

EUKLID DynaGeo Übungsaufgaben

Aufgabenverzeichnis:

1.	"Abwicklung" der Sinus-, Kosinus- und Tangensfunktion (Konstruktionsübung, Graphen, Ortslinien)	.2
2.	Die Euler-Gerade und der Feuerbachsche Kreis (Konstruktionsübung und Makroerstellung)	.2
3.	Entdecken (Ortslinien)	.3
4.	Technische Geräte (Konstruktionsübung, Animation)	.3
5.	Ellipsenkonstruktionen (Konstruktionsübung, Ortslinien, Animation)	.3
6.	Extremwertaufgabe (Konstruktionsübung, Koordinatensystem)	.4
7.	Schrägbildzeichnung eines Würfels (Schieberegler, Makro, Flächen)	.4
8.	Würfelschnitte (Verschiebung)	.8
9.	Parkettierung (Abbildungen)	.8
10	.Venn-Diagramme (Zuschneiden von Flächenfüllungen, interaktive Arbeitsblätter)	.9

Anmerkung:

Sie finden dieses Aufgabenblatt auch als Datei "EUKLID_Uebungsaufgaben.doc" in Ihrem Austauschverzeichnis. Wenn Sie bei gedrückter Strg -Taste auf die Bilder in dieser Datei klicken (linke Maustaste), dann werden Sie auf eine Html-Seite verlinkt, auf der Sie sich das Ergebnis dynamisch betrachten können. Diese Seiten enthalten DynaGeoX-Appletts, die Sie nur mit dem MS Internet Explorer betrachten können. Falls beim Anklicken ein anderer Browser aufgeht, dann öffnen Sie den Internet Explorer bitte von Hand und kopieren sich folgende Adresse in die Adresszeile:

http://www.juergen-roth.de/dynageo_roth.html

Auf dieser Seite finden Sie Links zu den entsprechenden Dateien.

Falls Sie sich die Seite merken wollen, können Sie sich auch folgende Adresse einprägen:

<u>http://www.juergen-roth.de</u> → EUKLID Dynageo



1. "Abwicklung" der Sinus-, Kosinus- und Tangensfunktion (Konstruktionsübung, Graphen, Ortslinien)

Konstruieren Sie nebenstehendes Bild. Wenn man P auf der Kreislinie entlang zieht, dann sollen sich alle Strecken und die Punkte auf den Graphen mitbewegen. Die Graphen der Sinus-, Kosinusund Tangensfunktion sind die Ortslinien der entsprechenden Punkte. **Tipps:**



- Beginnen Sie Ihre Konstruktion mit dem Basispunkt M. Konstruieren Sie eine Parallele g₁ zur x-Achse des Koordinatensystems durch M. Sie können danach das Koordinatensystem wieder verstecken, da Sie es nun nicht mehr brauchen werden.
- Konstruieren Sie nun den Kreis k(M; 1). Auf diese Weise brauchen Sie keine Skalierung! Vergrößern Sie die Zeichnung nun durch Drücken der Taste G.
- Binden Sie einen neuen Punkt P an den Kreis und Konstruieren Sie die Gerade MP.
- ..
- Zur Konstruktion des Koordinatensystems wird zunächst der neue Punkt 0 an die Gerade g₁ gebunden …

2. Die Euler-Gerade und der Feuerbachsche Kreis (Konstruktionsübung und Makroerstellung)

- a) Konstruieren Sie ein Dreieck ABC und zu diesem Dreieck die folgenden Punkte:
 - Inkreismittelpunkt M_i (rot)
- Umkreismittelpunkt U (blau)
- Schwerpunkt S (orange)
- Höhenschnittpunkt H (grün)
- b) Erzeugen Sie ein Makro, das zu einem vorgegebenen Dreieck die Punkte Mi, U, S und H in den entsprechenden Farben ausgibt. Geben Sie im Hilfetext zu Ihrem Makro die drei Eckpunkte des Dreiecks als Startobjekte an und die vier Punkte Mi, U, S und H mit den jeweiligen Farben an. (Benennungen werden vom Makro nicht übernommen!)
- c) Konstruieren Sie ein neues Dreieck und testen Sie an diesem Ihr gerade erstelltes Makro. (Vergessen Sie nicht Ihr Makro zu speichern!)
- d) Verändern Sie nun die Form des Dreiecks (durch Ziehen an den Eckpunkten) und untersuchen Sie für jeden der vier Punkte M_i, U, S und H, für welche Dreieckstypen (spitz-



winklig, rechtwinklig, stumpfwinklig) er im Inneren des Dreiecks, auf dem Rand des Dreiecks (Wo auf dem Rand?) bzw. außerhalb des Dreiecks liegen. Versuchen Sie mit Hilfe von geeigneten Bewegungen zu erklären, warum das so sein muss.

e) Zeichnen Sie die Gerade SU ein. Diese Gerade heißt Euler-Gerade. Was fällt ihnen auf? Überprüfen Sie Ihre Vermutung, indem wenn Sie die Form des Dreiecks verändern? (Zugmodus)



- f) Konstruieren Sie die Seitenmitten A', B', C' und einen Kreis, der durch die Punkte A', B' und C' verläuft. Dieser Kreis heißt Feuerbachscher Kreis. Benennen Sie seinen Mittelpunkt mit F (lila). Wo liegt F?
- **g)** Konstruieren Sie die Mitten A_H, B_H, C_H der Verbindungsstrecken [AH], [BH], [CH] und die Höhenfußpunkte H_a, H_b, H_c. Wo liegen diese Punkte offensichtlich?
- h) Erstellen Sie ein Makro, das zu einem vorgegebenen Dreieck die Euler'sche Gerade und den Feuerbachschen Kreis mit allen neuen Punkten erzeugt. Testen Sie Ihr Makro an einem neuen Dreieck und vergessen Sie nicht, es abzuspeichern.

3. Entdecken (Ortslinien)

- a) Konstruieren Sie nebenstehende Figur. Dabei ist der Punkt B an die Gerade g gebunden.
- **b)** Wie verändert sich die Lage der Punkte U, S und H, wenn man den Punkt B entlang der Gerade g verschiebt?
- c) Zeichnen Sie die Ortslinien der Punkte U, S und H ein. Untersuche sie deren Lage und versuchen Sie zu begründen, warum Sie gerade diese Lage und Form haben.

4. Technische Geräte (Konstruktionsübung, Animation)

- a) Konstruieren Sie ein Kolbenmotormodell wie es in der Skizze abgebildet ist. Der Kolben soll sich mitbewegen, wenn man das rechte Ende der Pleuelstange um das Rad herumbewegt.
- b) Konstruieren Sie ein Scheibenwischermodell, wie in der Skizze dargestellt. Die Wischerblätter sollen sich dabei mitbewegen, wenn der Punkt auf der Kreislinie bewegt wird. Zur Darstellung des Wischbereiches sollte die Ortslinienfunktion von EUKLID DynaGeo verwendet werden.

Lassen Sie beide Modelle nach der Fertigstellung auch als Animationen ablaufen!







5. Ellipsenkonstruktionen (Konstruktionsübung, Ortslinien, Animation)

Sie sollen zwei verschiedene Ellipsenkonstruktionen durchführen, nämlich die Leitkreiskonstruktion (links im Bild) und die Gärtnerkonstruktion. Versuchen sie die Konstruktionsprinzipien an Hand der Bilder nachzuvollziehen.



Lassen Sie beide Konstruktionen nach der Fertigstellung auch als Animationen ablaufen!



6. Extremwertaufgabe (Konstruktionsübung, Koordinatensystem)

Zur Konstruktion der nebenstehenden

Extremwertaufgabe sollten Sie in folgenden Schritten vorgehen:

1. Schritt:

Konstruieren Sie eine Parallele zur y-Achse des Koordinatensystems durch einen Punkt. Dieser Punkt erhält die Bezeichnung HF. Auf diese Gerade wird die Konstruktion des Kegels



aufgebaut. Vorteil: Der gesamte Kegel lässt sich durch verziehen des Punktes HF über die Zeichenfläche bewegen.

2. Schritt:

- Konstruktion der Grundfläche des Kegels mit der Leitkreiskonstruktion einer Ellipse
- Konstruktion der Spitze S, der Mantellinien und der Höhe [S, HF] des Kegels
- M ist ein Punkt auf der Strecke [S, HF]. RZ ist der Schnittpunkt des Lotes in M auf [S, HF]. [M, RZ] ist der Radius des "großen" Leitkreises. Der variable Punkt des "kleinen" Leitkreises ist der Schnittpunkt des Lotes in M auf [S, HF] mit der Strecke Schnittpunkt des Lotes in M auf [S, RK]. Dabei ist RK der variable Punkt des "kleinen" Leitkreises der Grundflächenellipse.
- Das weitere Vorgehen zur Fertigstellung des dem Kegel einbeschriebenen Zylinders entnehmen Sie bitte der Skizze.

3. Schritt:

Konstruktion der Funktionsgraphen mit Koordinatensystem (vgl. Aufgabe 1)

7. Schrägbildzeichnung eines Würfels (Schieberegler, Makro, Flächen)

Sie sollen ein drehbares Würfelschrägbild konstruieren. Dabei sollen die Größe des Würfels, der Verzerrungswinkel und das Verzerrungsverhältnis veränderbar sein.

1. Schritt: Realisierung von Schiebereglern

P1 Kantenlänge Anmerkung: Prinzipiell können Schieberegler auch sehr einfach mit dem Befehl "Zahlobjekt erstellen" erzeugt werden. Leider lassen sich solche Objekte aber (noch) nicht in ein Makro einbinden.

- Machen Sie das Koordinatensystem sichtbar.
- Erzeugen Sie einen Punkt auf der y-Achse des Koordinatensystems und lassen Sie dessen Namen anzeigen.
- Erzeugen Sie zu diesem Punkte einen Punkt mit derselben y-Koordinate [y(...)] und der x-Koordinate, die dem Maximalwert des gewünschten Schiebers entspricht.
- Zeichen Sie die Verbindungsstrecke dieser beiden Punkte und erzeugen Sie einen Punkt auf dieser Strecke.
- Verbergen Sie nun die Strecke und den per (x|y)-Koordinaten festgelegten Endpunkt. Verbinden Sie die beiden verbleibenden Punkte mit einer Strecke.
- Der zuletzt konstruierte Punkt ist der Regler. Benennen Sie Ihn so, wie die Größe, die Sie damit regeln wollen.



Srechts

Maximalwert

(x-Koordinate des

rechten Anschlags)

5

Pi

Pi

1

- Mit dem Punkt auf der y-Achse können Sie die vertikale Lage des Schiebereglers einstellen. Wenn Sie Einstellung vorgenommen diese haben, sollten sie ihn verbergen oder fixieren.
- Erzeugen Sie nach diesem Prinzip vier Schieberegler mit nebenstehenden Eigenschaften.

2. Schritt: Realisierung der Drehbarkeit

• Erzeugen Sie einen Kreis k(M;r) mit beliebigem Mittelpunkt M und dem Radius

Name

Drehen

Kantenlänge

Verzerrungswinkel

Verzerrungsverhältnis

Drehen

Verzerrungsverhältnis

Verzerrungswinkel

Kantenlänge

$$\Gamma = \frac{\text{Kantenlänge}}{\sqrt{2}}$$
 .

Eingabe für den Radius:

x(Kantenlänge) / sqrt(2)

- Dieser Kreis ist der Umkreis des Grundriss-Quadrates.
- Konstruieren Sie eine Parallele zur Rissachse (x-Achse des Koordinatensystems) durch M. Zeichnen Sie die Schnittpunkte Slinks und Srechts dieser Parallelen mit dem Kreis k(M; r) ein.
- An die Halbgerade [MS_{rechts} wird nun $\varphi = \text{Drehen} \cdot \frac{180^{\circ}}{-}$ Winkel der angetragen. Eingabe für den Winkel: x(Drehen) * 180 / Pi

Die Schnittpunkte des zweiten Schenkels von φ mit der Kreislinie k(M; r) sind bereits zwei der vier Eckpunkte des Grundriss-Quadrates.

- Die beiden fehlenden Eckpunkte ergeben sich z. B. als Schnittpunkte des Lotes in M auf den zweiten Schenkel von φ mit der Kreislinie k(M; r).
- Zeichnen Sie das Grundriss-Quadrat ein und verbergen Sie den Kreis, die gezeichneten Geraden und Strecken sowie die Punkte Slinks und Srechts.
- Variieren Sie nun die Werte ihrer Zahlobjekte beobachten Sie Ihre Figur.

3. Schritt:

Erstellen eines Makros zur Erzeugung der Grundflächenpunkte des Schrägbildes.

- Wählen Sie einen der Eckpunkte des Grundriss-Quadrates aus, benennen Sie ihn mit A'. und fällen Sie von ihm aus ein Lot auf die x-Achse (Rissachse!)
- Erzeugen Sie den Schnittpunkt S des Lotes mit der x-Achse.
- Maximieren Sie das Euklidfenster (falls noch nicht geschehen) und setzen Sie einen Punkt P auf die x-Achse, der so weit rechts wie möglich liegen sollte!



Slinks



- Tragen Sie an die Halbgerade [SP den Verzerrungswinkel an. Eingabe f
 ür die Gr
 öße des Verzerrungswinkels: x(Verzerrungswinkel) / Pi * 180
- Konstruieren Sie einen Kreis k(S;r') mit Radius r' = Verzerrungsverhältnis A'S. Eingabe für den Radius: x(Verzerrungsverhältnis) * d(A';S)
- Erzeugen Sie die Schnittpunkte des zweiten Schenkels des Verzerrungswinkels mit der Kreislinie k(S; r'). Verbergen Sie den Schnittpunkt der oberhalb der Rissachse liegt. Der andere Schnittpunkt ist der zu A' gehörige Grundflächenpunkt A des Schrägbildes. (Mit A benennen!)
- Diese Konstruktion wird nun in ein Makro übernommen.
 - o Im Menü "Makro" auf "Neues Makro erstellen" klicken.
 - Als Startobjekte der Reihe nach den Punkt A', die Rissachse, den Punkt P, den Punkt "Verzerrungswinkel" und den Punkt "Verzerrungsverhältnis" anklicken und mit "Okay, fertig!" abschließen.
 - Als Zielobjekt den Punkt A anklicken und mit "Okay, fertig!" abschließen.
 - Als Name für das soeben erstellte Makro bietet sich "Schrägbild-Grundflächenpunkt" an.
 - Es sollte auf jeden Fall ein Hilfetext eingegeben werden, damit man bei einer späteren Benutzung noch weiß, wie man vorgehen muss. Bei obigem Vorgehen ist z. B. folgender Hilfetext sinnvoll: "Zu einem Grundrisspunkt, der Rissachse, einem Punkt sehr weit rechts auf der Rissachse, einem Punkt, dessen x-Koordinate den Verzerrungswinkel angibt und einem Punkt dessen x-Koordinate das Verzerrungsverhältnis angibt, wird der Schrägbild-Grundflächenpunkt konstruiert."
- Nun ist das Makro "Schrägbild-Grundflächenpunkt" erstellt und kann für die weiteren Grundflächenpunkte des Schrägbildes verwendet werden. Dazu wird das Makro jeweils über das Menü "Makro" und "Schrägbild-Grundflächenpunkt" aufgerufen und die notwendigen Startobjekte jeweils eingegeben.
- Das Schrägbild der Grundfläche des Würfels kann jetzt mit dem Befehl "N-Ecksfläche" erzeugt werden.

4. Schritt: Erstellen eines Makros zur Erzeugung der Deckflächenpunkte des Schrägbildes.

- Wählen Sie z. B. den Eckpunkt A der Schrägbilddarstellung der Würfelgrundfläche aus und fällen Sie von ihm aus ein Lot auf die x-Achse (Rissachse!)
- Konstruieren Sie einen Kreis k(A, r") um A mit Radius r"=Kantenlänge. Eingabe für den Radius:

x(Kantenlänge).

- Erzeugen Sie die Schnittpunkte von k(A; r") mit der Lotgeraden. Verbergen Sie den unteren Schnittpunkt. Der obere Schnittpunkt ist der Deckflächenpunkt E des Schrägbildes.
- Diese Konstruktion wird nun in ein Makro übernommen.



- Im Menü "Makro" auf "Neues Makro erstellen" klicken.
- Als Startobjekte der Reihe nach den Punkt A, die Rissachse und den Punkt "Kantenlänge" anklicken und mit "Okay, fertig!" abschließen.
- o Als Zielobjekt den Punkt E anklicken und mit "Okay, fertig!" abschließen.



- Es sollte auf jeden Fall ein Hilfetext eingegeben werden, damit man bei einer späteren Benutzung noch weiß, wie man vorgehen muss. Bei obigem Vorgehen ist z. B. folgender Hilfetext sinnvoll: "Zu einem Grundflächenpunkt des Schrägbildes, der Rissachse und einem Punkt dessen x-Koordinate die Höhe des Objektes angibt, wird der Schrägbild-Deckflächenpunkt konstruiert."
- Nun ist das Makro "Schrägbild-Deckflächenpunkt" erstellt und kann für die weiteren Deckflächenpunkte des Schrägbildes verwendet werden. Dazu wird das Makro jeweils über das Menü "Makro" und "Schrägbild-Deckflächenpunkt" aufgerufen und die notwendigen Startobjekte jeweils eingegeben. (Nach diesem Schritt bitte gesondert speichern! Die Konstruktion kann bis hierhin für die nächste Aufgabe wieder verwendet werden!)
- Das Schrägbild der Deckfläche und aller Seitenflächen des Würfels kann jetzt mit dem Befehl "N-Ecksfläche" erzeugt werden.

5. Schritt: Einfärben der Begrenzungsflächen

- Sie können die Begrenzungsflächen über "Form & Farbe" bzw. durch anklicken mit der rechten Maustaste mit verschiedenen Farben vollflächig füllen. Dies verstärkt den räumlichen Eindruck.
- Problem: EUKLID DynaGeo stellt die Flächen in der Reihenfolge Ihrer Erzeugung dar. Das bedeutet, dass unabhängig von der Drehung des Würfels immer die Eläche im Vordergrund dargestellt





immer die Fläche im Vordergrund dargestellt wird, die zuletzt konstruiert wurde!

- Hat man hier einen Fehler gemacht, so bietet Euklid ab der Version 2.4 die Möglichkeit an unter "Bearbeiten" und "Polygon in den Vordergrund holen" dieses Problem zu beheben.
- Es bleibt aber das prinzipielle Problem, dass die Reihenfolge der Darstellung, wenn sie einmal festgelegt ist, sich nicht mehr ändert. Dreht man also z. B. die Rückseite des Würfels nach vorne, so ist die neue Vorderfläche verdeckt.
- Lösungsmöglichkeit: Beim Würfel kann man eine der "hinteren" Flächen offen, d. h. leer lassen, so dass man den Eindruck hat, man würde in den Würfel hineinsehen. Die andere Rückflache kann man schwarz schraffiert darstellen und ganz in den Vordergrund holen. Von "Vorne" stört die sichtbare Schraffur den räumlichen Eindruck nur wenig und von "Hinten" hat man den Eindruck durch ein Drahtgeflecht hindurch die anderen Flächen zu sehen.

<u>Bemerkung:</u> Es bietet sich an, analoge Konstruktionen für ein Tetraeder, ein Oktaeder oder ein Prisma durchführen.



zwei

Würfelschnitte (Verschiebung) 8.

Versuchen Sie an Hand der Skizze einen Schnitt in Ihren Würfel zu legen und diesen dann entlang der Schnittfläche zu teilen.

Bedingungen:

- Das Schrägbild soll weiterhin drehbar sein.
- Der Schnitt (die Schnitte) soll (sollen) variabel sein.
- Die Teile sollen mit Schiebern auseinandergenommen werden können.

Vorgehensweise:

- Drehbares Schrägbild des Grundkörpers erstellen (vgl. Aufgabe 7).
- Damit die Schnitte variabel sind, müssen z. B. bei senkrechten Schnittebenen die Schnittpunkte der Ebene mit den Kanten der Grundfläche, bereits im Grundriss variabel konstruiert werden. (Im Bild: Ein Kreis mit Radius "Schnittlage1", dessen Mittelpunkt ein Eckpunkt ist. schneidet Grundflächenkanten des Würfels.)
- Auf den Teil der Figur, der beim Teilen verschoben wird, wird eine Abbildung Verschiebung angewandt. Die Länge des Verschiebungsvektors ist dabei die Länge des Schiebers "Teilen1", die Richtung des Vektors wird z. B. als Parallele zur x-Achse festgelegt. Verbirgt man nun das Original, und lässt nur die verschobene Teilfigur sichtbar, so kann "der" Körper durch Ziehen am Schieber "Teilen1" geteilt werden.

9. Parkettierung (Abbildungen)

Machen Sie sich mit den Möglichkeiten der Abbildungsgeometrie unter EUKLID DvnaGeo vertraut, indem sie sich, wie der Grafiker M.C. Escher in nebenstehender Zeichnung, ein Polygon vorgeben und versuchen. mit Hilfe von Abbildungen (welchen?), die Ebene damit zu parkettieren. Sie werden schnell herausfinden, wie sie ihr Polygon gestalten müssen, damit dies funktioniert. Als Hinweis können Ihnen auch die beiden Abbildungen unten dienen.











10. Venn-Diagramme (Zuschneiden von Flächenfüllungen, interaktive Arbeitsblätter)

🤜 Es ist nun möglich Kreisflächen zu füllen und alle Flächenfüllungen mit Hilfe von Geraden und Kreisen zuzuschneiden. Dies kann unter anderem dazu genutzt werden, um Venn-Diagramme zu erzeugen. In der Abbildung sind drei Kreise mit jeweils vorgegebenem Radius konstruiert worden. Die Kreise wurden mehrfach gefüllt und jeweils mit den anderen beiden Kreisen geeignet beschnitten. Auf diese Weise lassen sich alle relevanten Teilflächen der Kreise als separate Flächen färben. Die Fläche außerhalb der Kreise erhält man wie folgt. Es wird eine Gerade in Abstand aeeianetem zu den Kreisen



konstruiert und eine (oder beide) der entstehenden Halbebenen gefärbt. Diese Fläche wird anschließend wieder mit Hilfe der drei Kreise beschnitten.

- a) Konstruieren Sie nach der Beschreibung und der Figur ein entsprechendes Venn-Diagramm und speichern Sie es ab.
- b) Erstellen Sie ein Interaktives Arbeitsblatt mit z. B. folgender Arbeitsanweisung:

"Aufgabe:

Färben Sie jeweils folgende Mengen rot ein. (Alle anderen Teilflächen sollen weiß gefärbt sein.) Kopieren Sie die entsprechenden Grafiken in ein Word-Dokument.



Untersuchen Sie jeweils verschiedene gegenseitige Lagen von A, B und C."

c) Wenn Sie die Aufgabe b) bearbeitet haben, dann erstellen Sie auch ein HTML-Arbeitsblatt zu dieser Aufgabe.

Vorgehensweise:

- Wenn Sie das Arbeitsblatt aus Aufgabe b) als *.geo-Datei abgespeichert haben, dann speichern Sie es einfach noch einmal unter Datei | Als DynaGeoX-HTML-Seite speichern
- Sie können die erzeugte HTML-Seite mit einem HTML-Editor weiter bearbeiten. Ein guter kostenloser Editor kann unter

http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de

→ Material → Programme & Downloads → Downloads herunter geladen werden.

• Weitere Informationen zum HTML-Export finden Sie in der Online-Hilfe von EUKLID DynaGeo unter

Hilfe → Inhaltsverzeichnis → Menübefehle → Menü Datei

→ Als DynaGeoX-HTML-Seite speichern ...