

Jürgen Roth

Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

Modul 5: Fachdidaktische Bereiche



Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

- 1 Ziele und Inhalte
- 2 Natürliche Zahlen \mathbb{N}
- 3 Ganze Zahlen \mathbb{Z}**
- 4 Rationale Zahlen \mathbb{Q}
- 5 Reelle Zahlen \mathbb{R}
- 6 Komplexe Zahlen \mathbb{C}



Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

Kapitel 3: Ganze Zahlen \mathbb{Z}



Malle (2007). Die Entstehung negativer Zahlen – Der Weg vom ersten Kennenlernen bis zu eigenständigen Denkobjekten. *Mathematik lehren* 142, S. 52-57



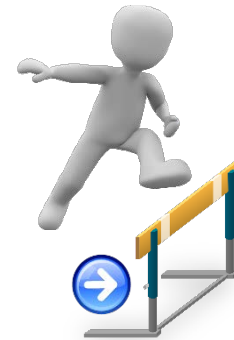
Hürde 1: Gegensätzliches Deuten der alten (positiven) Zahlen



Hürde 2: Neue Beziehungen zwischen den alten Zahlen entdecken



Hürde 3: Entwickeln geänderter Vorstellungen von Ordnung, Addition und Subtraktion



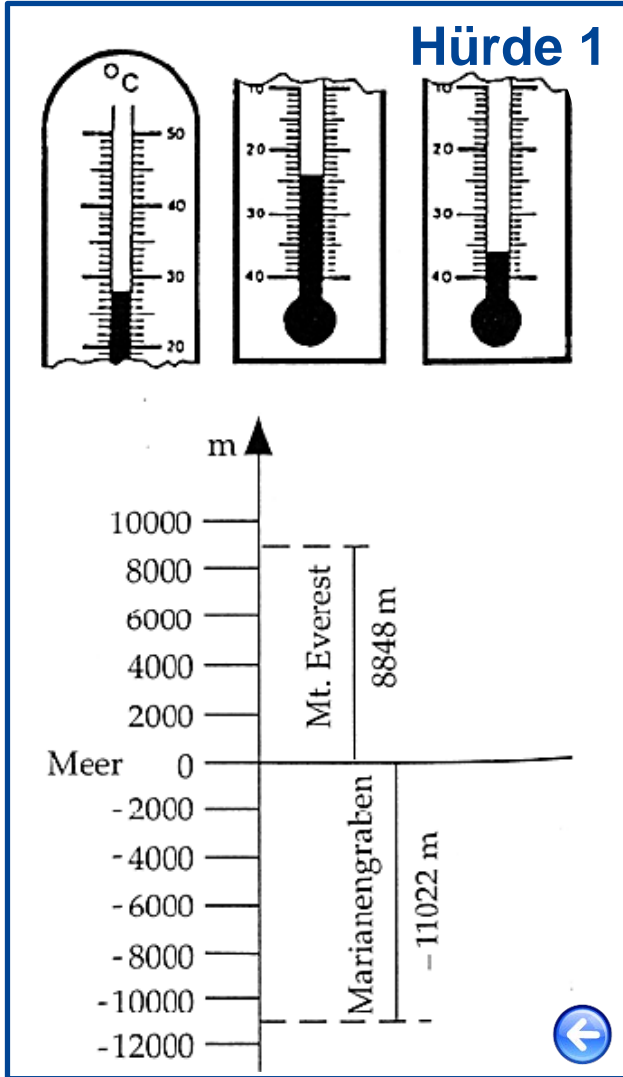
Hürde 4: Sinnggebung neuer Schreibweise



Hürde 5: Definitorisches Charakter der Rechenoperationen erkennen

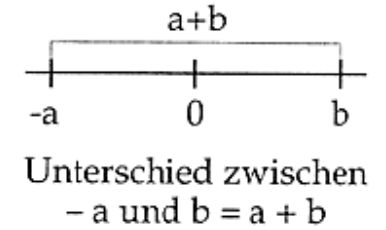
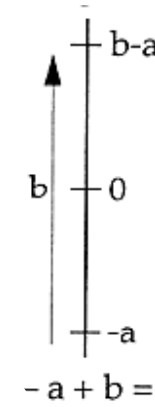
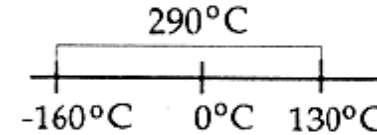
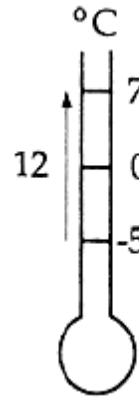
Malle (1989). Die Entstehung negativer Zahlen als eigene Denkgegenstände. *Mathematik lehren* 35, S. 14-17

Malle (2007). Die Entstehung negativer Zahlen – Der Weg vom ersten Kennenlernen bis zu eigenständigen Denkobjekten. *Mathematik lehren* 142, S. 52-57



Hürde 2

Es wird noch in den alten Zahlen gedacht. Das funktioniert zunächst auch!



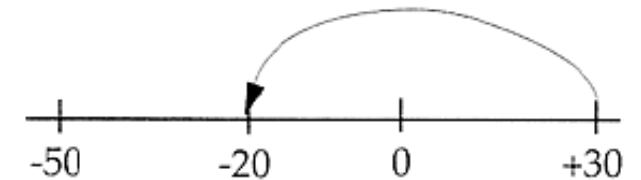
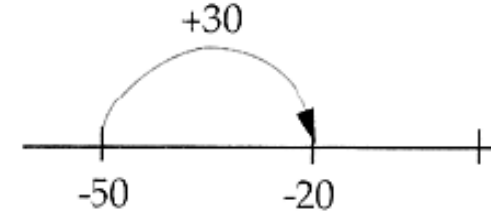
$-a + b = b - a$, falls $b > a$



Hürde 3

Herr Roth hat sein Konto überzogen und hat nun 50 € Schulden. Er zahlt 30 € ein. Wie hoch ist der neue Kontostand?

$50 - 30 = 20$



Malle (1989). Die Entstehung negativer Zahlen als eigene Denkgegenstände. *Mathematik lehren* 35, S. 14-17

Einstellungen

Kesseltemperatur anzeigen

Kesseltemperatur: 21 °C

Kesseltemperatur ändern

Kältestein 1: -14°C

Kältestein 2: -21°C

Wärmestein 1: 20°C

Wärmestein 2: 35°C

Rechnung anzeigen

Kesseltemperatur verstecken

Thermometer anzeigen

Der Zauberkeessel

Katalin Retterath: Vorstellungsübung

The illustration shows a wizard with a long white beard, wearing a blue robe with yellow stars and moons, and a tall blue hat with a yellow star. He is holding a wooden staff and standing next to a large black cauldron on a fire. The cauldron has a temperature of 27°C. Above the cauldron are two floating spheres: a blue one with -21°C and a red one with 20°C. The background is a lush green forest with trees and bushes. An owl is perched on a branch behind the wizard.

27°C

-21°C

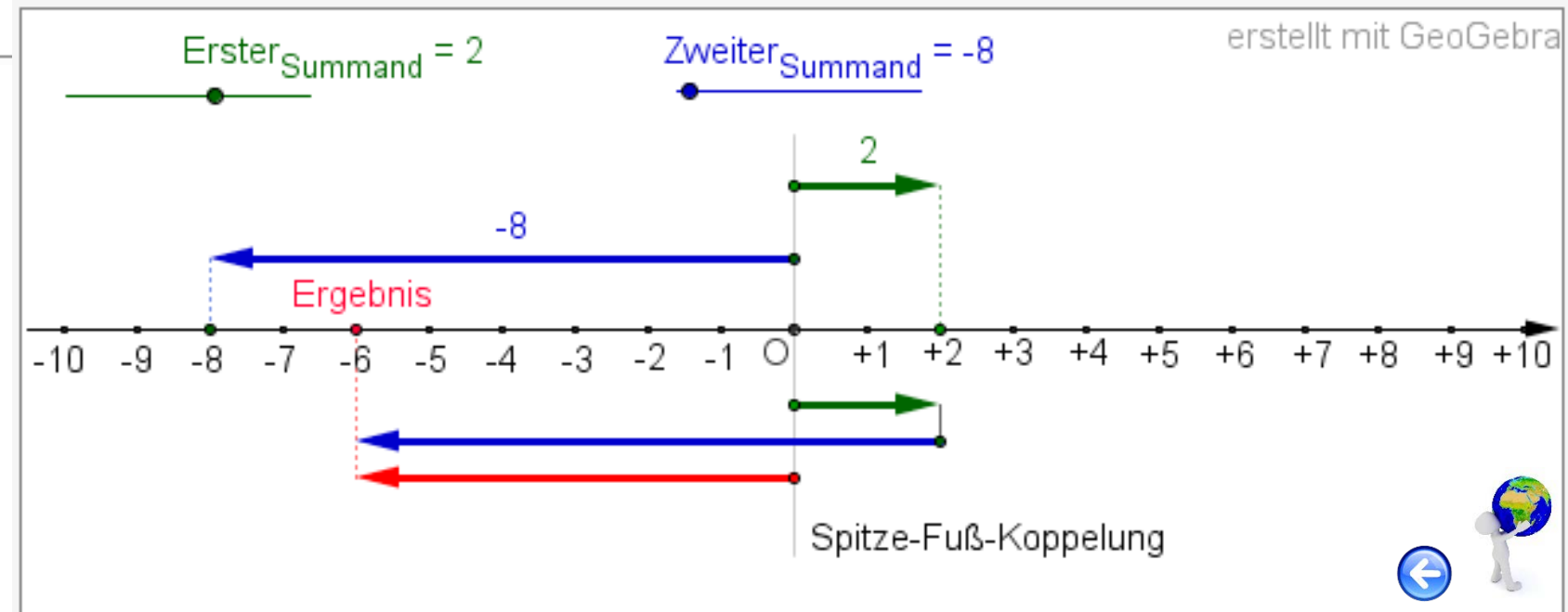
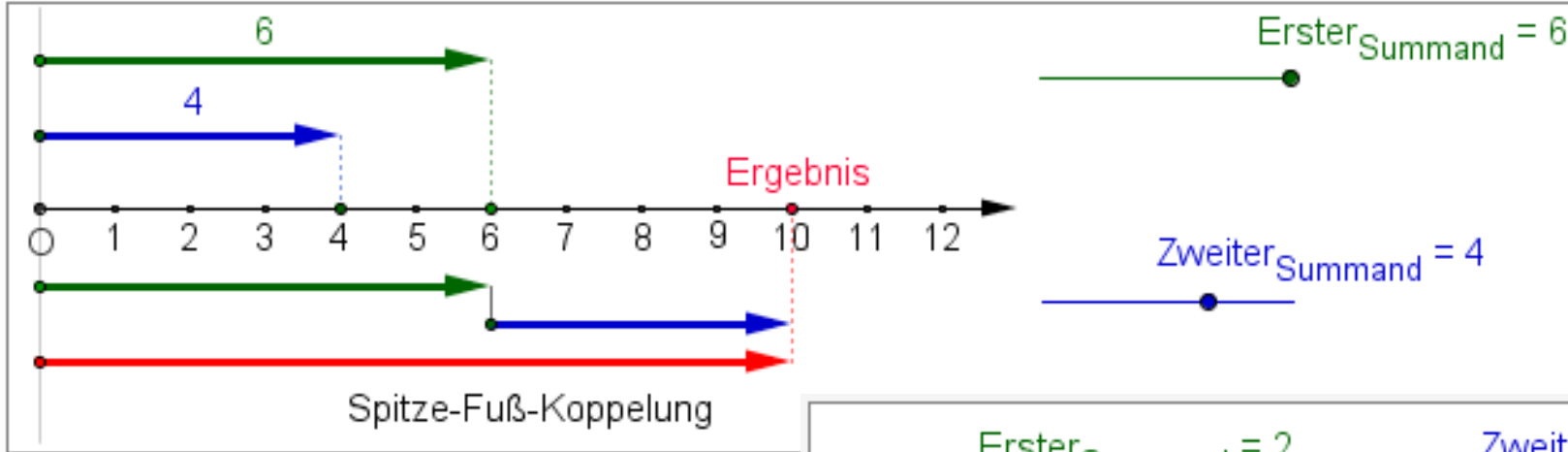
20°C

35°C

<https://www.geogebra.org/m/k5nu8qdu> • Jürgen Kreitner: GeoGebra-Datei



Barzel, Eschweiler, Malle (2007). Lernwerkstatt Negative Zahlen. *Mathe-Welt 142*



www.realmath.de/Neues/Klasse6/ganzezahlen/ggbaddganzzahl.html

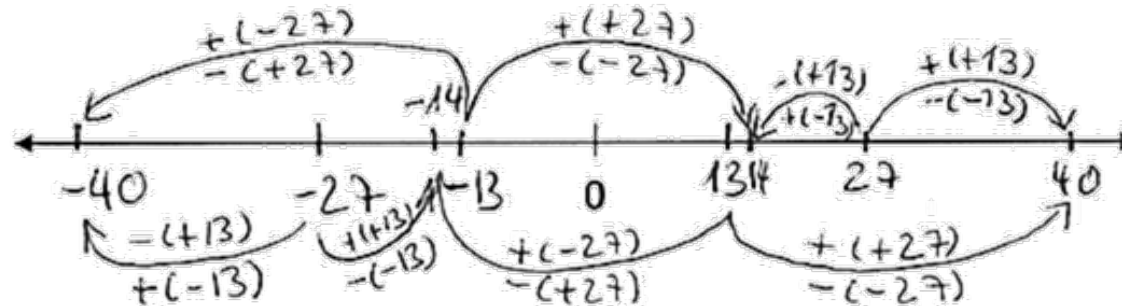
Hürde 4

Erkunde das Rechnen mit ganzen Zahlen

1. Bilde mit den Zahlen 13 und 27 sowie den Vorzeichen + und – alle möglichen Subtraktions- und Additionsaufgaben.

$$\begin{array}{cccc}
 (+13) + (+27) & (-13) + (+27) & (+13) + (-27) & (-13) + (-27) \\
 (+13) - (+27) & (-13) - (+27) & (+13) - (-27) & (-13) - (-27) \\
 (+27) + (+13) & (-27) + (+13) & (+27) + (-13) & (-27) + (-13) \\
 (+27) - (+13) & (-27) - (+13) & (+27) - (-13) & (-27) - (-13)
 \end{array}$$

2. Veranschauliche deine Aufgaben aus 1. an der Zahlengerade.



3. Welche Rechnungen haben das gleiche Ergebnis? Warum?

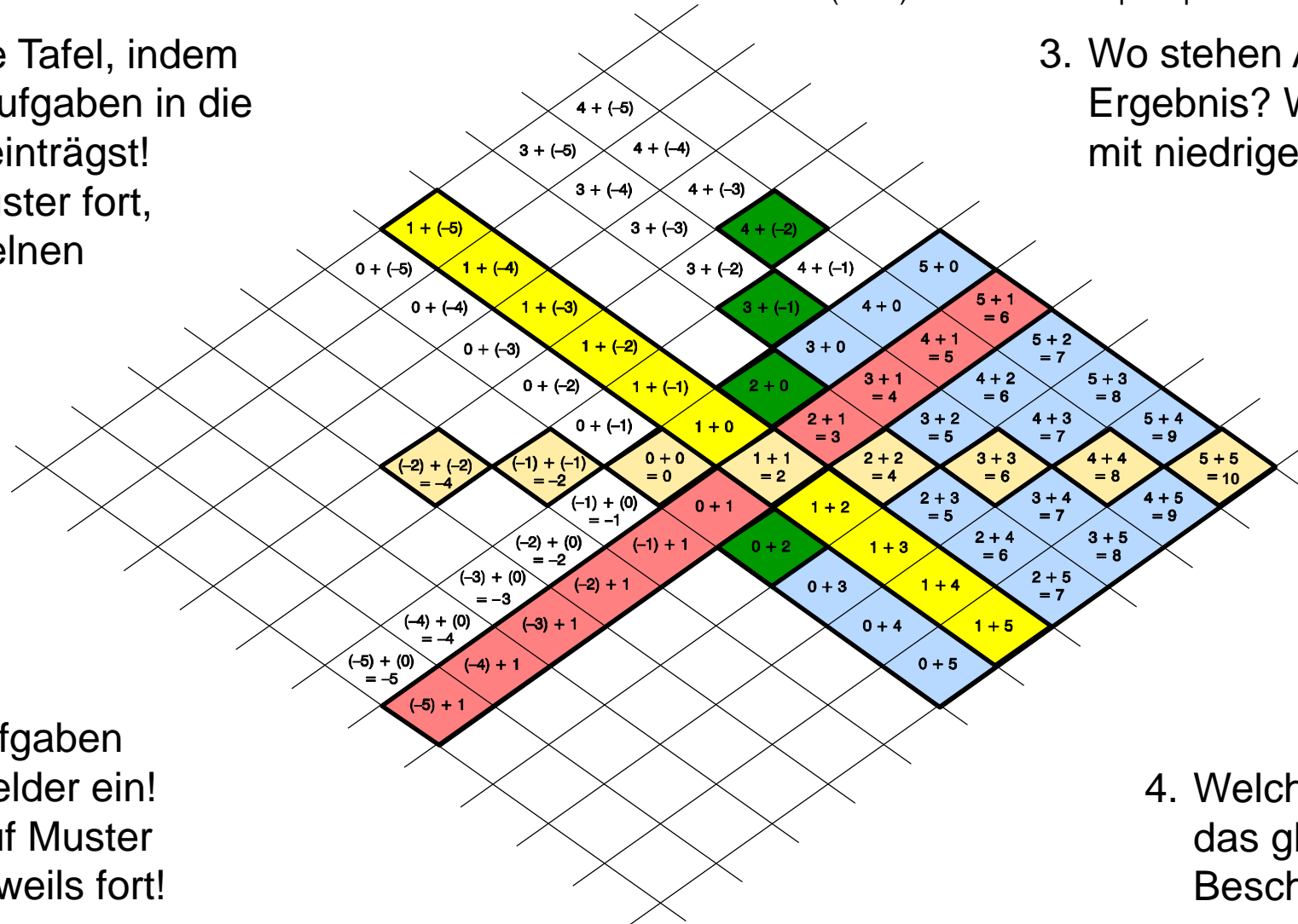
$(+13) + (+27)$ und $(+13) - (-27)$ haben das gleiche Ergebnis weil $-(-27)$ dasselbe ist wie $+27$ rechnen.

Rezat (2012): Rechnen mit ganzen Zahlen – Den Zahlenblick für Addition und Subtraktion schulen. *Mathematik lehren* 171, S. 23



Rezat (2014): Das Permanenzprinzip erfahren. *Mathematik lehren* 183, S. 11-14

1. Vervollständige die Tafel, indem du zunächst alle Aufgaben in die jeweiligen Felder einträgst! Setze dazu die Muster fort, die du in den einzelnen Reihen erkennen kannst!



3. Wo stehen Aufgaben mit hohem Ergebnis? Wo stehen Aufgaben mit niedrigem Ergebnis?

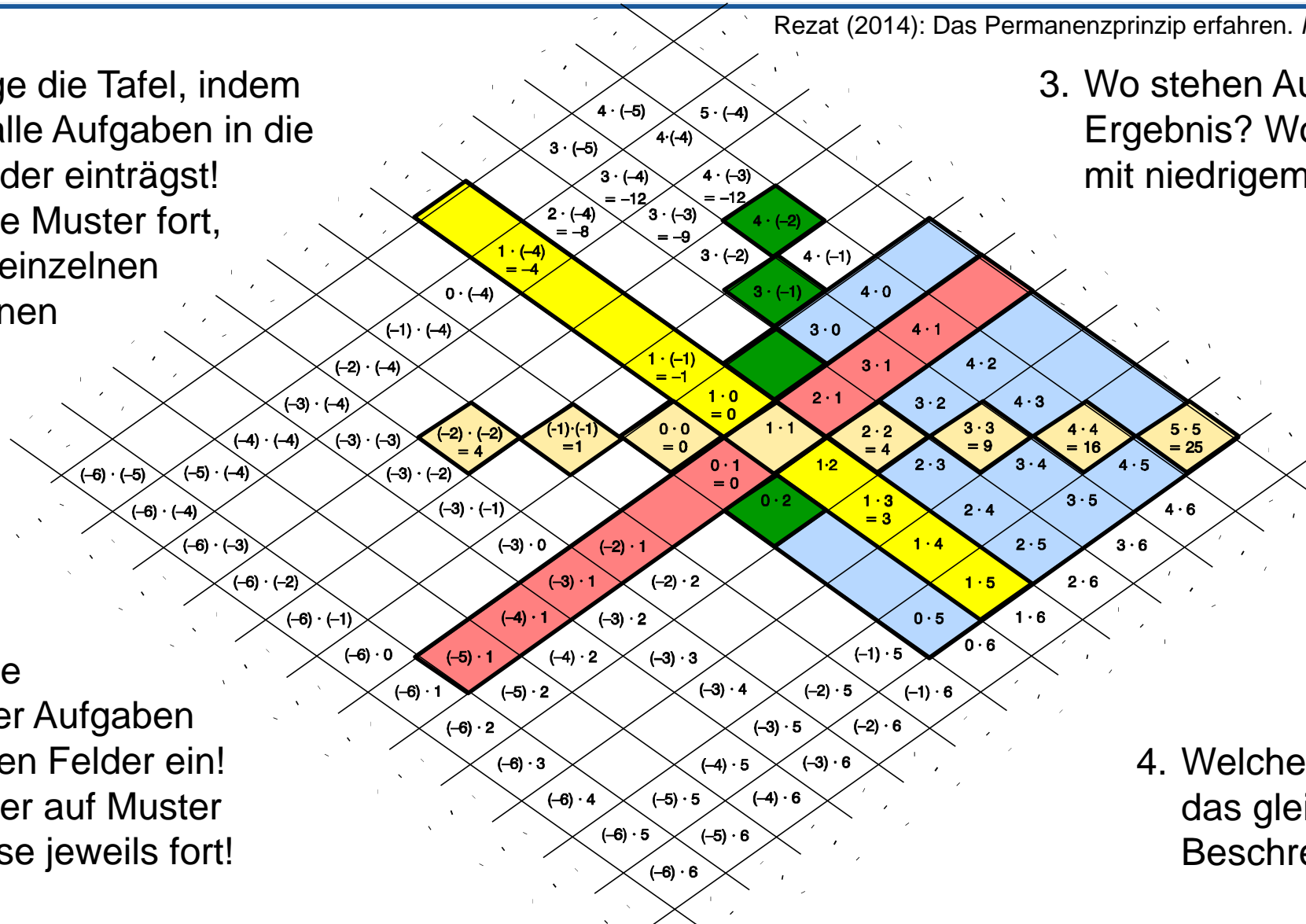
2. Trage auch die Ergebnisse der Aufgaben in die jeweiligen Felder ein! Achte auch hier auf Muster und setze diese jeweils fort!

4. Welche Aufgaben haben das gleiche Ergebnis? Beschreibe und begründe!

Rezat (2014): Das Permanenzprinzip erfahren. *Mathematik lehren* 183, S. 11-14

1. Vervollständige die Tafel, indem du zunächst alle Aufgaben in die jeweiligen Felder einträgst! Setze dazu die Muster fort, die du in den einzelnen Reihen erkennen kannst!

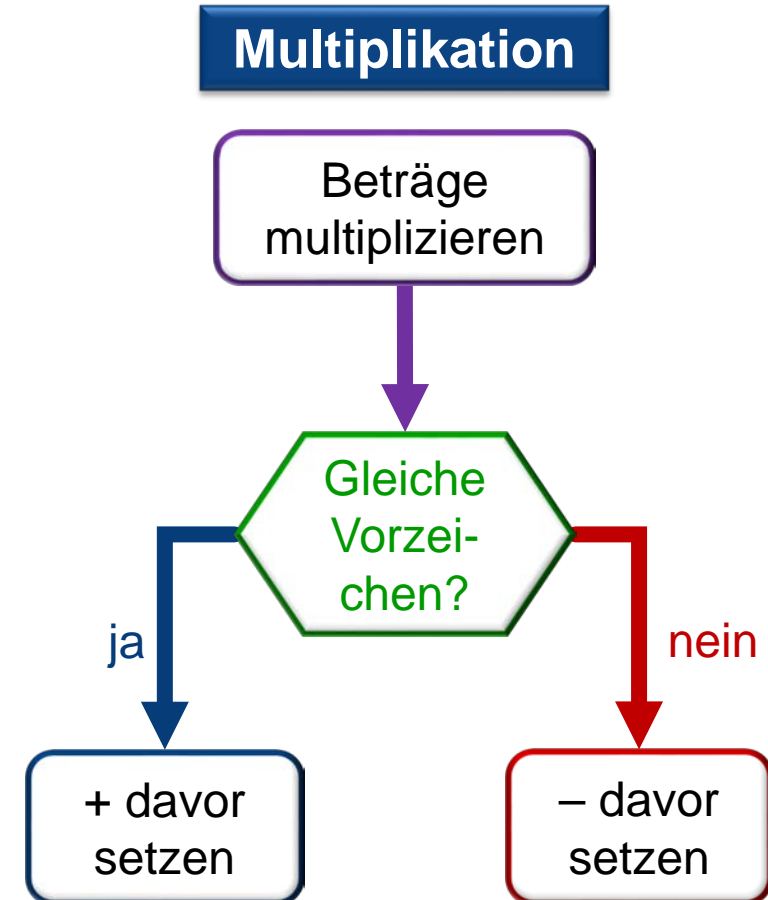
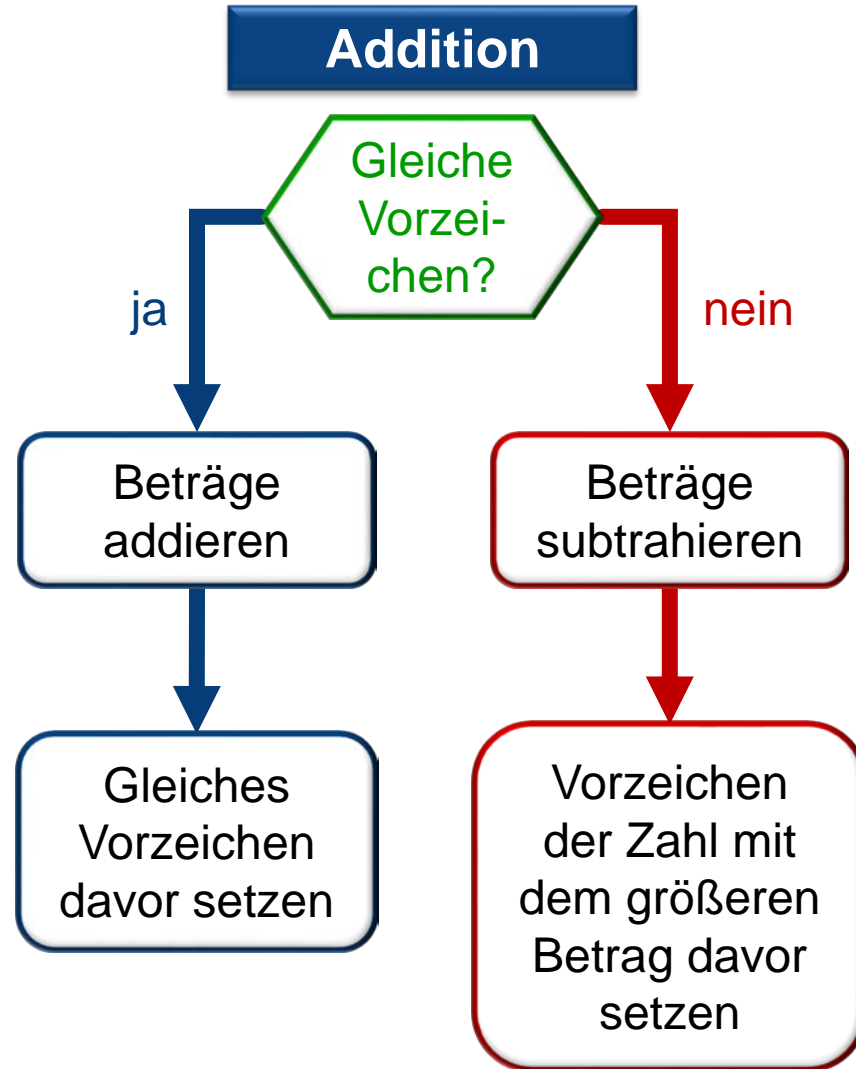
3. Wo stehen Aufgaben mit hohem Ergebnis? Wo stehen Aufgaben mit niedrigem Ergebnis?



2. Trage auch die Ergebnisse der Aufgaben in die jeweiligen Felder ein! Achte auch hier auf Muster und setze diese jeweils fort!

4. Welche Aufgaben haben das gleiche Ergebnis? Beschreibe und begründe!

Vollrath, Weigand (2009). Algebra in der Sekundarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag. S. 62



Viet (1983). Ein Spiel für die Unterrichtseinheit „Ganze Zahlen“. In: Vollrath (Hrsg.): Zahlbereiche. Stuttgart: Klett

