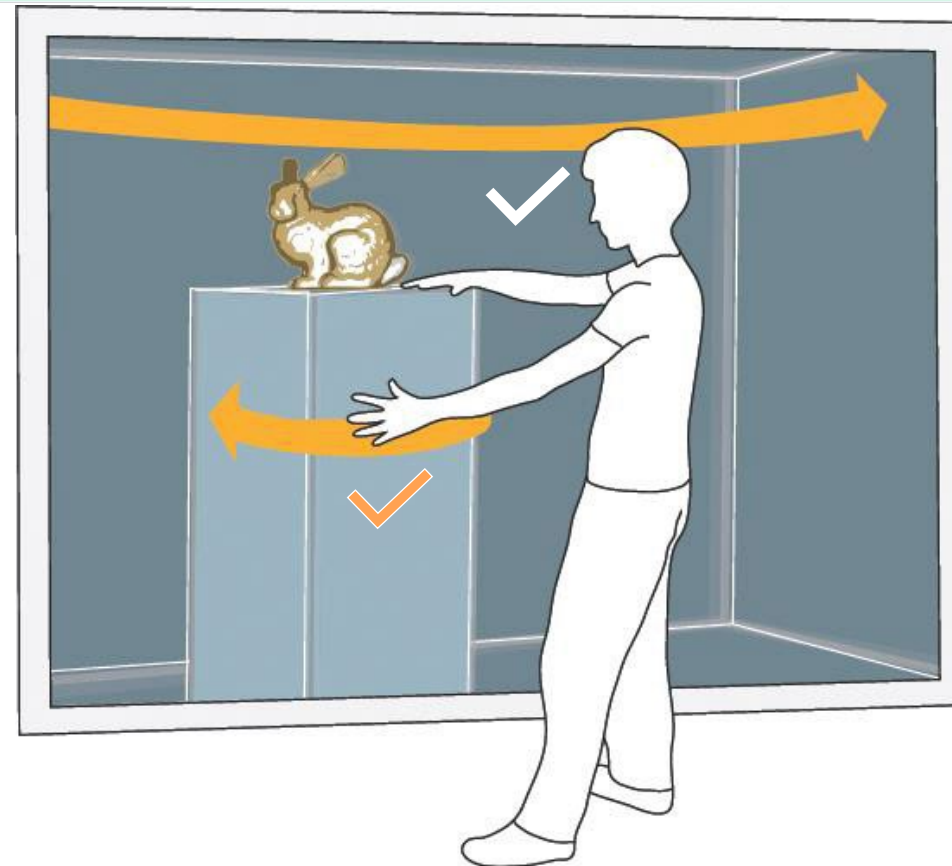
Maresch, G. (2014). Strategien für die Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben.

3.

✓ Objekte werden bewegt



✓ BeobachterIn bewegt sich



Objekte werden bewegt ↔ Beobachter/in bewegt sich

3.

Objekte werden bewegt

BeobachterIn bewegt sich



Schlauchfiguren

Das linke Foto zeigt einen durchsichtigen Würfel, in dem sich ein schlauchartiges Objekt befindet, in seiner Ausgangsstellung „von vorne“. Die anderen Fotos zeigen andere Ansichten.

Gib bei jedem Foto an, von welcher Seite der Ausgangsstellung es aufgenommen wurde. Möglich sind: Von rechts (**R**), von links (**L**), von oben (**O**), von unten (**U**) und von hinten (**H**).



R L O U H



R L O U H



R L O U H

Verifizierende Strategie ↔ Falsifizierende Strategie

Maresch, G. (2014). Strategien für die Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben.

4.

Verifizierende Strategie



Falsifizierende Strategie

4.

Personen können generell beim Lösungsfindungsprozess verifizierend oder falsifizierend vorgehen.

Verifizierende Strategie

Verifizierend meint in diesem Zusammenhang, dass die Personen direkt auf die richtige Lösungsmöglichkeit zusteuern und die richtige Lösung aktiv suchen.

Falsifizierende Strategie

Im Gegensatz dazu können Personen aber auch mit dem ausschließenden Verfahren arbeiten und somit alle falschen Lösungsmöglichkeiten identifizieren und diese Schritt für Schritt ausschließen. Diese falsifizierende Strategie soll letztlich die richtige Lösung als die letzte noch nicht ausgeschiedene Antwortmöglichkeit selektieren.

Verifizierende Strategie ↔ Falsifizierende Strategie

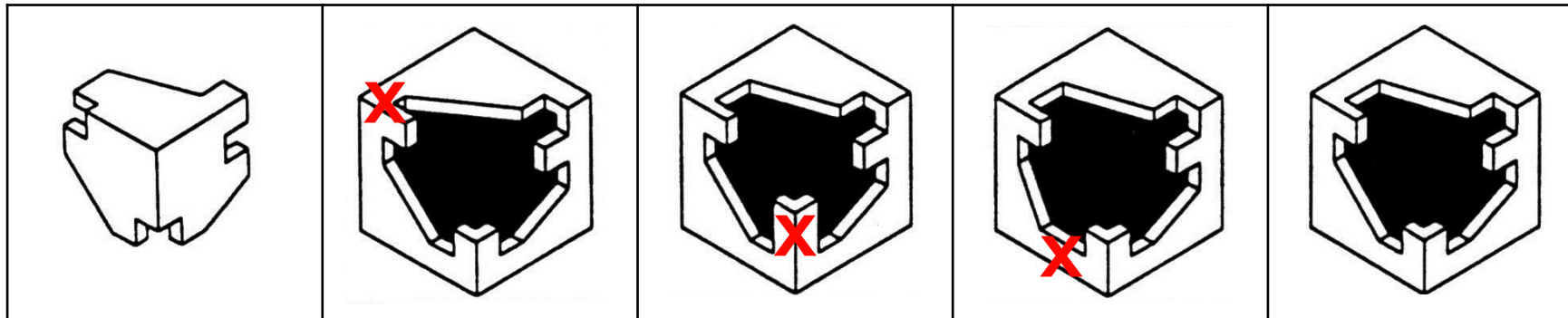
Maier, H.P. (1994): Räumliches Vorstellungsvermögen: Komponenten, geschlechtsspezifische Differenzen, Relevanz, Entwicklung und Realisierung in der Realschule. Europäische Hochschulschriften: Reihe 6, Psychologie, Band 493

4.

Verifizierende Strategie



Falsifizierende Strategie



Kapitel 1: Ziele und Inhalte

- 1.1 Was ist Geometrie?
- 1.2 Warum Geometrieunterricht?
- 1.3 Raumvorstellung / räumliches Denken
- 1.4 Bearbeitungsstrategien für Raumvorstellungsaufgaben
- 1.5 Kopfgeometrie**
- 1.6 Aspekte und Ziele des Geometrieunterrichts
- 1.7 Inhalte des Geometrieunterrichts



■ Hilfsmittelfreie Geometrie

- Kommt ohne gegenständliche Modelle oder Bilder aus

■ „Handwerkszeug“

- Vorstellungen und Wissen über geometrische Objekte

■ Aufgabenstellung

- mündlich oder schriftlich (evtl. auch bildhaft oder handelnd)

■ Aufgabenlösung

- nur im Kopf (ohne Papier & Bleistift, Computer, ...)

■ Ergebnispräsentation

- mündlich oder schriftlich (evtl. auch bildhaft oder handelnd)

Kopfgeometrie

↔ **Kopfrechnen**



■ Kopfrechnen und Kopfgeometrie

- unterscheiden sich wesentlich voneinander

■ Kopfrechnen

- An elementaren Aufgaben werden Algorithmen abgearbeitet und automatisiert.

■ Kopfgeometrie (KG)

- Geometrisches Problemlösen im Kopf
- Notwendige Fähigkeiten (werden durch KG auch trainiert)
 - sich geometrische Gebilde vorstellen können
 - Lage, Größe und Form variieren und kombinieren können
 - (geometrisches) Wissen kombinieren und anwenden können
 - über Begriffsverständnis verfügen

Kopfgeometrie besteht aus drei Phasen

1. Phase: Aufgabenstellung

- Sprache oder Text
- Sprache + Gestik
- Sprache + Bild bzw. Modell

2. Phase: Räumliches Vorstellen, Operieren im Kopf

- Ohne Hilfsmittel

3. Phase: Ergebnispräsentation

- Sprache (oder Text)
- Sprache + Gestik
- Sprache + Bild bzw. Modell

Abhängig von den in der 1. und 3. Phase erlaubten (Hilfs-) Mitteln ergibt sich eine Abstufung der Schwierigkeit.



PIAGET (1971)

- Denken basiert auf verinnerlichte Handlungen.

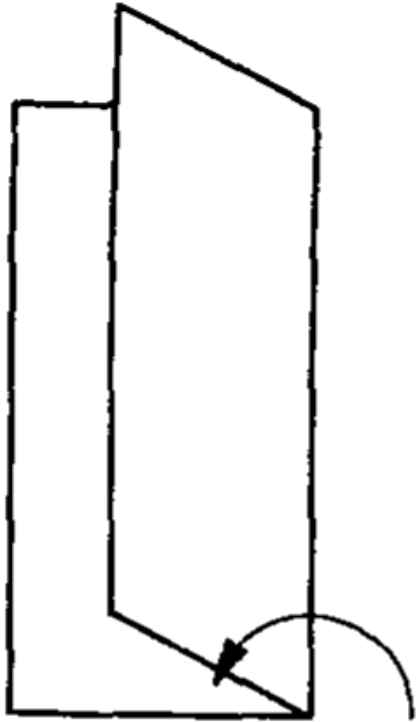
Empirische Untersuchungen belegen:

- experimentelles Arbeiten mit Modellen ist wichtig für die Entwicklung der Raumvorstellung.
- Durch sinnliche Wahrnehmungen entstehen Vorstellungsbilder, die mental verfügbar sind und gedanklich verändert werden können.
- Ausbildung und Stärkung der räumlichen Vorstellung durch operative Aktivitäten (z. B. Arbeiten mit Materialien, Anfertigen von Zeichnungen, ...)

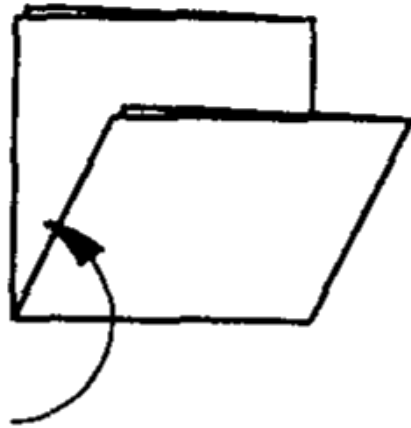
Bei Vorstellungsproblemen:

- Zurückgreifen auf das Handeln mit Materialien.

Beispiel: Papierfalten (im Kopf)



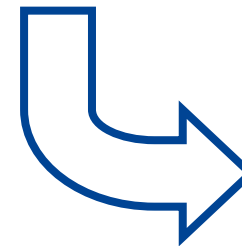
Quadrat
falten



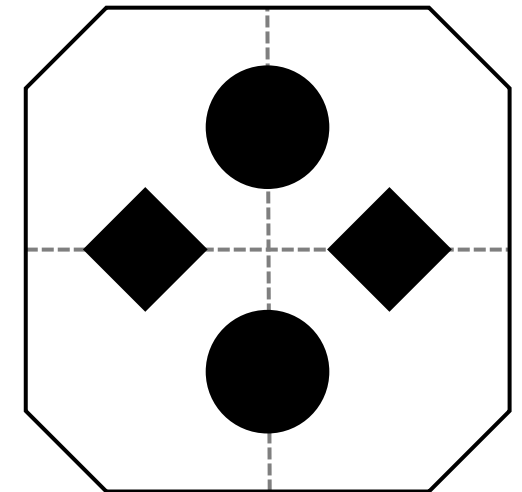
falten



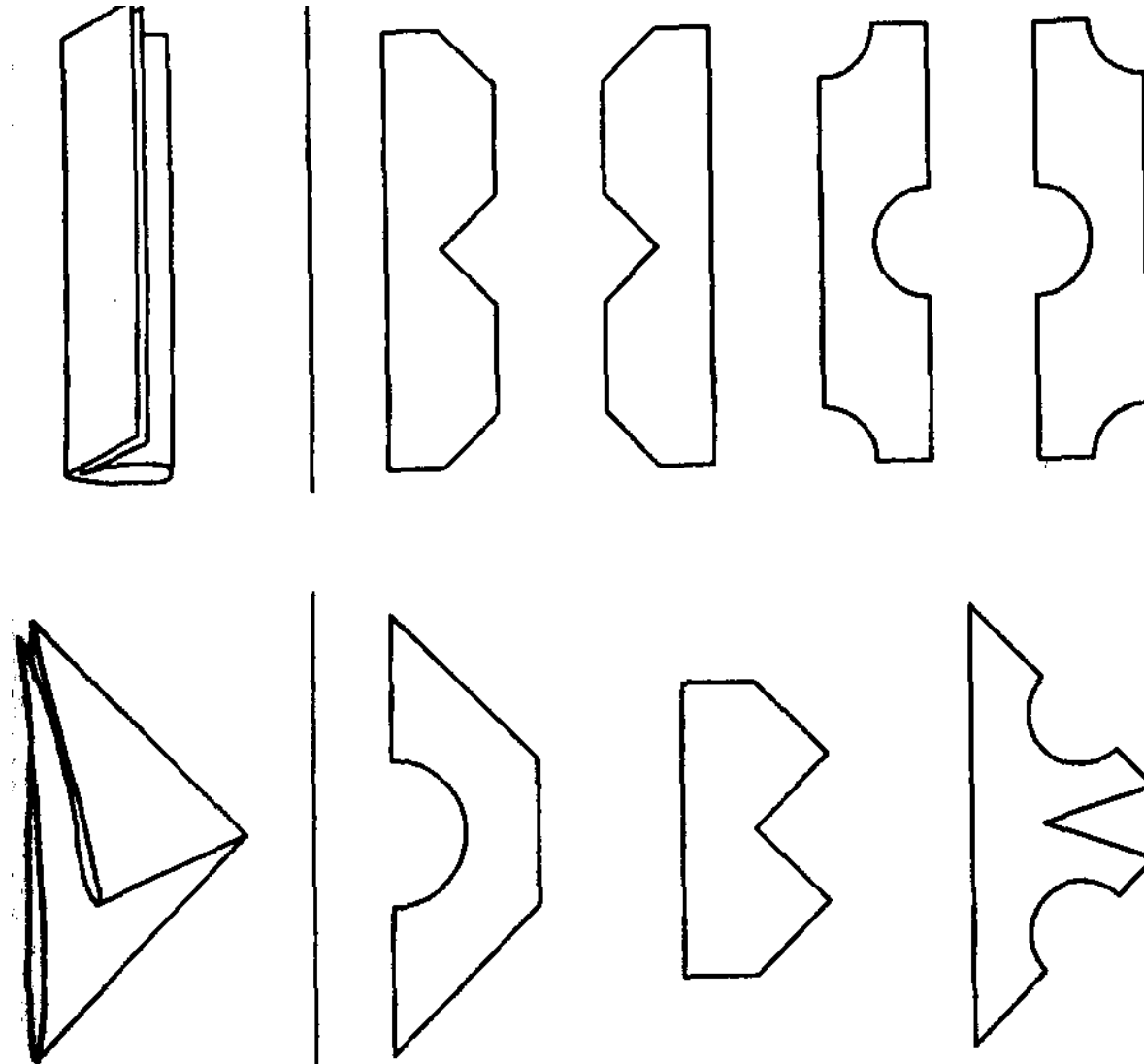
einschneiden



Wie sieht das
aufgefaltete Papier nun
aus?

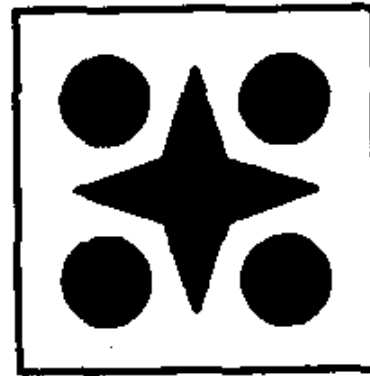
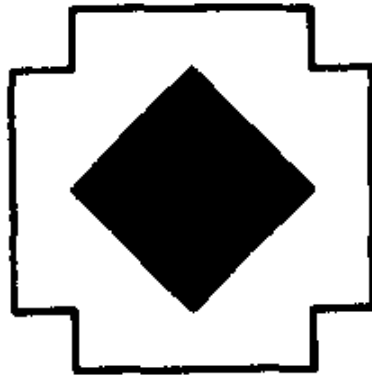
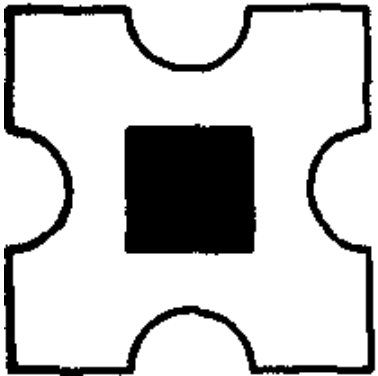
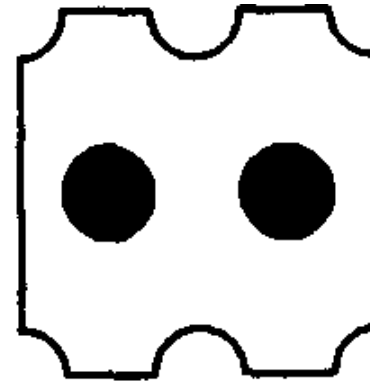
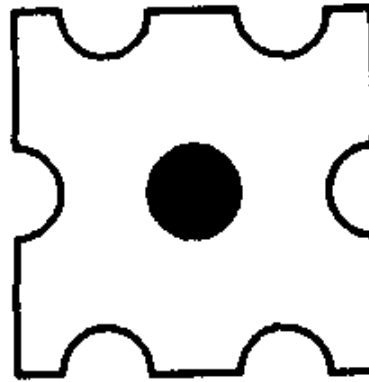
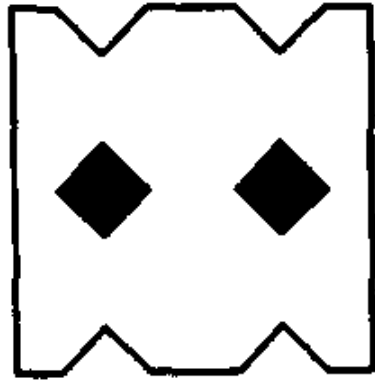
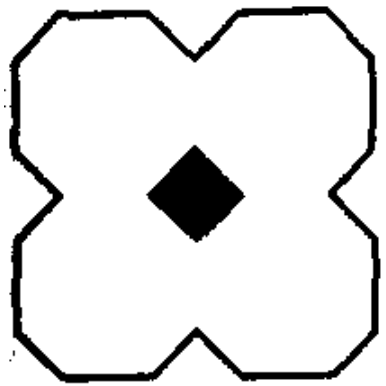


Beispiel: Papierfalten (im Kopf)



Wie sieht das aufgefaltete Papier jeweils anschließend aus?

Beispiel: Papierfalten (im Kopf)



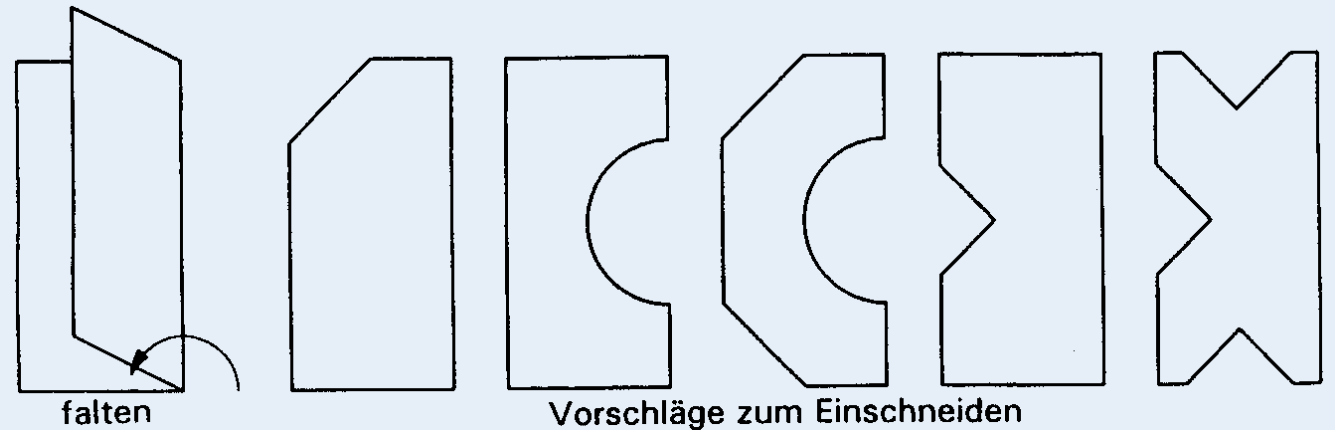
Lösungen

Kopfgeometrieaufgaben

Methodische Anmerkungen

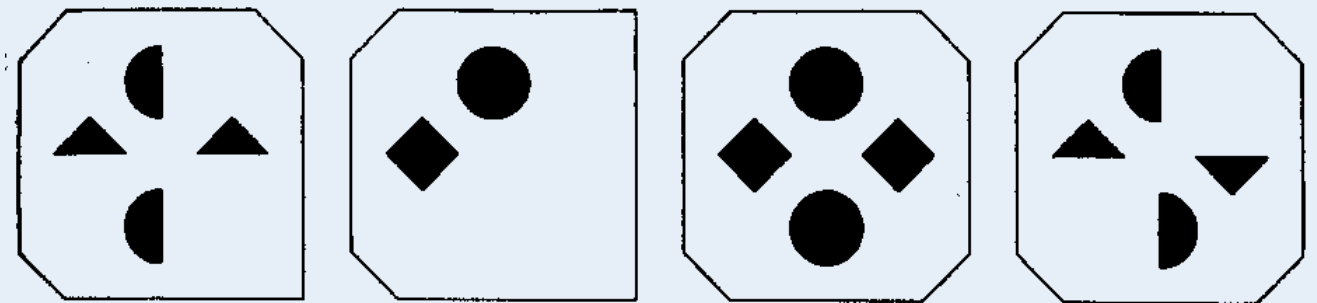
Abstufung des Schwierigkeitsgrades

- bei „Faltaufgaben“
z. B. zunächst nur
einmal falten



Bei Schwierigkeiten

- evtl. Kontrollinformationen anbieten
von denen nur eine richtig ist.



Kontrollfragen der Lehrkraft

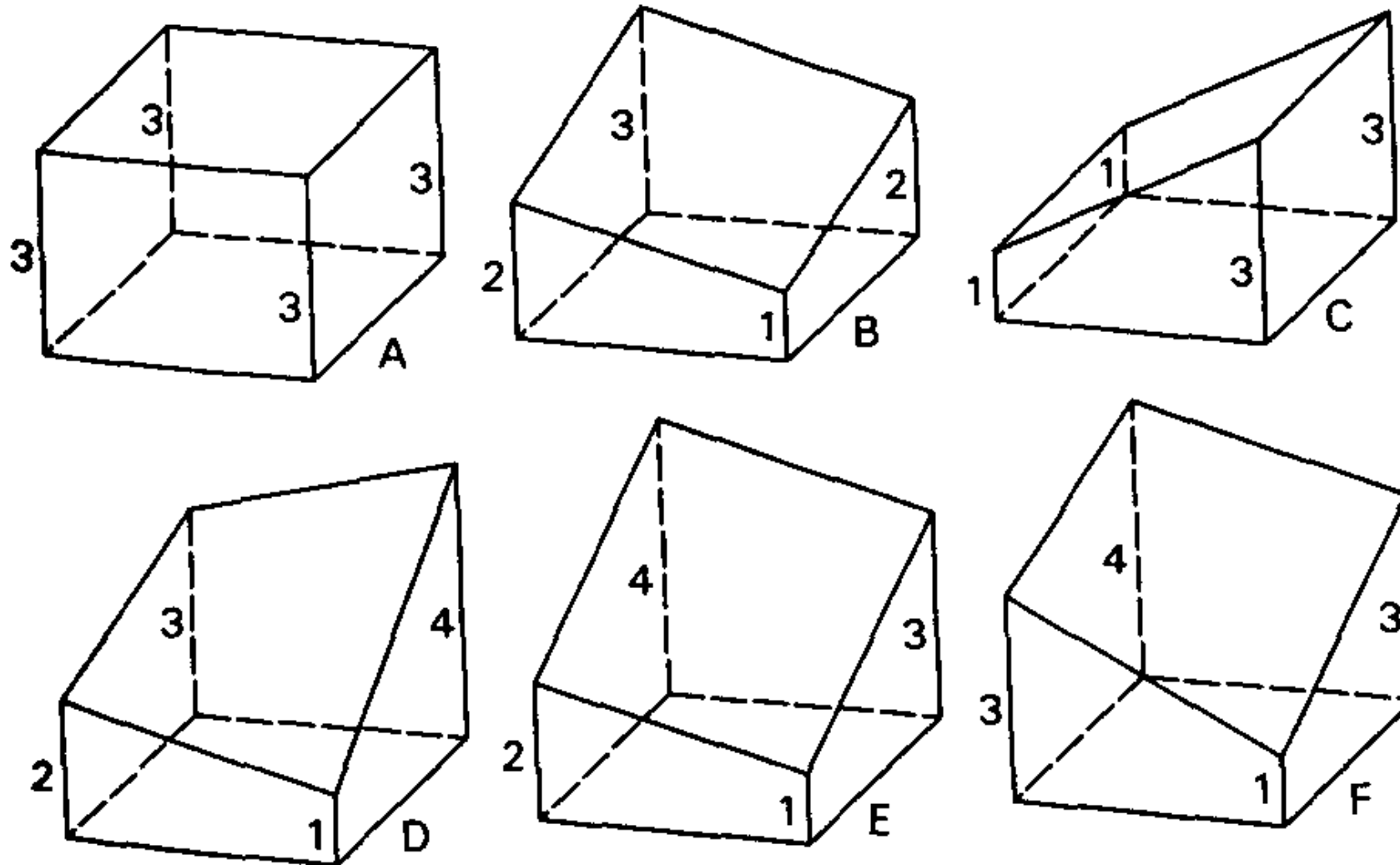
- Wie viel Schichten Papier liegen nach dem Falten übereinander?
- Wo befinden sich beim zusammengefalteten Papier
 - die Faltachsen?
 - die Ränder des aufgefalteten Blattes?
- Wie würde das aufgefaltete Blatt aussehen, wenn man nach dem Falten nur die Ecken abgeschnitten hätte?

Vorstellungen konkretisieren

- Beim vorgestellten Operieren die Augen schließen.
- Vorstellend kinästhetisch arbeiten.
 - (imaginäres Blatt mit den Händen falten, Schnitte ausführen z. B. durch deuten mit dem Zeigefinger auf die Schnittkanten)
- Solche Vorstellungen helfen wirklich! Probieren Sie es aus.

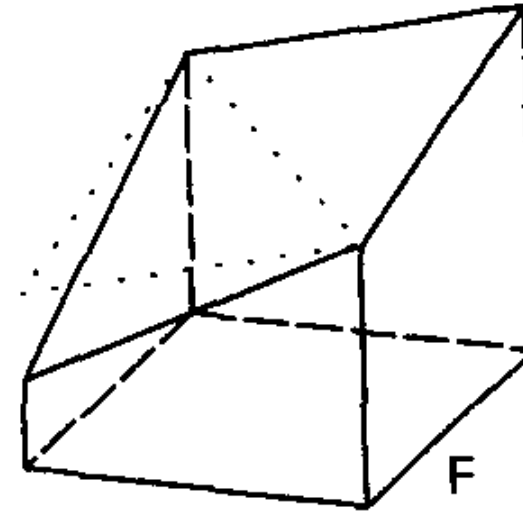
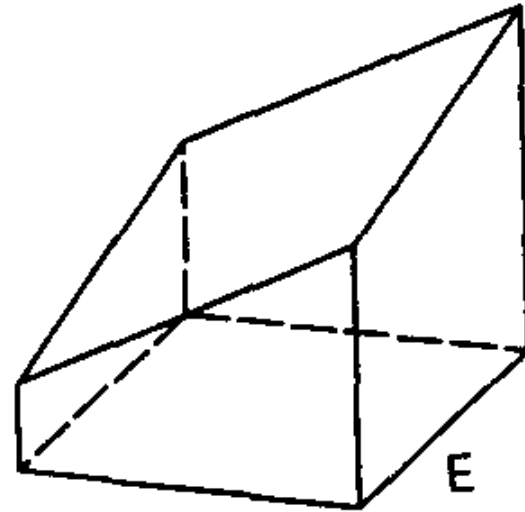
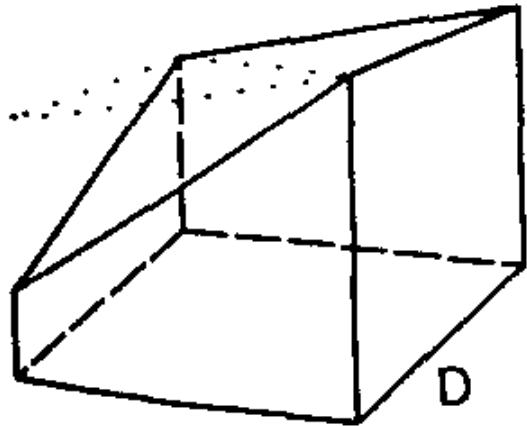


Beispiel: Würfelschnitte

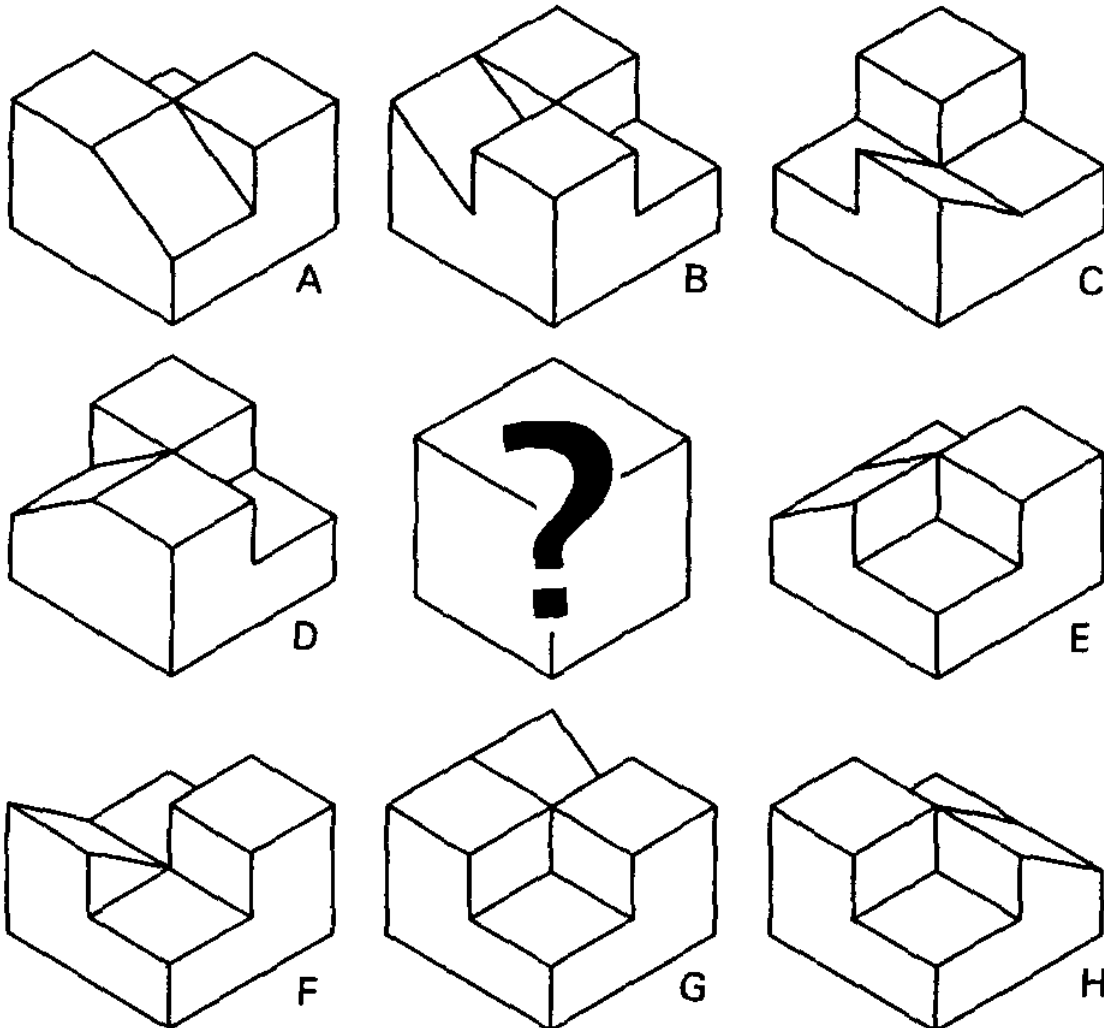


Lassen sich die
Schnittflächen
der
geschnittenen
Würfel mit
einem Schnitt
erzeugen?

Beispiel: Würfelschnitte (Lösungshinweise)



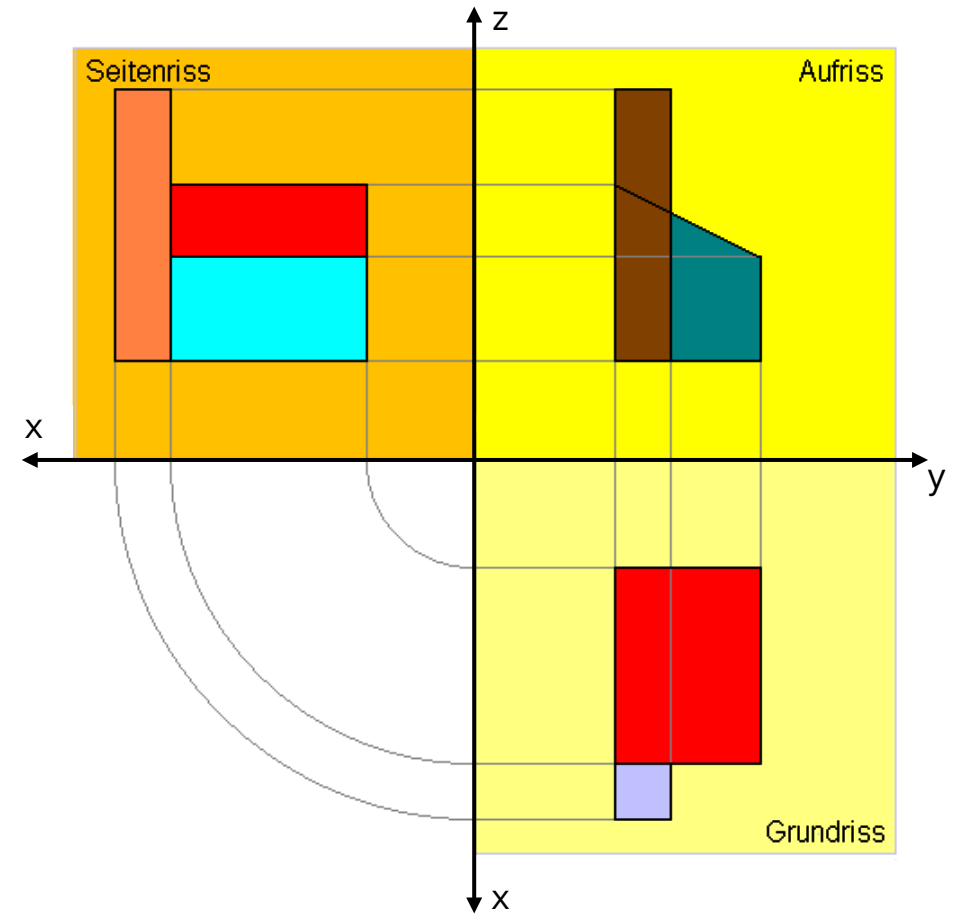
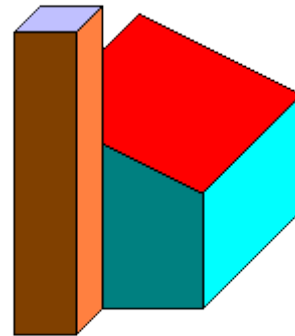
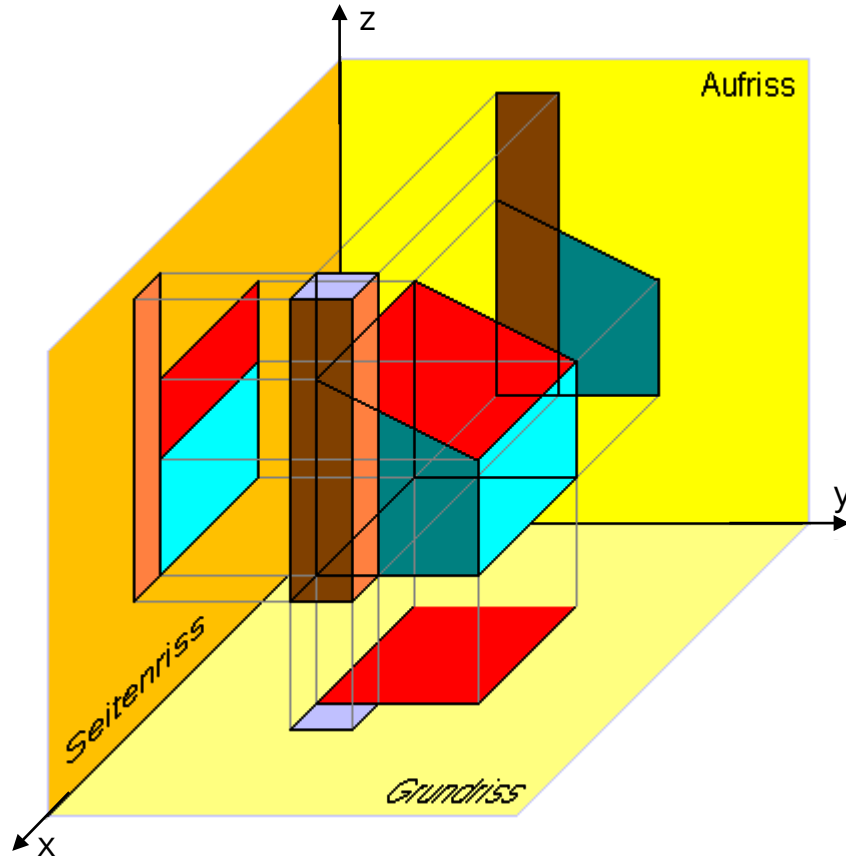
Beispiel: Würfelteile



Welche der acht Teile lassen sich zu einem Würfel zusammensetzen?

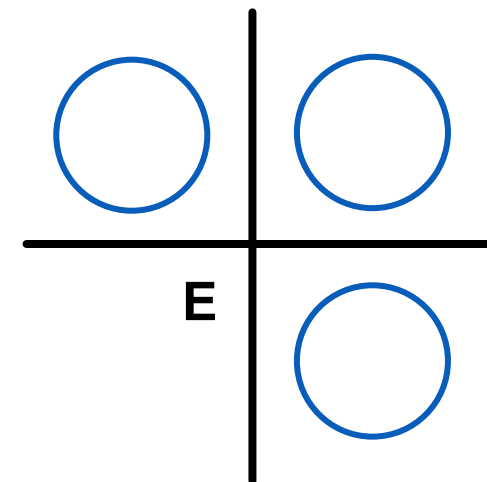
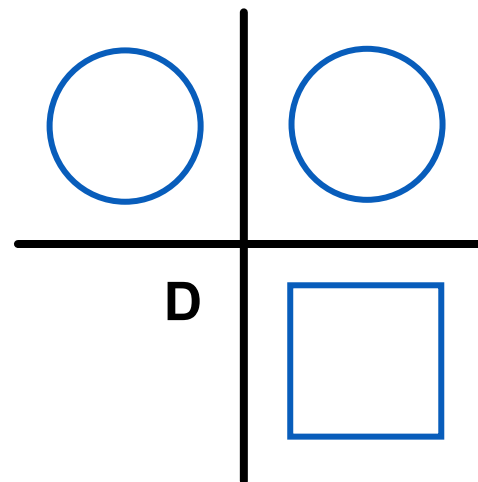
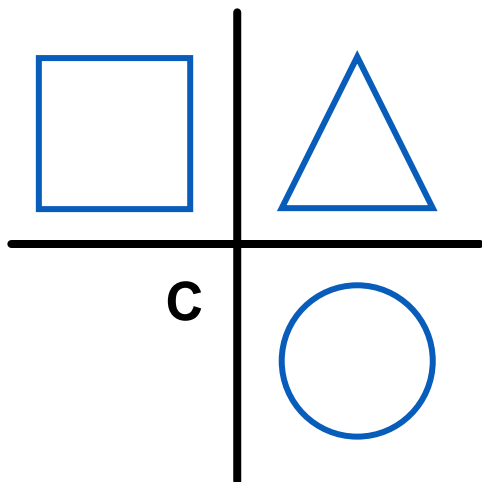
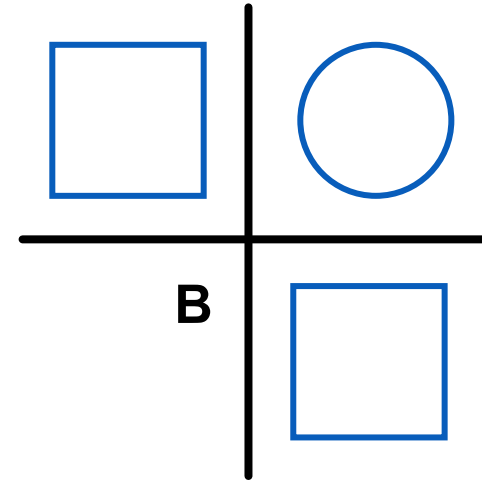
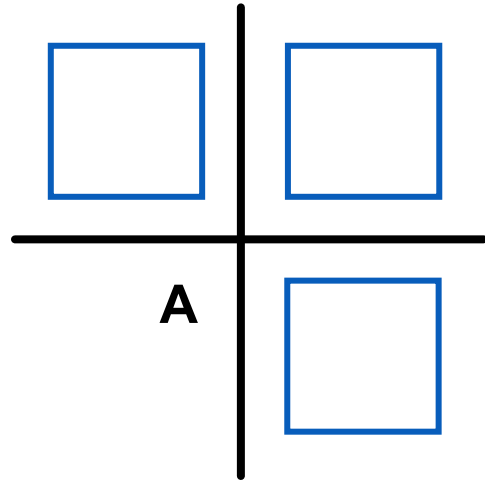
A - C; B - H; D - F; E - G

Exkurs: Drei-Tafel-Projektion



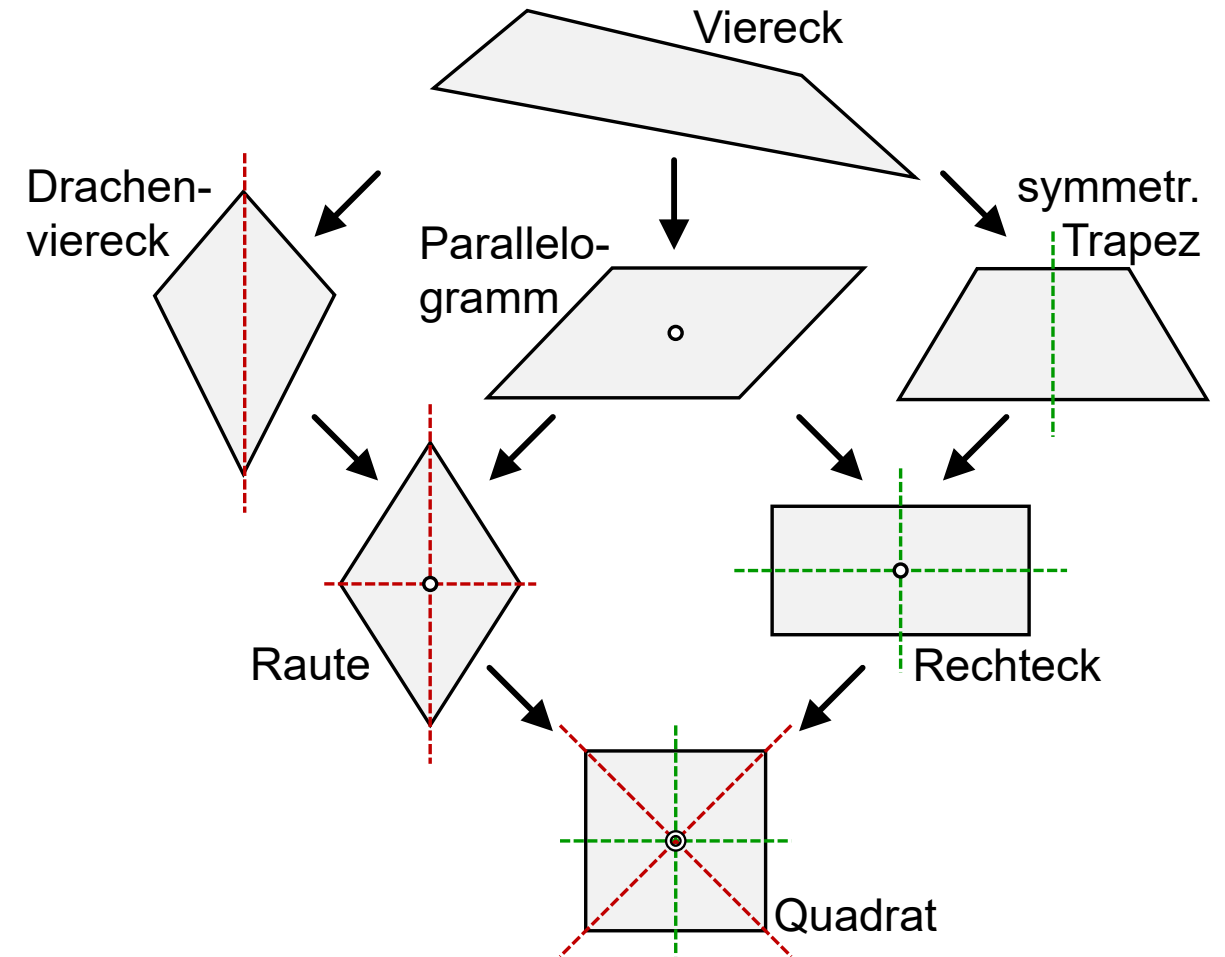
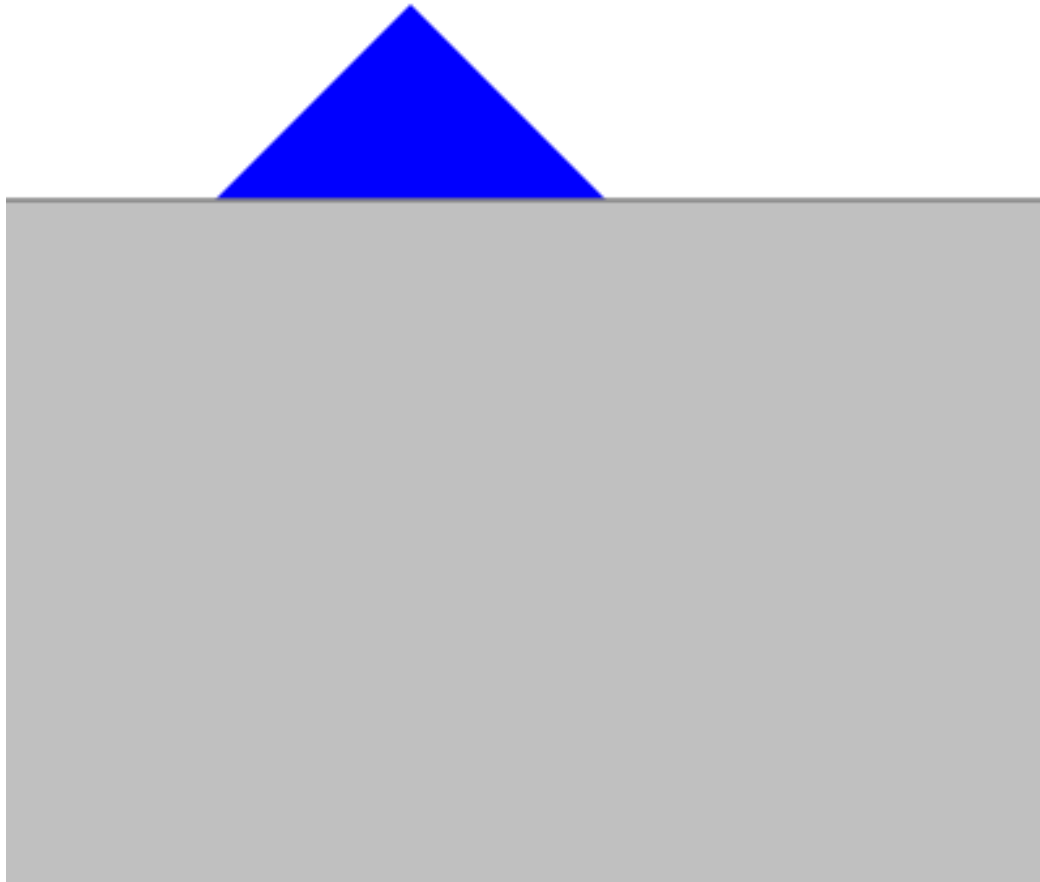
Beispiel: Drei-Tafel-Bilder

Existiert
der
jeweilige
Körper?

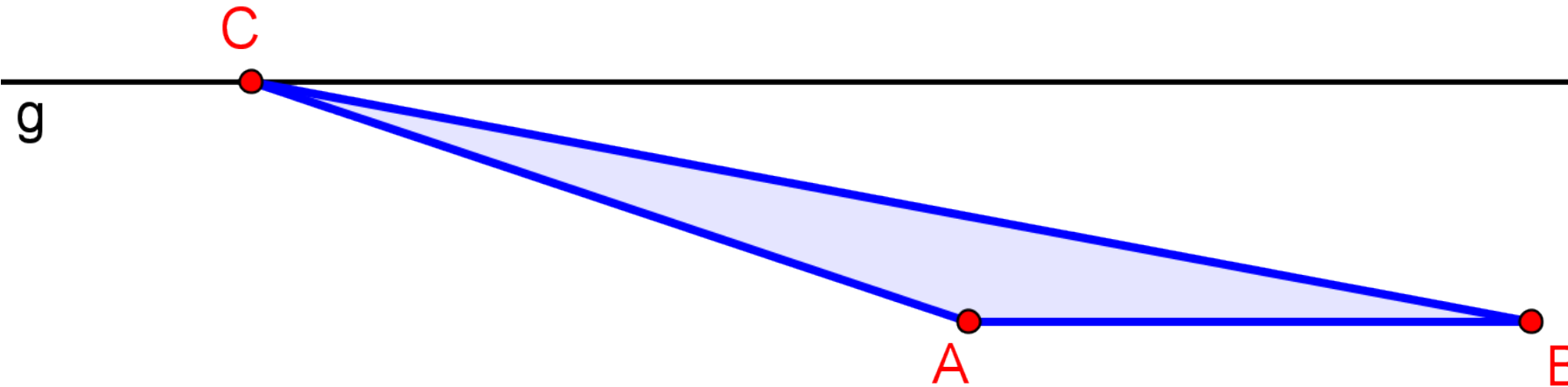


Beispiel: Begriffsbildung Verdecktes Viereck

Um welche Vierecke könnte
es sich jeweils handeln?



Beispiel: Begriffsbildung Dreiecksgrundformen



- Der Punkt C wird entlang der eingezeichneten Gerade nach rechts bewegt.
- Welche Dreiecksgrundformen nimmt das Dreieck dabei der Reihe nach an?

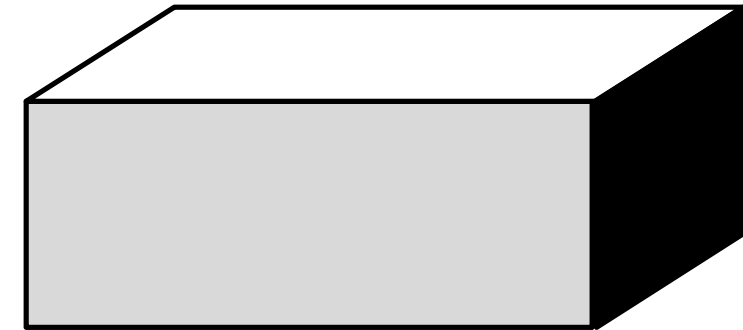
Bitte schließen Sie die Augen.

- Ein Würfel steht auf einer Ebene, die Vorderfläche zeigt zu dir.
- Zeichne die beiden Diagonalen der rechten Fläche. Ihr Schnittpunkt heißt M .
- Der Würfeleckpunkt H liegt links, hinten, oben.
- Zeichne eine Gerade g durch H und M , sie schneidet die Ebene, auf der der Würfel steht, im Punkt S .
- Wie weit ist S vom Würfel entfernt?
- Kannst du die Lage von S genauer beschreiben?



Beispiel: Quader kippen

- Der abgebildete Quader soll gekippt werden, erst nach rechts, dann nach hinten und schließlich noch zweimal nach rechts.
- Der Quader ist in der Anfangslage vorn grau, rechts schwarz, hinten grün, links rot, oben weiß und unten gelb. Kippt nun in Gedanken den Quader wie oben beschrieben.
- Ihr dürft den Quader ansehen, aber nicht in die Hand nehmen. Notiert für jede Zwischenlage und die Endlage die Farben der Flächen vorne, rechts hinten, links, oben und unten.

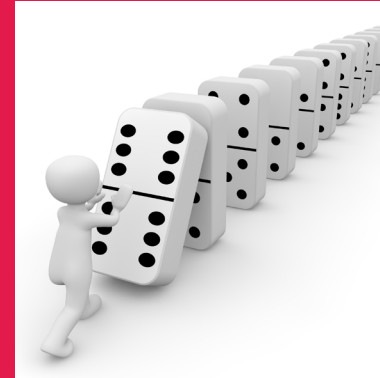


Kapitel 1: Ziele und Inhalte

- 1.1 Was ist Geometrie?
- 1.2 Warum Geometrieunterricht?
- 1.3 Raumvorstellung / räumliches Denken
- 1.4 Bearbeitungsstrategien für Raumvorstellungsaufgaben
- 1.5 Kopfgeometrie
- 1.6 Aspekte und Ziele des Geometrieunterrichts**
- 1.7 Inhalte des Geometrieunterrichts



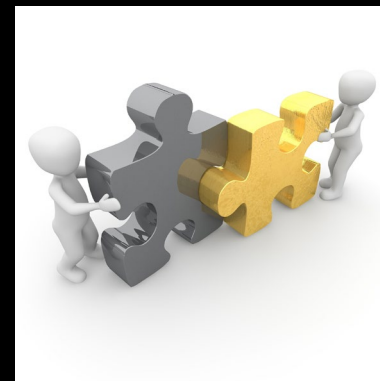
**Lehre vom
Anschauungsraum**



**Beispiel einer
deduktiven
Theorie**

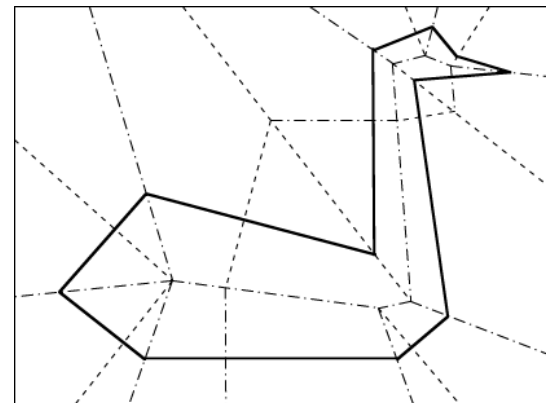
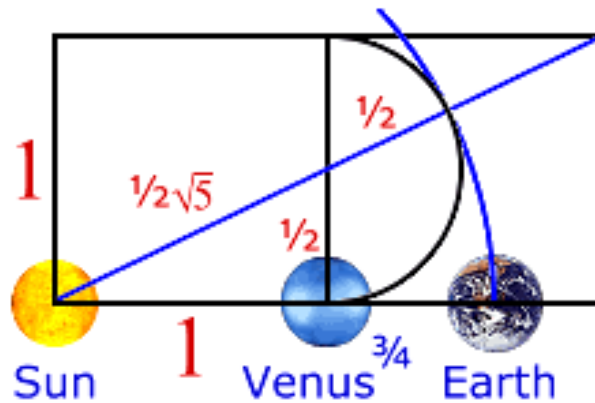
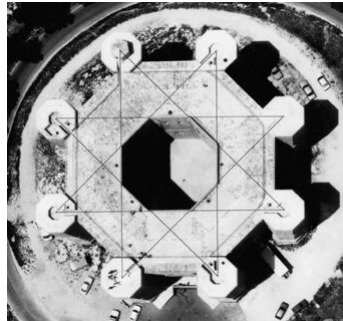
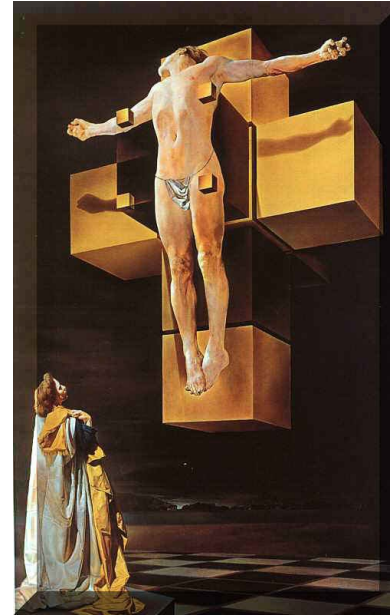
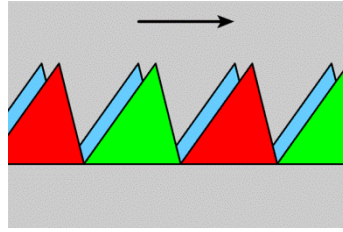


**Übungsfeld für
Problemlösen und
Argumentieren**



**Vorrat an
mathematischen
Strukturen**

Fundamentale Ideen der Elementargeometrie



- Symmetrie
- Muster / Strukturen
- Messen
- Konstruieren
- Formen
- Operieren mit Formen
- Beweisen
- Geometrisieren



Inhaltsziele

Kenntnisse von

- Begriffen
- Sätzen
- Formeln
- Verfahren
- Definitionen
- Beweisen

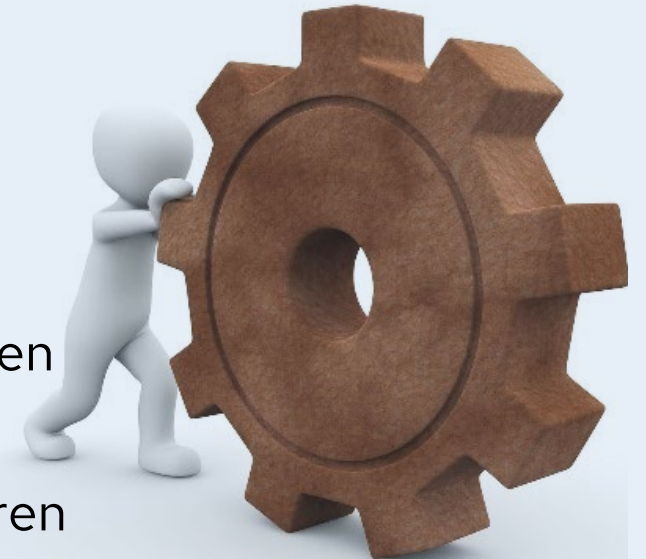
Fertigkeiten bei
Anwendungen
der Kenntnisse



Prozessziele

Fähigkeit zum

- Entdecken
- Formalisieren
- Definieren
- Beweisen
- Analysieren
- Algorithmisieren
- Problemlösen
- Mathematisieren



Kapitel 1: Ziele und Inhalte

- 1.1 Was ist Geometrie?
- 1.2 Warum Geometrieunterricht?
- 1.3 Raumvorstellung / räumliches Denken
- 1.4 Bearbeitungsstrategien für Raumvorstellungsaufgaben
- 1.5 Kopfgeometrie
- 1.6 Aspekte und Ziele des Geometrieunterrichts

**Selbst-
studium**

1.7 Inhalte des Geometrieunterrichts

■ Raumerfahrung / Raumvorstellung

- einfache Grundrisszeichnungen
- Pläne
- Skizzen
- Maßstab (z. B. 1:2; 1:10; 1:50; 1:100)

■ Flächen- / Körperformen

- Viereck, Dreieck, Kreis, Rechteck, Quadrat;
- Figuren und Ornamente; Parkettierungen
- Würfel, Quader, Kugel
- Zusammenhang Quader ↔ Quadernetz
- räumlich dargestellte Gegenstände
- Zylinder, Pyramide, Kegel
- Dreiecksprisma (zusätzlicher Lerninhalt für leistungsstärkere Schüler)

■ Symmetrie

- Figuren beschreiben und erstellen
- Achsensymmetrie
- einfache Figuren nach Vorschrift drehen
- einfache Figuren nach Vorschrift verschieben

■ Geometrische Figuren zeichnen

- Linien und Strecken zeichnen, abmessen
- zueinander parallele und senkrechte Geraden zeichnen,
- rechte Winkel herstellen
- Winkel am Geodreieck entdecken
- Zeichnen mit Geodreieck und Zirkel (Muster entwerfen, z. B. über Symmetrien nachdenken)

■ Geometrische Figuren

- Geraden, Halbgeraden, Strecken, Vielecke, Winkel, Kreise
- zueinander parallele und orthogonale Geraden
- Würfel und Quader

■ Abbildungen/Symmetrie

- Geradenspiegelungen und Achsensymmetrie
- Drehungen und Drehsymmetrie
- Verschiebungen und Streifenornamente
- Ebenensymmetrie im Raum

■ Messen

- Länge von Strecken und Streckenzügen
- Flächeninhalt von Rechtecken
- Oberfläche und Volumen von Würfeln und Quadern
- Winkelgröße

■ Figurenlehre

- Dreiecke, Schnittpunktsätze
- Vierecke, Symmetrieeigenschaften
- Kreis und Kreistangente
- Winkelsätze
- Geometrische Körper, Lagebeziehungen im Raum

■ Kongruenzgeometrie

- Kongruente Figuren, Kongruenzsätze
- Kongruenzabbildungen

■ Messen

- Flächeninhalt von Parallelogramm, Dreieck, Trapez

■ Ähnlichkeitsgeometrie

- Strahlensätze
- Ähnliche Figuren
- Zentrische Streckung
- Ähnlichkeitssätze für Dreiecke
- Ähnlichkeitsabbildungen

■ Satzgruppe des Pythagoras

- Satz des Pythagoras, Höhensatz und Kathetensätze

■ Messen

- Flächeninhalt und Umfang des Kreises
- Oberfläche und Volumen von Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel

■ Trigonometrie

- im rechtwinkligen und im beliebigen Dreieck
- Winkelfunktionen

Kontakt

Prof. Dr. Jürgen Roth

RPTU

Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Kaiserslautern-Landau

Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)

Fortstraße 7, 76829 Landau

j.roth@rptu.de

juergen-roth.de

dms.nuw.rptu.de



RPTU